الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

المتـــــتاليات العـــــــــــدديــة

تعاريف ومصطلحات :

$I \subset \mathbb{R}$ كل تطبيق $U : I \to \mathbb{R}$ يسمى متتالية عددية نرمز لها ب U_n

U_n متتالية محدودة:

- ✓ مكبورة بالعدد M $\Leftrightarrow$ $(\exists M \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n \leq M$
- ✓ مصغورة بالعدد m $\Leftrightarrow$ $(\exists m \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n \geq m$

- ✓ كل متتالية تزايدية ومكبورة فهي متقاربة .
- ✓ كل متتالية تناقصية ومصغورة فهي متقاربة .
- ✓ متقاربة معناها أن U_n تقبل نهاية منتهية

U_n متتالية رتيبة

+ تزايدية $\Leftrightarrow U_{n+1} - U_n \succ 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$
+ تناقصية $\Leftrightarrow U_{n+1} - U_n \prec 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

❖ البرهان بالترجع

غالبا ما نستعمل البرهان بالترجع في درس المتتاليات وذلك عند ما نريد أن نبين أن U_n رتيبة أو محدودة والبرهان بالترجع يعتمد على 3 عناصر أساسية هي :

- ✓ **التحقق :** نتحقق أن العبارة صحيحة بالنسبة للحد الأول .
- ✓ **الافتراض :** نفترض أن العبارة صحيحة بالنسبة للحد n.
- ✓ **البرهان :** نبرهن أن العبارة تبقى صحيحة بالنسبة للحد $n+1$.

متتالية هندسية . متتالية حسابية .

الأهداف	متتالية حسابية	متتالية هندسية
تحديد الأساس	U_n متتالية حسابية أساسها r $U_{n+1}-U_n=r\ (\forall n\in\mathbb{N})$	U_n متتالية هندسية إذا كان $U_{n+1}=qU_n$ q يسمى الأساس.
صيغة الحد العام	○ إذا كان U_0 هو الحد الأول فان صيغة الحد العام هي : $U_n=U_0+nr$ ○ إذا كان الحد الأول هو U_p فإن صيغة الحد العام: $U_n=U_p+(n-p)r$	ص-ح-ع هي : $U_n=U_0q^n$ إذا كان الحد الأول هو U_p والأساس هو q فان: $U_n=U_pq^{n-p}\quad n\geq p\qquad \forall n\in\mathbb{N}$
حدود متتابعة	ادا كان $U_{n-1}+U_{n+1}=2U_n$	$U_{n-1}\times U_{n+1}=U_n^2$
المجموع	$S=U_0+U_1\dots.U_{n-1}=\frac{n}{2}(U_0+U_{n-1})$	$S=U_0+U_1..U_{n-1}=U_0\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$

نهايات المتتاليات :

1. توسيع مفهوم النهايات عند الدوال تبقى صحيحا كذلك عند المتتاليات

2. إذا كان $a\leq U_n\leq b$ و U_n متقاربة فان : $a\leq\lim_{+\infty}\leq b$.

3. إذا كان : $v_n\leq U_n\leq w_n$; $U_n;V_n;w_n$ متقاربة فان : $\lim_{+\infty}V_n\leq\lim_{+\infty}U_n\leq\lim_{+\infty}W_n$

$$\lim_{+\infty}(a)^n=\rightarrow\begin{cases}+\infty\rightarrow;a\succ1\\1\rightarrow;a=1\\0\rightarrow|a|=1\\rien\rightarrow a\prec1\end{cases}$$

4. متتالية من نوع $U_{n+1}=f(U_n)$

نعتبر U_n متتالية ترجعية محدد ب $n\geq n_0$. $U_{n+1}=f(U_n)$ و U_0 بحيث f دالة متصلة على مجال I $(I\subset\mathbb{R})$ و $f(I)\subset I$. إذا كانت U_n متتالية متقاربة فان نهايتها هي حل المعادلة : $f(x)=x$.