

Limites - continuité

Les formes indéterminées	quotient	somme	Produit
	$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\infty + \infty$ $0 \times \infty$

La détermination de la forme $\frac{0}{0}$ La détermination de la forme $\frac{\infty}{\infty}$

f. rationnelle: factorisation (x-a)

Factorisierung
Brez

f. irrationnelle: conjugué

La détermination de la forme $(+\infty) + (-\infty)$

si $h(x) \neq k(x)$: factorisation

si $h(x) \neq k(x)$: conjugué

La continuité:

f est continue en a $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$\frac{0}{0} = 0$
$\frac{0}{0} = \infty$

Continuité d'une fonction sur un intervalle I

- * Les fonctions polynômes continuent sur \mathbb{R}
- * Les fonctions rationnelles continuent sur leur D_f
- * La fonction irrationnelle $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ continue tel que $(\forall x) \sqrt[n]{x} > 0$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I:

f+g est une fonction continue sur I

f x g est une fonction continue sur I

$\frac{f}{g}$ est une fonction continue sur I

T.V.I

Si f continue sur un intervalle [a; b] et $f(a) \times f(b) < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution sur [a; b]

T.V.I + f strictement monotone \Rightarrow l'éq $f(x) = 0$ admet une solution unique sur [a; b]

$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$

$f(x) > 0$
f est croissante

$f(x) < 0$
f est décroissante

Étude de signe

Premier degré: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

monotonie = sens de variation

Deuxième degré: on calcule $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$
 $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta = 0$
 $x = \frac{-b}{2a}$

$\Delta < 0$
Le signe de: $ax^2 + bx + c$
est le signe de a

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
signe de a	+	-	+	-

La fonction réciproque

Si f continue sur I et strictement monotone alors f admet une fonction réciproque f⁻¹ défini sur J = f(I)

* f et f⁻¹ ont la même monotonie

	I	f(I)
strictement croissante	[a; b]	[f(a); f(b)]
	[a; +∞[[f(a); lim _{x→+∞} f(x)]
	\mathbb{R}]-∞; +∞[]lim _{x→-∞} f(x); lim _{x→+∞} f(x)[
strictement décroissante	[a; b]	[f(b); f(a)]
	[a; +∞[]lim _{x→+∞} f(x); f(a)[
	\mathbb{R}]lim _{x→+∞} f(x); lim _{x→-∞} f(x)[

* Déterminer f(x) pour tout x de J

$$\begin{cases} f(x) = y \\ x \in J \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(y) = x \\ y \in I \end{cases}$$

Continuité à gauche et à droite

* Si $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$
 \Rightarrow f est continue à droite en a

* Si $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$
 \Rightarrow f est continue à gauche en a

Si f continue à droite et à gauche au point a alors f est continue en a

