الأعداد العشرية النسبية

1- تقديم ومقارنة الأعداد العشرية النسبية

أ- العدد العشري النسبي

تعريف

- الأعداد مثل 0 ; 1 ; 2 , 14 ; 3,14 ; 11 ; 2,5 تسمى أعدادا عشرية موجبة

- الأعداد مثل 0 ; -2 ; -1 ; -0,44 ; -12 ; 2,5 - تسمى أعدادا عشرية سالبة

ملاحظة

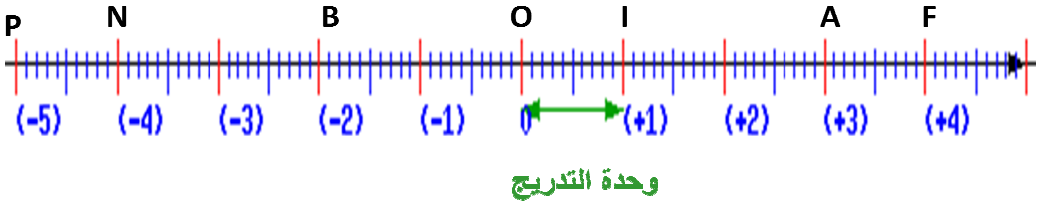
- العدد 0 هو عدد عشري موجب و سالب في آن واحد .
- الأعداد مثل 0 ; 1 ; 8 , 2 - ; 14 ; -1 ; 5 ; -51 ; 11... تسمى أعدادا صحيحة نسبية

- كل عدد صحيح نسبي هو عدد عشري نسبي .

العدد مثل : 2,5 - أو 14,12هو عدد عشري نسبي و ليس بعدد صحيح نسبي

ب- المستقيم المدرج

مثال



وحدة التدريج

- تدريج مستقيم يعني اختيار نقطتين منه O و I و إسناد العدد 0 للنقطة O و العدد 1 للنقطة I و منه فإن وحدة التدريج هي:[OI]
- النقطة O تسمى أصل المستقيم المدرج و طول [OI] يسمى وحدة التدريج
- نمثل كل عدد عشري نسبي بنقطة واحدة من المستقيم المدرج.
- العدد الذي يمكن إسناده لكل نقطة يسمى أفصولها.
- أفصول النقطة A هو: 3
- أفصول النقطة B هو: -2
- مسافة العدد 3 عن الصفرهي AO =3
- مسافة العدد -5 عن الصفرهي OP = 5.
- العدد 2 هو مقابل العدد 2 –(العدد -2 هو مقابل العدد 2) نقول ان العددان 2 – و2 متقابلان)

ج- مقرنة عددين عشريين نسبيين

- مقارنة عددين عشريين مختلفين فى الإشارة

قاعدة

كل عدد عشري موجب أكبر من كل عدد عشري سالب غير منعدم

Moutamadris.ma

أمثلة

$25,44 > -1000$,, $2 > -11,9$

- مقارنة عددين عشريين لهما نفس الإشارة

إذا كان عددان عشريان سالبان فإن أكبرهما هو الأقرب من نقطة الصفر
إذا كان عددان عشريان موجبان فإن أكبرهما هو الابعد عن نقطة الصفر

أمثلة

$-2,5 < -1$;; $-0,1 > -36$,, $-2,5 < -1$;; $-1 > -36$

الرمزان : $\leq$ و $\geq$

- $a \leq b$ وتقرأ a أصغر من أو تساوي b وتعني $a<b$ أو $a=b$
- $a \geq b$ وتقرأ a أكبر من أو تساوي b وتعني $a>b$ أو $a=b$.

أمثلة : $-2 \leq 6$,, $-12 \leq -1$

2- جمع وفرق عددين عشريين نسبيين

أ- جمع عددين عشريين نسبيين

قاعدة 1

لحساب مجموع عددين عشريين لهما نفس الإشارة نحتفظ بالإشارة ثم نجمع مسافتيهما عن الصفر .

مثال

$$-514,225 + (-57) = -(514,225 + 57) = -571,225$$

قاعدة 2

لحساب مجموع عددين عشريين مختلفين في الإشارة نأخذ إشارة العدد الأبعد عن الصفر ثم نحسب فرق مسافتيهما عن الصفر .

مثال

$$-14,11 + 36 = +(36 - 14,11) = 21,89$$
$$125 + (-45,5) = +(125 - 45,5) = 79,5$$
$$-31,65 + 11,5 = -(31,65 - 11,5) = -20,15$$

ب- فرق عددين عشريين نسبيين

قاعدة

لحساب فرق عددين عشريين نسبيين نضيف إلى الحد الأول مقابل الحد الثاني .
a و b عددان عشريان نسبيان : $a - b = a + (-b)$

أمثلة

$$13,55 - (-12) = 13,55 + 12 = 25,55$$

$$-34 - 16 = -34 + (-16) = -(34 + 16) = -50$$

Moutamadris.ma

ج- ضرب الأعداد العشرية النسبية :

- جداء عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة :

قاعدة

جداء عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد عشري نسبي سالب

أمثلة

$25,5 \times (-2) = -51$;; $-11,5 \times 50 = -575$

- جداء عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة :

قاعدة

جداء عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد عشري موجب

أمثلة

$-21 \times (-5) = 105$;; $-0,05 \times (-10) = 0,5$

د- قسمة الأعداد العشرية النسبية :

تعريف

a و b عددان عشريان نسبيان بحيث $b \neq 0$. العدد q الذي يحقق b.q = a يسمى خارج a على b و يكتب : $q = \frac{a}{b}$

مثال

لدينا $(-3)\times(-2)=6$ إذن $\frac{6}{-2}=-3$

- خارج عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة :

قاعدة

خارج عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد عشري نسبي موجب

أمثلة

$110 = 7,1 : 781$;; $62,15 = (-13) : -807,95$

- خارج عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد عشري نسبي سالب

قاعدة

خارج عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد عشري نسبي سالب

أمثلة

$-110 = 7,1 : -781$;; $-62,15 = (-13) : 807,95$

3- القوى

أ- قوة عدد عشري نسبي

Moutamadris.ma

تعريف

a عدد عشري نسبي و n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{n \text{ من العوامل}}$$

ملاحظة

نسمي a أســاس القوة a^n

نسمي n أس القوة a^n

أمثلة

$5^2 = 5 \times 5 = 25$,, $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

ملاحظة

$a^1 = a$, $(0 \neq a)$ $a^0 = 1$

أمثلة

$4^0 = 1$,, $999^1 = 999$

ب - إشارة قــوة أساسها ســالب

خاصية

تكون قـوة أساسها سالب :

موجبة : إذا كان أسها عددا زوجيا

سالبة : إذا كان أسها عددا فرديا

أمثلة

إشارة هذه القوة $(-3)^8$ موجبة

إشارة هذه القوة $(-1)^5$ سالبة

ج - خصائص القوى

a و b عددان عشريان نسبيان .

n و m عددان صحيحان طبيعيان.

Moutamadris.ma

الخاصية	المثال
$a^n \times a^m = a^{n \times m}$	$5^{12} \times 5^6 = 5^{12+6} = 5^{18}$
$\left(a^n\right)^m = a^{n \times m}$	$\left(2^5\right)^9 = 2^{5 \times 9} = 2^{45}$
$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$3^{100} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{100} = \left(3 \times \frac{1}{3}\right)^{100} = 1^{100} = 1$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$

د - قوى العدد 10

تعريف

n عدد صحيح طبيعي

$10^n = 1000.....0$

n من الأصفار

أمثلة

$10^5 = 100000$

$10^{11} = 100000000000$

$10^{22} = 10000000000000000000000$

Moutamadris.ma

جمع و طرح الأعداد العشرية النسبية

1) – مجموع عددين عشريين نسبيين :

أ) مجموع عددين عشريين لهما نفس الإشارة :

*** قاعدة 1 : لحساب مجموع عددين عشريين لهما نفس الإشارة نحتفظ بالإشارة ثم نجمع مسافتيهما عن الصفر .**

أمثلة $(-7)+5=-(7-5)=-2\;;\;;\;6+(-4)=+(6-4)=2$

$112 + 58,15 = 170,15$;; $-514,225 + (-57) = -(514,,225 + 57) = -571,225$

ب) مجموع عددين عشريين مختلفين في الإشارة :

*** قاعدة 2 :لحساب مجموع عددين عشريين مختلفين في الإشارة نأخذ إشارة العدد الأبعد عن الصفر ثم نحسب فرق مسافتيهما عن الصفر .**

أمثلة

$-14,11 + 36 = +(36 - 14,11) = 21,89$

$125 + (-45,5) = +(125 - 45,5) = 79,5$

$-31,65 + 11,5 = -(31,65 - 11,5) = -20,15$

ج) مجموع عددين عشريين متقابلين :

*** قاعدة 3 :مجموع عددين عشريين متقابلين يكو دائما منعدما (أي يساوي صفر).**

a عدد عشري نسبي . $a + (-a) = 0$ و $-a + a = 0$

أمثلة

$-359,7 + 359,7 = 0$;; $11258 + (-11258) = 0$

2) – فرق عددين عشريين نسبيين :

*** قاعدة 4 : لحساب فرق عددين عشريين نسبيين نضيف إلى الحد الأول مقابل الحد الثاني .**

a و b عددان عشريان نسبيان : $a - b = a + (-b)$

أمثلة

$13,55 - (-12) = 13,55 + 12 = 25,55$

$-34 - 16 = -34 + (-16) = -(34 + 16) = -50$

تقنيات

1) لإزالة الأقواس المسبوقة بعلامة + : نزيل علامة + و نحذف الأقواق بدون تغيير إشارة الأعداد التي بداخلها.
لإزالة الأقواس المسبوقة بعلامة – : نزيل علامة – و نحذف الأقماس مع تغيير إشارة الأعداد التي بداخلها .

أمثلة

$A = 11 + (-2,5 + 33 - 1,5) + (54 - 11 + 2)$
$= 11 - 2,5 + 33 - 1,5 + 54 - 11 + 2$

$B = 2,6 - (-55 + 12,44 - 58 + 1) - (52 - 1,5 + 24,66)$
$= 2,6 + 55 - 12,44 + 58 - 1 - 52 + 1,5 - 24,66$

2) حساب تعبير جبري يحتوي على أقواس و معقوفات باستعمال القاعدة أعلاه .
1) – نزيل الأقواس و المعقوفات بدأ بالأقواس الداخلية مع تطبيق القاعدة أعلاه .
2) – نجمع الأعداد المتقابلة فيما بينها ثم الأعداد الموجبة و الأعداد السالبة

أمثلة

$A = 2,5 + (-11,5 + 1) - (-14 + 2,5) - 7$
$= 2,5 - 11,5 + 1 + 14 - 2,5 - 7$
$= 2,5 - 2,5 + 1 + 14 - 11,5 - 7$
$= 0 + 15 - 18,5$
$= -(18,5 - 15)$
$= -3,5$

Moutamadris.ma

الأعداد العشرية النسبية : الجداء و الخارج

1) – ضرب الأعداد العشرية النسبية :

أ) جداء عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة :

* قاعدة 1 :**جداء عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد عشري موجب**

أمثلة $0,05 \times (-10) = -0,5$;; $(-21) \times (-5) = 105$

$0 \times (-126) = 0$;; $-125,89 \times 0 = 0$

ب- جداء عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة :

* قاعدة 2 :**جداء عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد عشري نسبي سالب**

أمثلة $-11,5 \times 50 = -575$;; $25,5 \times (-2) = -51$

$-75 \times 10 = -750$;; $22 \times (-5) = -110$

ج - جداء عدد عشري نسبي في : 1 و - 1 :

- قاعدة 3 : **a عدد عشري نسبي .**

$(-1)\times a = -a$ $(-1)\times(-a) = a$

1x a = a و a x 1 = a

مجموع عددين عشريين متقابلين يكو دائما منعدما (أي يساوي صفر) .

a عدد عشري نسبي . a + (- a) = 0 و (- a)+ a = 0

$3367 \times 1 = 3367$;; $1 \times (-125,88) = -125,88$

$-1 \times 11258 = -11258$;; $-359,7 \times (-1) = 359,7$

د- جداء عدة أعداد عشرية نسبية :

* قاعدة 4 :**جداء عدة أعداد عشرية نسبية يكون :**

-- موجبا : إذا عدد عوامله السالبة زوجيا.

-- سالبا : إذا كان عدد عوامله السالبة فرديا .

أمثلة $A = -5 \times 1,3 \times (-7) \times (-25) \times 1 \times (-5)$

$B = 11 \times (-25,4) \times 14 \times (-1) \times (-0,5) \times 1,7$

* لدينا الجداء A عدد عوامله السالبة هو 4 و هو عدد زوجي ، إذن A عدد موجب .

* لدينا الجداء B عدد عوامله السالبة هو 3 و هو عدد فردي ، إذن B عدد سالب .

* قاعدة 5 :**لا يتغير جداء عدة أعداد عشرية نسبية إذا غيرنا ترتيب عوامله أو عوضنا بعضا منها بجدائها .**

مثال

$A = (-2) \times 5,5 \times 50 \times (-1,5)$

$= (-2 \times 50) \times (5,5 \times (-1,5))$

$= -100 \times (-8,25)$

$= 825$

تقنيات

-- لحساب جداء عدة أعداد عشرية نسبية نحدد أولا إشارة هذا الجداء ثم نطبق القاعدة 4 .

أمثلة :

$A = (-7,5) \times 25 \times (-4) \times 6,5$

$= +(7,5 \times 25 \times 4 \times 6,5)$

$= +((25 \times 5) \times (7,5 \times 6,5))$

$= 100 \times 48,75$

$= 4875$

$B = -6 \times 5 \times (-1,5) \times (-1) \times 7,5$

$= -(6 \times 5 \times 1 \times 1,5 \times 7,5)$

$= -((6 \times 5 \times 1) \times (1,5 \times 7,5))$

$= -(30 \times 11,25)$

$= -337,5$

2 – قسمة الأعداد العشرية النسبية :

Moutamadris.ma

أ ـ خارج عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة :

* قاعدة 6 : **خارج عددين عشريين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد عشري نسبي موجب**

ب (خارج عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة :

* قاعدة 7 :**خارج عددين عشريين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد عشري نسبي سالب**

* ملاحظة هامة : $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ و $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$

ج (الخارج المقرب و التأطير :

1) – إذا كان الخارج موجبا :

* مثال : نعتبر الخارج $\frac{22}{7}$

22	7
10	3,14
30	
20	

* القيمة المقربة للعدد $\frac{22}{7}$ إلى 1 نتفريط هي : 3 .

* القيمة المقربة للعدد $\frac{22}{7}$ إلى 1 بإفراط هي : 4 .

إذن تأطير العدد $\frac{22}{7}$ إلى 1 هو : $3 < \frac{22}{7} < 4$

---

* القيمة المقربة للعدد $\frac{22}{7}$ إلى 0,1 نتفريط هي : 3,1 .

* القيمة المقربة للعدد $\frac{22}{7}$ إلى 0,1 بإفراط هي : 3,2 .

إذن تأطير العدد $\frac{22}{7}$ إلى 0,1 هو : $3,1 < \frac{22}{7} < 3,2$

2) – إذا كان الخارج سالبا :

* مثال : نعتبر الخارج $-\frac{22}{7}$

* القيمة المقربة للعدد $-\frac{22}{7}$ إلى 1 نتفريط هي : - 4 .

* القيمة المقربة للعدد $-\frac{22}{7}$ إلى 1 بإفراط هي : - 3 .

إذن تأطير العدد $-\frac{22}{7}$ إلى 1 هو : $-4 < -\frac{22}{7} < -3$

* القيمة المقربة للعدد $-\frac{22}{7}$ إلى 0,1 نتفريط هي : - 3,2 .

* القيمة المقربة للعدد $-\frac{22}{7}$ إلى 0,1 بإفراط هي : - 3,1 .

إذن تأطير العدد $-\frac{22}{7}$ إلى 0,1 هو : $-3,2 < -\frac{22}{7} < -3,1$

Moutamadris.ma

1 – قوة عدد عشري نسبي :

أ) مثال :

نعتبر الجداء الآتي : $A = 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5$

يتكون هذاالجداء من خمسة عوامل مساوية للعدد 2,5 .

نسمي إذن هذا الجداء : القوة الخامسة للعدد 2,5 .

و نكتب : $(2,5)^5$ و نقـرأ : إثنان أس خمســة..

العدد 2,5 يسمى : أساس القوة $(2,5)^5$ و العدد 5 يسمى : أس القوة $(2,5)^5$.

ب (تعريف :

a عدد عشري نسبي أكبر من 1 و n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ من العوامل}}$$

(n من العوامل)

ملاحظات هامة : a يخالف 0

$a^1 = a$ ، $a^0 = 1$ ، القوة 0^0 لا معنى لها .

مفـــردات :

- نسمي a أســاس القوة a^n .
- نسمي n أس القوة a^n .

ج) إشارة قــوة أساسها ســالب :

خــاصية 1 :

تكون قــوة أساسها سالب :

موجبة : إذا كان أسها عددا زوجيا .

سالبة : إذا كان أسها عددا فرديا .

Moutamadris.ma

مثال : - القوة $(-11)^{16}$ عدد موجب ، لأن أسها هو 16 وهو عدد زوجي .

- القوة $(-5,9)^{21}$ عدد سالب ، لأن أسها هو 21 و هو عدد فردي .

ملاحظة هامة : - القوة $(-5)^8$ تختلف عن القوة -5^8 لأن :

$(-5)^8$ أساسها هو (-5) وحسب الخاصية 1 فهي موجبة

.

-5^8 أساسها هو 5 و هي سالبة لأنها لاتخضع للخاصية 1 .

– خصـــائـــص القـوى :

a و b عددان عشريان نسبيان غير منعدميـن .

m و n عددان صحيحان طبيعيان .

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(m > n) \quad و \quad \frac{a^m}{a^n} = (a)^{m-n}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \times n}$$

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

أمثلـة :

$$a^{12} \times a^{14} = a^{12+14} = a^{26}$$

$$a^5 \times a^{11} \times a^7 \times a = a^{5+11+7+1} = a^{24}$$

Moutamadris.ma

$$a^{23} \times b^{23} = (a \times b)^{23}$$

$$\frac{a^{42}}{a^{15}} = a^{42-15} = a^{27}$$

$$(a^9)^5 = a^{9 \times 5} = a^{45}$$

$$\frac{a^{11}}{a^{11}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{11}$$

3) – قــوى الـعــدد 10 :

خـاصية 2 :

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم :

$10^n = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ من الأصفار}}$

أمثلــة :

$10^5 = 100000$

$10^{11} = 100000000000$

$10^{22} = 1000000000000000000000$

Moutamadris.ma