

الشكل الجبري

- $i \notin \mathbb{R}$  ،  $i^2 = -1$
- $z \in \mathbb{C}$  يعني  $z = a + ib$  حيث  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  ويسمى الشكل الجبري
- $z \in i\mathbb{R}$  يعني  $z = ib$  حيث  $b \in \mathbb{R}$  ويسمى عددا تخيليا صرفا
- نكتب:  $\text{Im}(z) = b$  و  $\text{Re}(z) = a$

المعيار

$a$  هو  $b$  عدنان حقيقيان

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ هو معيار } z = a + ib$$

المرافق

$a$  هو  $b$  عدنان حقيقيان

$$\bar{z} = a - ib \text{ هو مرافق } z = a + ib$$

$$\overline{7i - 8} = -8 - 7i \text{ ، } \overline{3 + 4i} = 3 - 4i \text{ ، } |3 + 4i| = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ : أمثلة}$$

متساويات هامة

$$i = \frac{1}{2}(1 + i)^2 \text{ ، } -i = \frac{1}{2}(1 - i)^2 \text{ ، } i^4 = 1 \text{ ، } i^3 = -i \text{ ، } |z| = 1 \Leftrightarrow z\bar{z} = 1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z} \text{ ، } z\bar{z} = |z|^2$$

خصائص

لكل:  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  و  $(a', b') \in \mathbb{R}^2$

$$\begin{aligned} a + ib \in i\mathbb{R} &\Leftrightarrow a = 0 & a + ib \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow b = 0 \\ z \in i\mathbb{R} &\Leftrightarrow \text{Re}(z) = 0 & z \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \text{Im}(z) = 0 \end{aligned} \text{ ، } a + ib = a' + ib' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

$$z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow \bar{z} = -z \text{ ، } z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \bar{z} = z$$

لكل:  $(z, z') \in \mathbb{C}^2$

$$\overline{z^n} = (\bar{z})^n \text{ ، } \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'} \text{ ، } \overline{z z'} = \bar{z} \bar{z}' \text{ ، } \overline{z - z'} = \bar{z} - \bar{z}' \text{ ، } \overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$$

$$|z + z'| \leq |z| + |z'| \text{ ، } |z^n| = |z|^n \text{ ، } \left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|} \text{ ، } |z| |z'| = |z z'|$$

حالات خاصة، لكل  $a \in \mathbb{R}$

$$\overline{z + iz'} = \bar{z} - i \bar{z}' \text{ ، } \overline{z + az'} = \bar{z} + a \bar{z}' \text{ ، } \overline{iz} = -i \bar{z} \text{ ، } \overline{az} = a \bar{z} \text{ ، } \bar{i} = -i \text{ ، } \bar{a} = a$$

انتبه:  $z + iz'$  و  $z - iz'$  ليسا مترافقين، لأن  $z$  و  $z'$  ليسا بالضرورة حقيقيان.