

مجموع وفرق عددين جذريين

I - مجموع وفرق عددين جذريين:

(1) - قاعدة 1 :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{b}$ عدنان جذريان .

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

* أمثلة :

$$\frac{2}{5} + \frac{-11}{5} = \frac{2-11}{5} = \frac{-9}{5}$$

$$\frac{3}{-7} + \frac{5}{7} = \frac{-3}{7} + \frac{5}{7} = \frac{-3+5}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{-3}{7} - \frac{-5}{-7} = \frac{-3}{7} - \frac{5}{7} = \frac{-3-5}{7} = \frac{-8}{7}$$

$$\frac{6}{11} - \frac{-5}{11} = \frac{6-(-5)}{11} = \frac{6+5}{11} = \frac{11}{11} = 1$$

(2) - قاعدة 2 :

$\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عدنان جذريان .

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad-bc}{bd} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}$$

* أمثلة :

$$\frac{3}{5} + \frac{-4}{3} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} + \frac{-4 \times 5}{5 \times 3} = \frac{9}{15} + \frac{-20}{15} = \frac{-11}{15}$$

$$\frac{-7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{-21}{24} - \frac{10}{24} = \frac{-21-10}{24} = \frac{-31}{24}$$

$$\frac{6}{-7} + \frac{11}{14} = \frac{-12}{14} + \frac{11}{14} = \frac{-12+11}{14} = \frac{-1}{14}$$

(3) – العددان الجذريان المتقابلان:

* تعريف :

نقول أن العدد الجذري $\frac{a}{b}$ هو مقابل العدد الجذري $\frac{x}{y}$

$$\text{إذا كان : } \frac{a}{b} + \frac{x}{y} = 0$$

* أمثلة :

$$\begin{array}{l} \text{-- مقابل العدد } \frac{-5}{2} \text{ هو العدد } \frac{5}{2} \\ \text{-- مقابل العدد } \frac{9}{-13} \text{ هو العدد } \frac{9}{13} \\ \text{-- مقابل العدد } \frac{-5}{-11} \text{ هو العدد } \frac{5}{11} \\ \text{-- مقابل العدد } \frac{22}{17} \text{ هو العدد } \frac{-22}{17} \end{array}$$

(4) – قاعدة ترتيب حدي مجموع :

* مثال :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{5} + \frac{-1}{7} = \frac{14}{35} + \frac{-5}{35} = \frac{14+(-5)}{35} = \frac{9}{35} \\ \frac{-1}{7} + \frac{2}{5} = \frac{-5}{35} + \frac{14}{35} = \frac{-5+14}{35} = \frac{9}{35} \end{array} \right.$$

لدينا :

$$\frac{2}{5} + \frac{-1}{7} = \frac{-1}{7} + \frac{2}{5} \quad \text{نلاحظ أن :}$$

* قاعدة :

لا يتغير مجموع عددين جذريين إذا غيرنا ترتيب حديه

.*

بتعبير آخر :

عددان جذريان $\frac{x}{y}$ و $\frac{a}{b}$

$$\frac{a}{b} + \frac{x}{y} = \frac{x}{y} + \frac{a}{b}$$

II - مجموع ثلاث أعداد جذرية:

(1) - قاعدة :

a و b و c أعداد جذرية.

$$a + b + c = a + (b + c)$$

$$= (a + b) + c$$

$$= (a + c) + b$$

(1) - أمثلة :

$$\begin{aligned} -\frac{5}{3} + \frac{7}{3} - \frac{1}{9} &= \left(-\frac{5}{3} + \frac{7}{3} \right) - \frac{1}{9} \\ &= \frac{-5+7}{3} - \frac{1}{9} \\ &= \frac{2}{3} - \frac{1}{9} \\ &= \frac{6-1}{9} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{4}{5} &= \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5} \right) + \frac{1}{3} \\ &= \frac{6}{5} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{18}{15} + \frac{5}{15} \\ &= \frac{23}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{8}{3} - \frac{3}{10} + \frac{1}{10} &= \frac{8}{3} - \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{10} \right) \\ &= \frac{8}{3} - \frac{2}{10} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{40-3}{15} \\ &= \frac{37}{15} \end{aligned}$$

جاء وخارج عددين جذريين

I - جاء عددين جذريين:

(1) - قاعدة:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \text{و } \frac{c}{d} \text{ عدنان جذريان.}$$

(2) - قاعدة الإشارات:

نعتبر $\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ عددين جذريين.

-- يكون $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} > 0$ إذا كان للعددين الجذريين $\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ نفس الإشارة
-- يكون $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} < 0$ إذا كان للعددين الجذريين $\frac{c}{d}$ و $\frac{a}{b}$ إشارتين مختلفتين

* أمثلة:

$$\begin{aligned} 3,2 \times \frac{4}{-16} &= \frac{-32}{10} \times \frac{4}{-16} & \frac{12}{15} \times \frac{5}{-7} &= \frac{12}{3} \times \frac{1}{-7} & \frac{2}{5} \times \frac{-1}{7} &= \frac{2 \times (-1)}{5 \times 7} & \frac{-3}{-16} \times \frac{-10}{18} &= \frac{-1}{-8} \times \frac{-5}{6} \\ &= \frac{-2}{5} \times \frac{2}{-1} & &= \frac{4}{1} \times \frac{1}{-7} & &= \frac{-2}{35} & &= \frac{5}{-48} \\ &= \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5} & &= \frac{4 \times 1}{1 \times (-7)} & & & & \\ & & &= \frac{4}{-7} & & & & \end{aligned}$$

(3) - جاء عدد جذري و واحد:

* قاعدة:

$$\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \text{عدد جذري.}$$

* أمثلة:

$$1 \times \left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{5}{7} \quad \because \quad \frac{5}{-9} \times 1 = \frac{5}{-9} \quad \because \quad 1 \times \frac{-7}{5} = \frac{-7}{5} \quad \because \quad \frac{11}{8} \times 1 = \frac{11}{8}$$

(4) – جءاء عدد جذري وصفر:

* قاعدة:

$$\frac{a}{b} \times 0 = 0 \times \frac{a}{b} = 0 \quad \text{عدد جذري. } \frac{a}{b}$$

* أمثلة:

$$\frac{117}{58} \times 0 = 0 \quad \because \quad 0 \times \left(-\frac{157}{661}\right) = 0 \quad \because \quad \frac{-8}{11} \times 0 = 0$$

(5) – خاصية إضافية:

$$a \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times a = \frac{a}{b} \quad \text{و } b \text{ عددان عشريان نسيان بحيث : } b \neq 0$$

* مثال:

$$51 \times \frac{1}{-8} = \frac{51}{-8} \quad \because \quad \frac{1}{7} \times (-11) = \frac{-11}{7}$$

II – جءاء ثلاثة أعداد جذرية:

(1) – قاعدة:

$$\begin{aligned} a \times b \times c &= a \times (b \times c) \\ &= (a \times b) \times c \\ &= (a \times c) \times b \end{aligned}$$

(2) – أمثلة:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{5} \times \frac{-10}{2} \times \frac{1}{7} \\ &= \left(\frac{2}{5} \times \frac{-10}{2}\right) \times \frac{1}{7} \\ &= \left(\frac{1}{1} \times \frac{-2}{1}\right) \times \frac{1}{7} = \frac{-2}{1} \times \frac{1}{7} = \frac{-2}{7} \end{aligned}$$

$$C = \frac{3}{2} \times 0,5 \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{5}{10} \times \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{1} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$

$$B = 2,5 \times \frac{3}{4} \times 10$$

$$= (2,5 \times 10) \times \frac{3}{4} = \frac{25}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{75}{4}$$

III - خارج عددين جذريين:

(1) - مقلوب عدد جذري غير منعدم:

* قاعدة:

a عدد جذري غير منعدم.

مقلوب العدد a هو العدد $\frac{1}{a}$.

نرمز له بالرمز a^{-1} و نكتب: $a^{-1} = \frac{1}{a}$

* مثال:

$$(-5)^{-1} = \frac{1}{-5}$$

مقلوب العدد الجذري -5 هو:

$$\left(\frac{-3}{7} \right)^{-1} = \frac{1}{\frac{-3}{7}} = \frac{7}{-3}$$

مقلوب العدد الجذري $\frac{-3}{7}$ هو:

(2) - خاصية:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

$\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم.

$$x \times x^{-1} = 1$$

x عدد جذري غير منعدم.

* مثال:

$$\frac{141}{200} \times \left(\frac{141}{200} \right)^{-1} = 1 \quad ; \quad \frac{11}{-8} \times \frac{-8}{11} = 1$$

* تمرين تطبيقي:

x و y عددان جذريان غير منعدمين.

$$A = x(x^{-1} + y) + y(x + y^{-1}) \quad \text{نضع:}$$

$$A = 2 + 2xy \quad : \quad \text{بين أن}$$

الحل:
لدينا :

$$\begin{aligned} A &= x(x^{-1} + y) + y(x + y^{-1}) \\ &= x \times x^{-1} + x \times y + y \times x + y \times y^{-1} \\ &= 1 + xy + xy + 1 \\ &= 1 + 1 + xy + xy \\ &= 2 + 2xy \end{aligned}$$

(3) – خارج عددين جذريين :

* قاعدة :

عددان جذريان بحيث $x \neq 0$ و $\frac{a}{b}$ و $\frac{x}{y}$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{x}{y}} = \frac{a}{b} \times \frac{y}{x} = \frac{ay}{bx}$$

* تمرين تطبيقي :

أحسب ما يلي مع الاختزال إذا كان ممكنا :

$$\frac{102}{15} \div \frac{-12}{-9} \quad ; \quad \frac{-12}{23} \div \frac{-23}{12} \quad ; \quad \frac{-5}{21} \div \frac{25}{7}$$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{102}{15} \div \frac{-12}{-9} &= \frac{102}{15} \times \frac{1}{-9} \\ &= \frac{34}{15} \times \frac{1}{-3} = \frac{34}{-45} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-12}{23} \div \frac{-23}{12} &= \frac{-12}{23} \times \frac{12}{-23} \\ &= \frac{-144}{-529} = \frac{144}{529} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-5}{21} \div \frac{25}{7} &= \frac{-5}{21} \times \frac{7}{25} \\ &= \frac{-1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{-1}{15} \end{aligned}$$