



## I. دالة أصلية لدالة عددية:

## 01. تقديم دالة أصلية لدالة :

a. نشاط: لنعتبر الدالة :  $f(x) = 4x^2 - 5x + 3$ .(1) هل توجد دالة  $F(x)$  تحقق ما يلي  $F'(x) = f(x)$  على  $\mathbb{R}$  ؟(2) إذا كان الجواب بنعم أكتب صيغة الدالة  $F(x)$ .

b. مفردات:

كل دالة  $F(x)$  تحقق  $F'(x) = f(x)$  تسمى دالة أصلية للدالة  $f(x)$ 

c. تعريف :

لتكن  $f$  دالة معرفة على مجال  $I$ . نقول إن دالة  $F$  هيدالة أصلية للدالة  $f$  على  $I$  إذا كانت  $F$  قابلة للاشتقاق على  $I$  و  $\forall x \in I : F'(x) = f(x)$ 

1. أمثلة :

(1) دالة أصلية للدالة  $f(x) = 4x + 2$  على  $\mathbb{R}$  هي  $F(x) = 2x^2 + 2x$ (2) دالة أصلية للدالة  $f(x) = \cos x$  على  $\mathbb{R}$  هي  $F(x) = \sin x$ 02. تحديد جميع الدوال الأصلية لدالة  $f$  :نشاط: دالة أصلية للدالة  $f : x \rightarrow 2x + 3$  على  $\mathbb{R}$  هي  $F : x \rightarrow x^2 + 3x$ .هل هناك دالة أخرى  $G(x)$  حيث  $G$  دالة أصلية للدالة  $f$  ؟

2. خاصية :

لتكن  $f$  دالة عددية تقبل دالة أصلية  $F$  على مجال  $I$ .مجموعة الدوال الأصلية للدالة  $f$  على  $I$  هي المجموعة المكونة من الدوال التي هي على شكل:  $F(x) + c$  مع  $c \in \mathbb{R}$ 

3. مثال:

نعتبر الدالة  $f(x) = 10x - 2$  المعرفة على  $\mathbb{R}$ .(1) هل الدالة :  $F(x) = 5x^2 - 2x + 3$  هي دالة أصلية للدالة  $f(x) = 10x - 2$  على  $\mathbb{R}$ .(2) حدد جميع الدوال الأصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .03. الدالة الأصلية  $G(x)$  حيث:  $G(x_0) = y_0$ .1. نشاط: لنعتبر الدالة العددية المعرفة ب:  $f(x) = 2x + 3$ .(1) حدد الدوال الأصلية ل  $f$  :(2) حدد دوال الأصلية  $G$  ل  $f$  (إذا كان ممكن) حيث  $G(1) = 7$ .

(3) كم من دالة تحقق ذلك ؟

2. خاصية

لتكن  $f$  دالة عددية تقبل دالة أصلية  $F$  على مجال  $I$ . ليكن  $x_0$  من  $I$  و  $y_0$  و  $\mathbb{R}$ .توجد دالة أصلية وحيدة  $G$  للدالة  $f$  على المجال  $I$  حيث:  $G(x_0) = y_0$ .d. مثال: نحدد الدالة الأصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  حيث  $f(x) = x^3 - 2x + 3$  و التي تأخذ القيمة  $-7$  عند  $0$ .



## 04. الاتصال و الدوال الأصلية:

1. خاصية:

كل دالة متصلة  $f$  على مجال  $I$  تقبل دالة أصلية  $F$  على  $I$ .

2. أمثلة: مثال 1: كل دالة حدودية تقبل دالة أصلية على  $\mathbb{R}$ . مثال 2: كل دالة جذرية تقبل دالة أصلية على مجموعة تعريفها.  
 مثال 3:  $f(x) = \sqrt{x}$  تقبل دالة أصلية على  $]0, +\infty[$ .

05. دالة أصلية: لمجموع الدالتين - جداء دالة في عدد حقيقي  $\alpha$ 

1. نشاط:  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على  $I$ .  $G$  دالة أصلية للدالة  $g$  على  $I$ .  
 (1) حدد دالة أصلية لدالة  $f+g$ . (2) حدد دالة أصلية لدالة  $\alpha \times f$ .  
 2. خاصية

إذا كانت  $F$  و  $G$  دالتين أصليتين للدالتين  $f$  و  $g$  على مجال  $I$  على التوالي و  $\alpha \in \mathbb{R}$ .▪  $F+G$  هي دالة أصلية ل  $f+g$ .▪  $\alpha \times F$  هي دالة أصلية ل  $\alpha \times f$ .

3. مثال: لنعتبر الدوال:  $g(x) = \cos(x)$  و  $f(x) = 3x$  و  $h(x) = 3x + 2\cos(x)$ .

III جدول دوال أصلية لدوال اعتيادية		II الدوال الأصلية و العمليات	
الدوال الأصلية ل $f$	الدالة $f$	دالة الأصلية ل $h$ هي $F$	الدالة $h$
$F(x) = ax + c$	$f(x) = a; (a \in \mathbb{R})$	$F = f + g$	$h = f' + g'$
$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$	$f(x) = x$	$F = \alpha f$	$h = \alpha f'$
$F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$	$f(x) = x^n; (n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\})$	$F = f \times g$	$h = f' \times g + f \times g'$
$F(x) = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + c$	$f(x) = x^r; (r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$	$F = \frac{1}{g}$	$h = -\frac{g'}{g^2}$
$F(x) = 2\sqrt{x} + c$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F = \frac{f}{g}$	$h = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$
$F(x) = -\cos(x) + c$	$f(x) = \sin(x)$	$F = \frac{1}{n+1}f^{n+1}$	$n \neq -1$ مع $h = f' \times f^n$
$F(x) = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + c$	$f(x) = \sin(ax+b) \ a \neq 0$	$F = \frac{1}{r+1}f^{r+1}$	$r \neq -1$ مع $h = f' \times f^r$
$F(x) = \sin(x) + c$	$f(x) = \cos(x)$	$F = g \circ f$	$h = f' \times g' \circ f$
$F(x) = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$	$f(x) = \cos(ax+b) \ a \neq 0$	$F = \frac{1}{a}f(ax+b)$	$a \neq 0$ مع $h = f'(ax+b)$
$F(x) = \tan(x) + c$	$f(x) = 1 + \tan^2(x)$		
$F(x) = 2\sqrt{f(x)} + c$	$f(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$	$\arctan(u(x)) + c$	$\frac{u'(x)}{1+u^2(x)}$
$F(x) = -\frac{1}{x} + c$	$f(x) = \frac{1}{x^2}$		

ملحوظة:  $c$  عدد حقيقي.