

الثانية سلك باكالوريا  
مسلك العلوم الاقتصادية  
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

## النهايات والاتصال

### I. اتصال دالة في $x_0$ :

1.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow f$  دالة متصلة في  $x_0$

2.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow f$  متصلة في  $x_0$

3.  $f$  متصلة على مجال  $I$  إذا كانت متصلة على جميع نقاط  $I$ .

4. تكون  $f$  متصلة على المجال  $[a; b]$  إذا كانت متصلة على مجال مفتوح  $]a; b[$  ومتصلة على يمين  $a$  وعلى يسار النقطة  $b$ .

5. الدوال الحدودية متصلة على  $\mathbb{R}$  والدوال الجذرية متصلة على حيز تعريفها.

6. الدوال  $\sin$  و  $\cos$  متصلة على  $\mathbb{R}$  و  $tg$  متصلة على  $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ .

### II. العمليات على الدوال المتصلة

○ إذا كانت  $f$  و  $g$  متصلة على مجال  $I$  فإن الدوال  $f + g$  و  $f \times g$  و  $\kappa f$  متصلة على  $I$  مع  $(\kappa \in \mathbb{R})$  وكذلك  $\frac{1}{g}$  و  $\frac{f}{g}$  متصلة على  $I$  مع  $(g \neq 0)$

○ إذا كانت  $f$  متصلة على مجال  $I$  و  $g$  متصلة على مجال  $J$  حيث  $f(I) \subset J$  فإن الدالة  $g \circ f$  متصلة على مجال  $I$

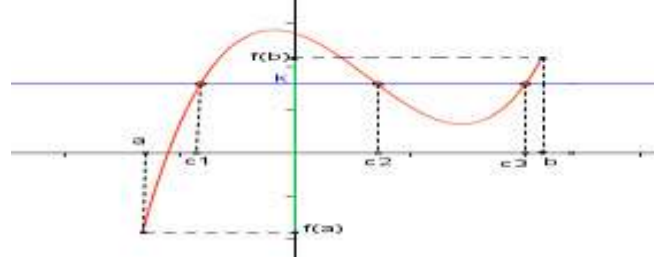
○ إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  فإن الدالة المعرفة بما يلي :  $\begin{cases} g(x) = f(x) \\ g(x_0) = \ell \end{cases}$  متصلة في  $x_0$

ويسمى التمديد بالاتصال للدالة  $f$  في  $x_0$  ولدينا  $D_g = D_f \cup \{x_0\}$

### III. مبرهنة القيم الوسطية :

$f$  دالة متصلة على المجال  $[a;b]$

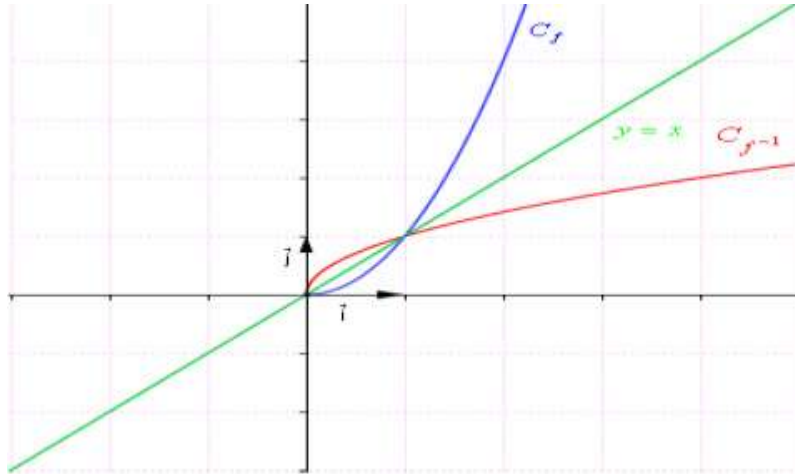
1.  $k$  محصور بين  $f(a)$  و  $f(b) \Leftrightarrow \exists c \in [a;b] \quad f(c) = k$



2.  $f(a) \cdot f(b) < 0 \Leftrightarrow$  المعادلة  $f(x) = 0$  لها حل في المجال  $]a;b[$

إذا كانت  $f$  دالة متصلة ورتيبة قطعاً على  $I$  فان:

1.  $f$  تقبل دالة عكسية من المجال  $I$  نحو  $f(I)$ .
2. الدالة  $f^{-1}$  لها نفس تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $f(I)$ .
3.  $f^{-1}$  متصلة على  $f(I)$ .
4.  $(C_f)$  و  $(C_{f^{-1}})$  متماثلان بالنسبة للمنصف الأول للمعلم  $(y = x)$ .



#### .IV. خصائص

$f$  متصلة ورتيبة قطعاً على المجال  $I$

1.  $f^{-1}(x) = y$  و  $x = f(y) \Leftrightarrow x \in f(I)$  و  $y \in I$

2.  $f \circ f^{-1}(x) = x \quad \forall x \in f(I)$

و  $(\forall x \in I) f^{-1} \circ f(x) = x$

3.  $M^{-1}(y; x) \in (C_{f^{-1}}) \Leftrightarrow M(x; y) \in (C_f)$

#### .V. تحديد صورة مجال :

- لتحديد صورة المجال يجب التمييز بين تزايدية و تناقصية الدالة ومراعاة للمجال المغلق والمفتوح :

المجال	$f$ تزايدية قطعاً	$f$ تناقصية قطعاً
$[ab]$	$[f(a); f(b)]$	$[f(b); f(a)]$
$]ab]$	$] \lim_{a^+} f(x); f(b) [$	$[f(b); \lim_{a^+} f(x) [$
$]ab[$	$] \lim_{a^+} f(x); \lim_{b^-} f(x) [$	$] \lim_{b^-} f(x); \lim_{a^+} f(x) [$
$[a; +\infty[$	$[f(a); \lim_{+\infty} f(x) [$	$] \lim_{+\infty} f(x); f(a) [$
$] -\infty; a [$	$] \lim_{-\infty} f(x); \lim_{a^-} f(x) [$	$] \lim_{a^-} f(x); \lim_{-\infty} f(x) [$
$] -\infty; +\infty [$	$] \lim_{-\infty} f(x); \lim_{+\infty} f(x) [$	$] \lim_{+\infty} f(x); \lim_{-\infty} f(x) [$