

## اتصال دالة

## 2 ع ت

نتيجة :

إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[a, b]$  و  $f(a) \cdot f(b) < 0$  فإن  
المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل على الأقل حلا في  $]a, b[$ .

وإذا كانت  $f$  متصلة ورتبية قطعاً على  $[a, b]$  فإن الحل يكون وحيداً

**6. الدالة العكسية لدالة متصلة ورتبية قطعاً :**

إذا كانت  $f$  دالة متصلة ورتبية قطعاً على مجال  $I$  فإنها تقبل دالة عكسية  
معرفة على المجال  $J = f(I)$  ولدينا التكافؤ التالي :

$$\begin{cases} y = f^{-1}(x) \\ x \in J \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(y) = x \\ y \in I \end{cases}$$

خاصية : إذا كانت  $f$  دالة متصلة ورتبية قطعاً على  $I$  فإن :

. دالتها العكسية  $f^{-1}$  متصلة على  $f(I)$  ولها نفس تغيرات  $f$   
. منحني  $f$  و  $f^{-1}$  متماثلان م م م بالنسبة للمنصف الأول

**7. تعريف دالة الجذر من الرتبة  $n$  :**

ليكن  $n$  عدداً صحيحاً طبيعياً غير منعدم .  
الدالة العكسية لقصور الدالة  $x \rightarrow x^n$  على  $R^+$  يسمى دالة الجذر من  
الرتبة  $n$

**خصائص :**

. الدالة  $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$  معرفة على  $R^+$  وتأخذ قيمها في  $R^+$

. الدالة  $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$  متصلة وتزايدية قطعاً على  $R^+$

$$\begin{cases} y = x^n \\ x \in R^+ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt[n]{y} \\ y \in R^+ \end{cases}$$

$$\forall x \in R^+, (\sqrt[n]{x})^n = x \quad \text{***} \quad \forall x \in R^+, \sqrt[n]{x^n} = x$$

$$(\forall x \in R^+) (\forall y \in R^+) : \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{y} \Leftrightarrow x = y$$

$$(\forall x \in R^+) (\forall y \in R^+) : \sqrt[n]{x} < \sqrt[n]{y} \Leftrightarrow x < y$$

$$\forall x \geq 0 : \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{m^m x^m} \quad \text{****} \quad \sqrt[n]{m^m x^m} = m \sqrt[n]{x}$$

$$\forall x \geq 0, \forall y \geq 0 : \sqrt[n]{x} \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

$$\forall x \geq 0, \forall y > 0 : \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} \quad (y > 0)$$

+ إذا كانت  $f$  متصلة وموجبة على مجال  $I$  فإن  $\sqrt[n]{f}$  متصلة على  $I$

**8. القوة الجذرية لعدد حقيقي موجب قطعاً :**

ليكن  $a$  عدداً حقيقياً موجباً قطعاً و  $r$  عدداً جذرياً غير منعدم

العدد  $a^r$  يسمى القوة الجذرية للعدد  $a$  ويكتب  $a^r = \sqrt[q]{a^p}$  حيث :

$$r = \frac{p}{q} \quad \text{مع } p \in Z^* \text{ و } q \in N^*$$

**خصائص :** لكل  $a$  و  $b$  من  $R_+^*$  و  $r$  و  $r'$  من  $Q^*$  لدينا :

$$a^r \cdot a^{r'} = a^{r+r'} \quad , \quad (ab)^r = a^r b^r \quad ; \quad a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r} \quad ; \quad \frac{a^r}{a^{r'}} = a^{r-r'} \quad ; \quad (a^r)^{r'} = a^{rr'}$$

**1. الاتصال دالة :**

لتكن  $f$  دالة يحتوي حيز تعريفها على مجال مفتوح مركزه  $x_0$   
نقول إن  $f$  متصلة في  $x_0$  إذا وفقط إذا كان  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

**2. الاتصال على مجال :**

- تكون دالة متصلة على مجال  $]a, b[$  إذا وفقط إذا كانت متصلة في كل نقطة منه

- تكون دالة متصلة على  $[a, b]$  إذا وفقط إذا كانت متصلة على  $]a, b[$  ، على  
اليمين في  $a$  وعلى اليسار في  $b$ .

خصائص :

- كل دالة حدودية متصلة على  $R$

- كل دالة جذرية متصلة في كل نقطة من مجموعة تعريفها .

- الدالتان  $x \rightarrow \cos x$  و  $x \rightarrow \sin x$  متصلتان على  $R$

- الدالة  $x \rightarrow \sqrt{x}$  متصلة على  $[0, +\infty[$

- الدالة  $x \rightarrow \tan x$  متصلة في كل نقطة من مجموعة تعريفها وهي  $D = R - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$

**3. العمليات على الدوال المتصلة :**

- إذا كانت  $f$  و  $g$  دالتين متصلتين في عدد  $x_0$

فإن الدوال  $f+g$  و  $f \cdot g$  و  $\alpha \cdot f$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي متصلة في  $x_0$

- وإذا كان  $g(x_0) \neq 0$  فإن  $\frac{f}{g}$  و  $\frac{1}{g}$  دالتان متصلتان في  $x_0$

**4. اتصال مركبة دالتين :**

لتكن  $f$  دالة معرفة على مجال  $I$  و  $g$  دالة متصلة على مجال  $J$  حيث

$$I \subset f(I) \subset J$$

إذا كانت  $f$  متصلة في  $x_0$  و  $g$  متصلة في  $f(x_0)$

فإن الدالة  $g \circ f$  تكون متصلة في  $x_0$

نتيجة : إذا كانت  $f$  متصلة وموجبة على مجال مفتوح مركزه  $x_0$

فإن  $\sqrt{f}$  دالة متصلة في  $x_0$

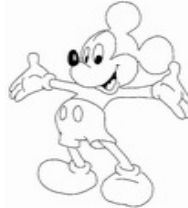
**خاصية :**

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على مجال مفتوح مركزه  $x_0$  و  $g$  دالة معرفة

على مجال  $J$  بحيث  $f(I) \subset J$

إذا كان :  $\lim_{x_0} f(x) = l$  و  $g$  متصلة في  $l$

$$\text{فإن : } \lim_{x_0} (g \circ f)(x) = g(l)$$



**5. مبرهنة القيم الوسيطة :**

إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[a, b]$  و  $\lambda$  عدداً حقيقياً

محصوراً بين  $f(a)$  و  $f(b)$  فإنه يوجد على الأقل عدد  $c$

من  $[a, b]$  حيث :  $f(c) = \lambda$