

La dérivabilité

* Le nombre dérivé
 f est dérivable au point $a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$
 tel que $l \in \mathbb{R}$

* La dérivabilité à droite ou à gauche

* Si $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l \Rightarrow f$ est dérivable à droite au point a et $l = f'_d(a)$

* Si $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l \Rightarrow f$ est dérivable à gauche au point a et $l = f'_g(a)$

* * Si $f'_d(a) = f'_g(a) \Leftrightarrow f$ est dérivable au point a

* L'équation de la tangente

$$(T): y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

* L'interprétation graphique

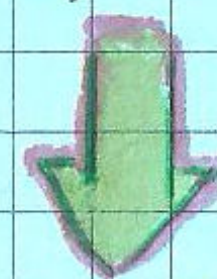
○ (c) admet une demi tangente horizontale (à droite / à gauche) au point $M(a, f(a))$

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
 $l \in \mathbb{R}^*$ (c) admet une demi tangente (à droite / à gauche) au point $M(a, f(a))$ de coefficient directeur égal à l

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
 $l = \pm \infty$ (c) admet une demi tangente verticale (à droite / à gauche) au point $M(a, f(a))$
 - orienté vers le haut: si a et ∞ ont le même signe
 - orienté vers le bas: si a et ∞ ont deux signes différents

La dérivée de la fonction réciproque

Si $\left\{ \begin{array}{l} f \text{ est dérivable sur } I \\ \forall x \in I, f(x) \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f^{-1} \text{ est dérivable sur } J = f(I)$



Si $\left\{ \begin{array}{l} f \text{ est dérivable au point } a \\ f'(a) \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f^{-1} \text{ est dérivable au point } b = f(a)$

$$(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(f^{-1}(b))}$$

Exercice global

On considère la fonction f définie sur $]1; +\infty[$
 par: $f(x) = x + 10 + 2\sqrt{x-1}$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Etudier la dérivabilité de f à droite au point $a=1$ et interpréter géométriquement ce résultat.
- 3a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]1; +\infty[$.
 b. Dresser le tableau de variations.
4. Donner l'équation de la tangente au point de l'abscisse $a=2$
5. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
6. a. Montrer que f^{-1} est dérivable en 14
 b. Calculer $(f^{-1})'(14)$