

# حساب الإحتمال

## 2 ع ت

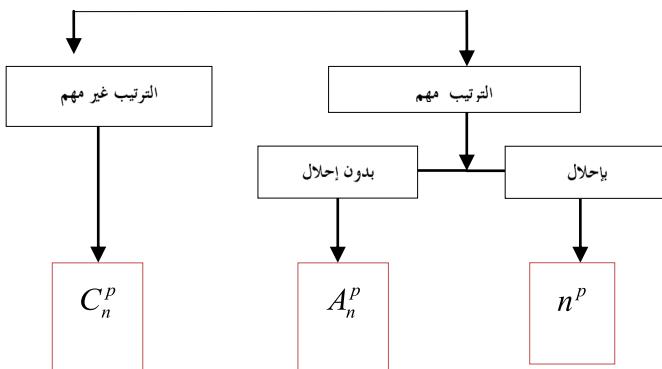
نتائج:

ليكن  $n$  من  $N^*$  و  $p$  عدداً صحيحاً طبيعياً حيث  $0 \leq p \leq n$

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} . \quad A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} .$$

$$C_n^p = C_n^{n-p} .$$

$$(p+1 \leq n) C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1} .$$



حيث في حالة سحب كرات من كيس :

$n$  هو عدد الكرات الموجودة في الكيس و  $p$  هو عدد الكرات التي نريد سحبها

### 2. احتمال على مجموعة منتهية :

تعريف: (احتمال على مجموعة منتهية)

ليكن  $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  كون إمكانيات تجربة عشوائية  
عندما نربط كل جزء  $A$  من  $\Omega$  بـ عدد حقيقي  $p(A)$  بحيث :

$$p(\Omega) = 1 .$$

$$\forall (A, B) \in P(\Omega)^2 \quad A \cap B \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B) .$$

نقول إننا عرفنا احتمالاً على  $\Omega$  .



### مصطلحات

ال الزوج  $(\Omega, p)$  يسمى فضاء احتمالياً منتهياً.

كل جزء من  $\Omega$  يسمى حدثاً.

لكل  $i$  من  $\{1, 2, \dots, n\}$  حدث  $\{\omega_i\}$  يسمى حدثاً ابتدائياً.

إذا كان  $A \cap B = \emptyset$  نقول ان  $A$  و  $B$  حدثين غير منسجمين

نتائج

ليكن  $(\Omega, p)$  فضاء احتمالياً منتهياً و  $A$  و  $B$  حدثين

$$p(\Phi) = 0 .$$

$$0 \leq p(A) \leq 1 .$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) .$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) .$$

العدد :

خاصية : (المبدأ الأساسي للتعداد - او مبدأ الجداء )

لتكن  $E$  تجربة تتطلب نتائجها  $k$  اختياراً  
اذا كان الاختيار الاول يتم بـ  $n_1$  طريقة مختلفة  
والاختيار الثاني يتم بـ  $n_2$  طريقة مختلفة  
والاختيار  $k$  يتم بـ  $n_k$  طريقة مختلفة .

فإن عدد النتائج الممكنة هو الجداء  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$

تعريف : (الترتيبات - التبديلات )

ليكن  $n$  و  $p$  عنصررين من  $N^*$

. كل ترتيب ل  $p$  عنصر مختار من بين  $n$  عنصر (مع امكانية تكرار نفس العنصر) يسمى ترتيبية بتكرار ل  $p$  عنصر من بين  $n$  عنصر .

. كل ترتيب ل  $p$  عنصر مختار من بين  $n$  عنصر يسمى ترتيب بدون تكرار ل  $p$  عنصر من بين  $n$  عنصر (هذا ممكن اذا كان  $1 \leq p \leq n$  ) .

. كل ترتيبية بدون تكرار ل  $n$  عنصر من بين  $n$  عنصر تسمى تبديلة ل  $n$  عنصر .

تعريف : (التاليفات )

ليكن  $n$  و  $p$  عنصررين من  $N^*$  حيث  $0 \leq p \leq n$

وليكن  $E$  مجموعة مكونة من  $n$  عنصر

كل جزء من  $E$  يتكون من  $p$  عنصر يسمى تالية ل  $p$  عنصر من بين  $n$  عنصر

خاصية : ( حساب الاختيارات )

ليكن  $n$  و  $p$  عنصررين من  $N^*$

. عدد الترتيبات بتكرار ل  $p$  عنصر من بين  $n$  عنصر هو  $n^p$  .

. عدد الترتيبات بدون تكرار ل  $p$  عنصر من بين  $n$  عنصر

حيث  $1 \leq p \leq n$  هو

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)$$

. عدد الترتيبات ل  $n$  عنصر من بين  $n$  عنصر هو

$$n(n-1)(n-2)\dots2\cdot1 = 0! = 1$$

. عدد التاليةات المكونة من  $p$  عنصر من بين  $n$  عنصر هو  $\frac{A_n^p}{p!}$  ونرمز له

$$C_n^p$$

# حساب الاحتمال

## ع 2

خاصية : ( فرضية تساوي الاحتمالات )

ليكن  $(\Omega, p)$  فضاء احتمالياً متهماً

اذا كانت جميع الاحداث الابتدائية متساوية الاحتمال نقول ان فرضية تساوي الاحتمالات محققة واحتمال كل حدث  $\mathbf{A}$  في هذه الحالة هو

$$p(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$$

3. الاحتمال الشرطي :

تعريف : ( الاحتمال الشرطي )

ليكن  $(\Omega, p)$  فضاء احتمالياً متهماً . و  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  حدثين بحيث

$$p(A) \neq 0$$

احتمال  $\mathbf{B}$  علماً ان  $\mathbf{A}$  متحقق هو

$$\frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

ونرمز له بالرمز  $p_A(B)$  او  $p_{A/B}(B)$

خاصية : ( صيغة الاحتمالات المركبة )

ليكن  $(\Omega, p)$  فضاء احتمالياً متهماً و  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  حدثين حيث

$$p(A/B)p(B) = p(B)p(B/A) \quad \text{لدينا } p(A)p(B) \neq 0$$

تعريف : ( تجزئة )

نقول ان الاحداث  $B_1$  و  $B_2$  و ..... و  $B_n$  تكون تجزئة للفضاء  $\Omega$  اذا كان :

. الاحداث  $B_1$  و  $B_2$  و ..... و  $B_n$  غير منسجمة مثنى مثنى .

$$B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = \Omega$$

خاصية : ( صيغة الاحتمالات الكلية )

ليكن  $(\Omega, p)$  فضاء احتمالياً و  $B_1$  و  $B_2$  و ..... و  $B_n$  تجزئة حيث

$$\forall i \in [1, n] \quad p(B_i) \neq 0$$

$$\text{لكل حدث ضمن } \Omega \text{ لدينا } p(A) = \sum_{i=1}^n p(A/B_i)p(B_i)$$

تعريف : ( استقلالية حدثين )

$$p(A \cap B) = p(A)p(B)$$

خاصية : ( استقلالية اختبارات )

اذا كان  $\mathbf{P}$  احتمال الحدث  $\mathbf{A}$  . واعدنا نفس الاختبار  $n$  مرة في ظروف

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

4. التغير العشوائي :

تعريف : ( المتغير العشوائي )

$(\Omega, p)$  فضاء احتمالي متهماً

عندما نربط كل عنصر من  $\Omega$  بعدد  $x_i$  نقول أننا عرفنا متغيراً عشوائياً على  $\Omega$  .

تعريف : ( قانون احتمال المتغير )

ليكن  $(\Omega, p)$  فضاء احتمالياً متهماً و  $\mathbf{X}$  متغير عشوائي معرف على  $\Omega$  .

المجموعة  $\{x_1, \dots, x_m\}$  تسمى مجموعة قيم  $\mathbf{X}$  .

الدالة العددية التي تربط كل قيمة  $x_i$  بالعدد  $p(X=x_i)$  تسمى قانون احتمال المتغير  $\mathbf{X}$

تعريف : ( وسيطات المتغير العشوائي )

ليكن  $(\Omega, p)$  فضاء احتمالي متهماً و  $\mathbf{X}$  متغير عشوائي معرف على  $\Omega$  .

الامل الرياضي  $E(X) = \sum_{k=1}^m x_k \cdot p(X=x_k)$

المغايرة  $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

الانحراف الطراري  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

5. القانون الحداني :

تعريف : ( المتغير العشوائي الحداني )

ليكن  $n$  عدد موجب و  $p \in [0, 1]$  عدد حقيقي

المتغير العشوائي  $\mathbf{X}$  الذي قانونه الاحتمالي معرف بما يلي

$\forall k \in [0, n] \quad p(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

يسمى متغيراً عشوائياً حدانياً وسيطاه  $n$  و  $p$  .

خاصية : ( وسيطات المتغير العشوائي الحداني )

ليكن  $\mathbf{X}$  متغيراً عشوائياً حدانياً وسيطاه  $n$  و  $p$  لدينا

. الامل الرياضي  $E(X) = np$

. المغايرة  $V(X) = np(1-p)$

مادة الرياضيات

ذ. الوظيفي

2بكالوريا

Moutamadris.ma