

الدالة اللوغاريتمية النبيرة

تعريف:

الدالة الأسية النبيرة هي الدالة العكسية للدالة اللوغاريتمية النبيرة
و يرمز لها بالرمز: \exp
نضع لكل x من \mathbb{R}
 $\exp(x) = e^x$

استنتاجات و خصائص:

| | |
|---|--|
| $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R}$ $e^x \times e^y = e^{x+y}$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln(e^x) = x$ |
| $(r \in \mathbb{Q}) \quad (e^x)^r = e^{rx}$ | $\forall x \in]0, +\infty[\quad e^{\ln x} = x$ |
| $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0; +\infty[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$ |
| $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ | $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$ |

مجموعة التعريف:

| مجموعة تعريف الدالة f هي: | الدالة f معرفة كما يلي: |
|--|---------------------------|
| $D_f = \mathbb{R}$ | $f(x) = e^x$ |
| $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$ | $f(x) = e^{u(x)}$ |

نهايات أساسية:

| | |
|------------------------|---|
| $(n \in \mathbb{N}^*)$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ |
| | $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ |
| | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$ |
| | $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n e^x) = 0$ |
| | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ |

الانصاف:

الدالة $x \mapsto e^x$ متصلة على \mathbb{R}

لتكن u دالة معرفة على مجال I
إذا كانت u متصلة على المجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ متصلة على المجال I

الاشتقاق:

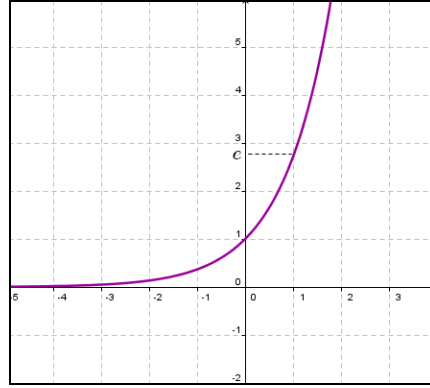
$$\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = e^x \text{ ولدينا: } \mathbb{R} \text{ قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R}$$

لتكن u دالة معرفة على مجال I

إذا كانت u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن: الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على المجال I

$$\forall x \in I \quad (e^{u(x)})' = u'(x) \times e^{u(x)} \text{ ولدينا:}$$

النموذج الطيباني للدالة \ln :



← الدالة الأسية للأساس a حيث: $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

تعريف: الدالة العكسية للدالة \log_a تسمى الدالة الأسية للأساس a و يرمز لها بالرمز: \exp_a

$$\exp_a(x) = a^x \quad \mathbb{R} \text{ نضع لكل } x \text{ من}$$

استنتاجات وخصائص:

| | |
|---|--|
| $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2$ $a^x \times a^y = a^{x+y}$ $(r \in \mathbb{Q}) \quad (a^x)^r = a^{rx}$ $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$ $\log_a(a^x) = x$ |
| | $\forall x \in]0; +\infty[\quad a^{\log_a(x)} = a$ |
| | $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2 \quad a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$ |
| | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0; +\infty[$ $a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a(y)$ |

نهايات و منقنات:

| $0 < a < 1$ | $a > 1$ |
|--|--|
| $a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$ | $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$ |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$ | |

$$(a^x)' = (\ln a) \times a^x$$

المشتقة: