السقوط الرأسي لجسم صلب

I ــ مجال الثقالة

تعريف

كل جسم موجود على سطح الأرض أو في الحيز المحيط بها يخضع لقوة مطبقة من طرف الأرض تسمى بوزن الجسم ونرمز لها ب $\vec{P}$. هذه القوة هي ناتجة عن المجال المحدث من طرف الأرض يسمى بمجال الثقالة ونرمز له ب $\vec{g}$

العلاقة بين $\vec{P}$ و $\vec{g}$ هي : $\vec{g}=\frac{1}{m}\vec{P}$ حيث m كتلة الجسم .

مميزات متجهة مجال الثقالة :

ــ الاتجاه : الرأسي المار من مركز قصور الجسم .

ــ المنحى : نحو الأرض

ــ المنظم : شدة مجال الثقالة ونعبر عنها بالوحدة N/kg^{-1}

ملحوظة : تتعلق شدة مجال الثقالة بالارتفاع وبخط العرض .

II ــ القوى المطبقة من طرف مائع .

1ــ قوى الاحتكاك المائع

كل جسم في حركة داخل مائع

تكافئ هده القوى المطبقة من طرف المائع على الجسم المتحرك ، قوة وحيدة تسمى قوة المائع

مميزات قوة الاحتكاك المائع :

الأصل : مركز قصور الجسم

خط تأثيرها هو اتجاه متجهة سرعة مركز القصور G للجسم

المنحى : عكس منحى متجهة مركز فصور الجسم

الشدة :

المتحرك بالنسبة للمائع .

ننمذج شدتها بالعلاقة التالية : $f=k.v_G^n$ حيث k ثابتة تتعلق بطبيعة المائع وبشكل الجسم الصلب

نضع $v_G=v$ ، فتسبح العلاقة $f=k.v^n$.

ملحوظة : عندما تكون قيمة السرعة صغيرة ، نأخذ n=1 ، فتصبح العلاقة السابقة كالأتي : $f=k.v$ ، في هذه الحالة تتعلق k بلزوجة المائع .

عندما تكون قيمة السرعة v كبيرة ، نأخذ n=2 تصبح العلاقة السابقة $f=k.v^2$ في هذه الحالة ، لاتتعلق k بلزوجة المائع ، بل تتعلق بكتلته الحجمية.

2 ــ دافعة أرخميدس

يخضع كل جسم مغمور كليا أو جزئيا في مائع لقوى تماس ضاغطة مطبقة على سطح الجسم ، يسمي مجموع هذه القوى بدافعة أرخميدس .

مميزاتها هي :

ــ نقطة تأثيرها : مركز ثقل المائع المزاح

ــ الانجاه : الخط الرأسي

ــ المنحى : نحو الأعلى

ــ الشدة : تساوي شدة وزن الحجم المزاح للمائع : $\vec{F}_A=-\rho_f.V.\vec{g}$

بحيث أن ρ_f الكتلة الحجمية للمائع ب kg/m^3

V الحجم المزاح للمائع (m^3)

g : شدة مجال الثقالة (N/kg) أو m/s^2

F_A شدة دافعة أرخميدس (N)

ملحوظة : $\vec{F}_A=-\vec{P}_f$ ، $\vec{P}_f$ هي وزن الحجم المزاح .

نبين أن $\frac{\vec{F}_A}{\vec{P}_s}=\frac{\rho_f}{\rho_s}$ حيث P_s هو وزن الجسم الصلب المغمور في المائع و ρ_s كتلته الحجمية .

أذا كانت ρ_f أصغر بكثير من ρ_s فأن F_A تصغر بكثير من P_s هذه الحالة نجدها عندما يكون المائع غلزيا .

III ـ السقوط الرأسي باحتكاك

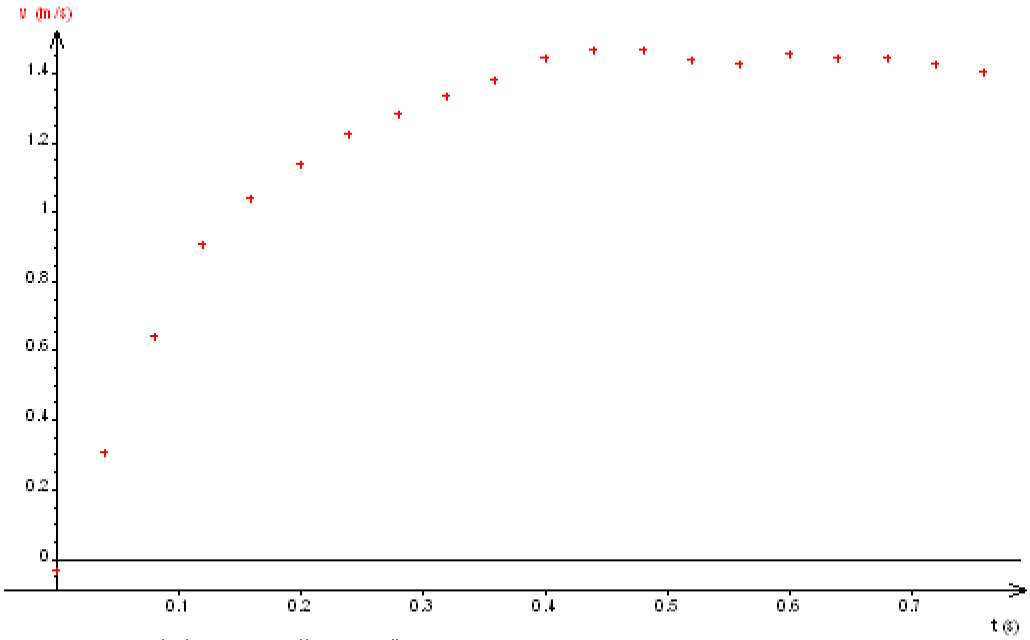
النشاط التجريبي

الهدف من التجربة : نمذجة حركة سقوط كرية في مائع بطريقة أولير

العدة التجريبية : مخبار مدرج من فئة 1ℓ . محلول الغليسيرول المخفف كتلته الحجمية $\rho_f=1,07g/m\ell$ ، كرية فولاذية كتلتها $m_b=6,88g$ وشعاعها R=5,9mm نسجل حركة الكرية في السائل بواسطة كاميرا رقمية ونحفظ الشريط المسجل لحركة الكرية في ملف من نوع

نستعمل برنم أفيميكا Avimeca لعملية تحديد مواضع النقط الموافقة لمواضع G مركز قصور الكرية خلال سقوطها مع اختيار محور رأسي موجه نحو الأسفل فنكتب قيم الأزواج (t,y) .

نرسل جدول القياس إلى برنم المجدول وراسم المنحنيات regressi ، وبعد تعريف إحداثية متجهة السرعة $\vec{v}_G$ وهي $v=\frac{dy}{dt}$ ، يقوم البرنم بحساب قيم v ثم رسم منحنى تغيرات v بدلالة الزمن t على الشاشة ، ثم نحفظ الملف .



منحنى تغير سرعة مركز قصور الكرية خلال سقوطها في سائل الغليسيرول مخفف

استثمار

1 ـ استغلال المنحنى v=f(t)

أ ـ يبرز المنحنى وجود نظامين ، حدد مبيانيا المجال الزمني لكل نظام مبرزا طبيعة حركة الكرية في كل نظام .

ب ـ هل تتزايد أم تتناقص متجهة التسارع $\vec{a}_G$ مركز قصور الكرية خلال الحركة ؟ علل جوابك .

ج ـ مثل على الشكل الخط المقارب للمنحنى .

يمثل نقطة تقاطع هذا الخط مع محور السرعات قيمة السرعة الحدية v_ℓ . حدد قيمة v_ℓ .

د ـ مثل في نفس المنحنى ، المماس للمنحنى عند الأصل O . يتقاطع هذا المماس على الخط المقارب في نقطة أفصولها τ نسميه الزمن المميز . عين قيمة τ .

ه ـ ما قيمة a_0 لإحداثية $\vec{a}_0$ على المحور الرأس عند اللحظة t=0 ؟

2 ـ الدراسة النظرية

أ ـ أذكر مرجعا يمكن اعتماده في دراسة حركة G مركز قصور الكرية .

ب ـ أثنا سقوط الكرية ، ما هي القوى المطبقة عليها . حدد مميزات كل القوى المطبقة على الكرية . حدد من بين القوى الثلاث ، القوة التي تتغير شدتها خلال النظام البدئي .

ج ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية أثناء سقوطها الرأسي في المائع في مرجع تحدده ، أكتب العلاقة التي تربط بين مجموع القوى الخارجية المطبقة على الكرية وm كتلة الكرية ومتجهة التسارع لمركز قصور الجسم $\vec{a}_G$.

د ـ بإسقاط هذه العلاقة على المحور $(O,\vec{k})$ الرأسي الموجه نحو الأسفل ، أثبت العلاقة التالية :

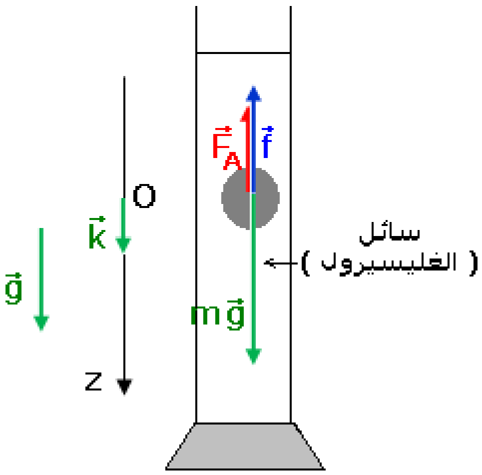
$\dfrac{dv}{dt} = A - Bv^n$ (1) . عبر عن A و B بدلالة m و k و F_A و g شدة الثقالة .

ه ـ بين أن سرعة G تبلغ قيمة حدية v_ℓ ، واعط تعبير v_ℓ بدلالة A و B و n .

و ـ أثبت أن العلاقة (1) تكتب على النحو التالي : $\dfrac{dv}{dt} = A\left(1-\left(\dfrac{v}{v_\ell}\right)^n\right)$ (2)

ز ـ أوجد التعبير الحرفي للإحداثية a لمتجهة التسارع $\vec{a}_G$ على المحور $(O,\vec{k})$ في اللحظة t=0

1 ـ المعادلة التفاضلية للحركة



دراسة حركة كرية كتلتها m و حجمها V وكتلتها الحجمية ρ_{bille} في مائع كتلته الحجمية ρ_{fluide} في حالة سكون بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي .

بما أم حركة الكرية رأسية ومنحاه نحو الأسفل ، نختار كمعلم متعامد و ممنظم موجه نحو الأسفل $(O,\vec{k})$.

ـ المجموعة المدروسة : الكرية

ـ جرد القوى المطبقة الخارجية حلال سقوطها :

$\vec{P}$: وزن الكرية ، $\vec{P} = m.\vec{g}$

$\vec{F}_A$: دافعة أرخميدس : $\vec{F}_A = -m_f.\vec{g} = -\rho_f.V.\vec{g}$

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك المائع : $\vec{f} = -k.v^n.\vec{k}$

ـ نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m_{bille}.\vec{a}_G$ حيث أن $\vec{a}_G = \vec{a}$ متجهة التسارع لمركز قصور الكرية

نسقط العلاقة المتجهية على المحور $(O,\vec{k})$ ، نحصل على المتساوية التالية :

$$m_{bille}g - m_f g - kv^n = m_{bille}.a$$

$$(m_b - m_f)g - kv^n = m_b.\frac{dv}{dt}$$

$$A = \frac{(m_b - m_f)}{m_b}g \qquad B = \frac{k}{m_b}$$

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^n$$

تمثل هذه المعادلة ، المعادلة التفاضلية لحركة G مركز قصور الكرية خلال السقوط الرأسي في السائل

2 ـ تحديد المقادير المميزة للحركة

أ ـ النظام الدائم : السرعة الحدية للكرية

تبين التجربة أن v_ℓ

بحيث تصبح حركة الكرية حركة مستقيمية منتظمة أي أن : $\frac{dv}{dt} = 0$

في المعادلة التفاضلية للحركة نستنتج :

$$A - Bv_\ell^n = 0 \Rightarrow v_\ell = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$v_\ell = \left(\frac{g}{k}(m_b - m_f)\right)^{\frac{1}{n}}$$

ـ عندما تقارب سرعة الكرية السرعة الحدية v_ℓ تخضع حركة G إلى نظام يسمى **النظام الدائم** ويتميز بثبات السرعة .

ب ـ النظام البدئي

قبل تحرير الكرية فهي تخضع إلى قوى مجموعها منعدم .

في اللحظة $t_0=0$

الرأسي للكرية وتتزايد سرعتة مركز قصورها : تسمى هذه المرحلة **بالنظام البدئي** بعد ذلك تتطور حركة G نحو نظام دائم يصبح فيه مجموع القوة المطبقة عاى الكرية مرة أخرى منعدم : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

أي أن $a=0$.

في المعادلة التفاضلية ، عند اللحظة $t_0=0$ لدينا $a_G(t_0=0) = a_O = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t_0=0}$ بحيث أن a_0 هو التسارع البدئي لمركز القصور G للكرية . لدينا كذلك $\vec{f} = \vec{0}$

$$(m_b - m_f)g = m_b.a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{(m_b - m_f)g}{m_b}$$

مبيانيا ، تساوي قيمة التسارع البدئي قيمة المعامل الموجه للمماس للمنحنى $t_0=0$.

ج ـ الزمن المميز للحركة

يتقاطع الخط المماس للمنحنى $v=f(t)$ مع الخط المقارب للمنحنى في نقطة أفصولها τ نسميه **الزمن المميز للحركة**

تحدد قيمة τ بالعلاقة : $v_\ell = a_0\tau$

ملحوظة : تمكن قيمة τ من إعطاء رتبة قدر مدة النظام البدئي .

3 ـ حل المعادلة التفاضلية للحركة بتطبيق طريقة أولير Euler

أ ـ مبدأ الطريقة

ـ تمكن طريقة أولير من التوصل لحل تقريبي للمعادلة التفاضلية للحركة بتعويض
بحيث نعلم أن

$$a(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}\Rightarrow a(t)=\left(\frac{dv}{dt}\right)\approx\frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}$$

$$v(t+\Delta t)=v(t)+a(t).\Delta t \qquad (1)$$

تتضمن هذه الطريقة مرحلتين من الحساب التي يجب إنجازها بصفة تكرارية لهذا نم وصفها بطريقة رقمية تكرارية . كما أن استعمال هذه الطريقة يستوجب معرفة سرعة مركز القصور في لحظة t والتي ما تكون في غالب الأحيان هي السرعة البدئية v_0 في اللحظة t=0 .

المرحلة الأولى :

من خلال العلاقة (1) والتي يمكن كتابتها على الشكل التالي : $v(t_{i+1})=v(t_i)+a(t_i).\Delta t$ بحيث أن

$$a_i=A-B.v_i^n$$

عند اللحظة t=0 لدينا $a_0=A-Bv_0^n$

في المرحلة الثانية :

نحسب $v_1=v_0+a_0v_0^n\Delta t$

Δt تسمى خطوة الحساب

ونعيد حساب التسارع والسرعة الموالبين بنفس الطريقة

ثم نبحث عن قيم n و A و B التي تمكن من تطابق القيم النظرية المحصلة باستعمال طريقة أولير مع القيم التجريبية أي تطابق المنحنيين .

VI ـ السقوط الرأسي الحر .

1 ـ تعريف

السقوط الحر لجسم صلب هو حركة مركز القصور هذا الجسم في مرجع أرضي عندما يخضع الجسم لقوة الثقالة فقط .

نظريا يكون السقوط حرا إذا تم قي الفراغ ،

عالية وشكله انسيابي ، ومنطقة سقوطه محدودة في مجال الثقالة .

2 ـ متجهة التسارع a_G لمركز القصور .

نعتبر السقوط الحر لجسم صلب في مجال الثقالة وفي مرجع أرضي . أي أن الجسم يوجد تأثير وزنه فقط .

نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}=m.\vec{g}=m\vec{a}_G$ أي أن $\vec{g}=\vec{a}_G$

3 ـ المعادلة الزمنية للحركة

في المعلم $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل نسقط العلاقة فنحصل على :

$a_z=g\Rightarrow\frac{dv_z}{dt}=g\Rightarrow v_z=gt+C$ نحدد الثابتة C بالشروط البدئية . نأخذ عند اللحظة $t_0=0$ أن

$v_G(t=0)=v_0=0$ أي أن $v_z=gt$ ونستنتج أن سرعة G دالة زمنية خطية .

بنفس الطريقة نبحث عن z(t) :

$v_z=\frac{dz}{dt}=gt\Rightarrow z(t)=\frac{1}{2}gt^2+C'$ ، نحدد كذلك الثابتة C′ بالشروط البدئية . نأخذ عند اللحظة t=0 أن

$z(0)=z_0=0$ وبالتالي فإن C′=0 أي أن المعادلة الزمنية لحركة السقوط الحر للجسم الصلب بدون سرعة بدئية ومن النقطة O تم اختيارها كأصل معلم الزمن هي : $z(t)=\frac{1}{2}gt^2$.

وهذه المعادلة نعممها بالنسبة لجميع الأجسام الصلبة التي تطلق بدون سرعة بدئية في سقوط حر أي أنها تسقط بنفس الحركة ، **حركة مستقيمية متغيرة بانتظام** .

تمرين تطبيقي 1 :

I ــ تسقط كرة رأسيا بدون سرعة بدئية . نعتبر السقوط حرا ونقوم بدراسته في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ محوره $(O,\vec{k})$ رأسي وموجه نحو الأسفل .

1 ــ ما طبيعة مسار G مركز قصور الكرة ؟

2 ــ أجرد القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها . ما القوى التي نهملها أمام وزن الجسم ؟ وما هي الشروط لكي نقوم بهذا الإهمال ؟

3 ــ عبر بدلالة الزمن t عن الأنسوب z للنقطة G .

4 ــ أحسب السرعة التي ستصل بها الكرة إلى الأرض . نعطي h=2m .

II ــ السرعة البدئية في اللحظة t=0 لمركز قصور الكرة أرسلت رأسيا نحو الأعلى تساوي v_0=15,0m/s

1 ــ اعط تعبير الإحداثية v لمتجهة السرعة لمركز القصور الكرة لمحور رأسي $(O,\vec{k})$ موجه نحو الأعلى للمعلم المتعامد والممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

2 ــ أوجد تعبير t_M تاريخ اللحظة الموافقة للارتفاع الأقصى z_M للنقطة G ، واحسب قيمته .

3 ــ أحسب قيمة z_M .

تطبيقات : الحركات المستوية
Application M mouvements plans

I ــ حركة قذيفة في مجال الثقالة

نسمي قذيفة كل جسم تم إرساله من سطح الأرض بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ على أن يبقى قريبا من سطح الأرض .

خلال هذه الدراسة ، نهمل قوى الآحتكاك مع الهواء ، ونعتبر أن القذيفة خاضعة لوزنها فقط أي حركتها سقوط حر .

1 ــ متجهة التسارع

نرسل من نقطة O قذيفة (كرية) ذات كتلة m بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ غيرٍ اسية أي أنها تكون زاوية α مع المستوى الأفقي Oxy ، نسمي الزاوية α بزاوية القذف. نعتبر أن مجال الثقالة منتظم .

ندرس حركة القذيفة في مرجع أرضي نعتبره غاليليا ، بحيث نمعلم مواضع G مركز قصور القذيفة في كل لحظة بإحداثياتها في معلم متعامد وممنظم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ مرتبط بالمرجع الأرضي .

نطبق القانون الثاني لنيوتن :

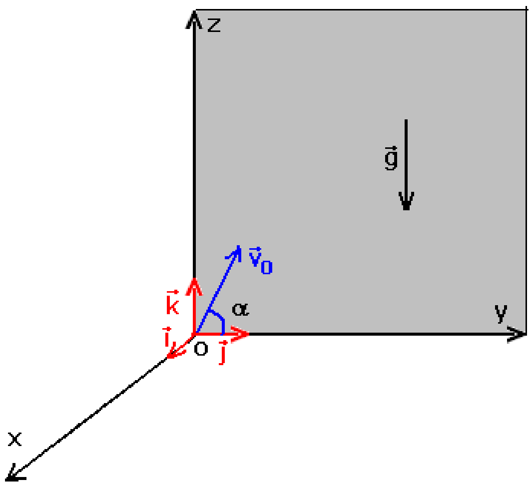
تخضع القذيفة إلى وزنها فقط أي أن $\vec{P}=m.\vec{a}_G$ ومنه $\vec{a}_G=\vec{g}$ (1)

إحداثيات $\vec{a}_G$ في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$:

على المحور $(O,\vec{i})$ لدينا $a_x=0$

على المحور $(O,\vec{j})$ لدينا $a_y=0$

على المحور $(O,\vec{k})$ لدينا $a_z=-g$



أي أن متجهة التسارع $\vec{a}_G$ رأسية منحاها من الأعلى نحو الأسفل ومنظمها يساوي عدديا منظم متجهة الثقالة $\vec{g}$.

2 ــ متجهة السرعة

لدينا حسب متجهة التسارع :

$$\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt}=0 \\ \dfrac{dv_y}{dt}=0 \\ \dfrac{dv_z}{dt}=-g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x=C_1 \\ v_y=C_2 \\ v_z=-gt+C_3 \end{cases}$$

C_1,C_2,C_3 ثوابت تحدد انطلاقا من الشروط البدئية .

أن متجهة السرعة البدئية توجد في المستوى (Oyz)

عند اللحظة $t_0=0$ لدينا :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=v_0\cos\alpha \\ v_{0z}=v_0\sin\alpha \end{cases}$$ وبالتالي ستكون

أي أن إحداثيات متجهة السرعة في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ هي :

$$\vec{v}_G \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases} \quad (2)$$

3 ـ المعادلات الزمنية للحركة :

لدينا :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = 0 \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = v_0 \cos\alpha \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = C_4 \\ y = (v_0 \cos\alpha)t + C_5 \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + C_6 \end{cases}$$

بحيث أن C_4, C_5, C_6 توابث يجب تحديدها انطلاقا من الشروط البدئية أي أنه في اللحظة $t_0 = 0$ لدينا :

$\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$ وبالتالي فإن $\begin{cases} C_4 = 0 \\ C_5 = 0 \\ C_6 = 0 \end{cases}$

وبالتالي تكون إحداثيات النقطة G في اللحظة t في المعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ هي كالتي :

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x = 0 \\ y = (v_0 \cos\alpha)t \quad (1) \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t \quad (2) \end{cases}$$

من خلال هذه المعادلات يتبين أن حركة G تتم في المستوى الرأسي (Oyz) نقول أن **الحركة مستوية**

ـ على المحور $(O, \vec{j})$ ، حركة G حركة مستقيمية منتظمة

ـ على المحور $(O, \vec{k})$ ، حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

4 ـ معادلة المسار

معادلة المسار هي العلاقة التي تجمع بين إحداثيتي النقطة المتحركة G ونحصل عليها بإقصاء المتغير t بين y و z .

من المعادلتين الزمنيتين (1) و (2) نحصل على :

$$y = (v_0 \cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{y}{v_0 \cos\alpha}$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t$$

أي أن معادلة المسار هي :

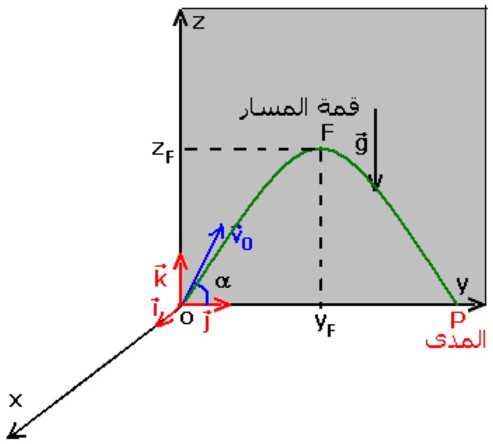
$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2\alpha}y^2 + y\tan\alpha$$

نستنتج أن مسار مركز قصور قذيفة في سقوط حر بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ غير رأسية في مجال الثقالة منتظم هو جزء من شلجم ينتمي إلى المستوى الرأسي الذي يحتوي على المتجهة $\vec{v}_0$.

5 ـ بعض مميزات المسار

أ ـ قمة المسار : (la flèche) هي أعلى نقطة يصل إليها مركز قصور القذيفة .

عند وصول مركز قصور القذيفة إلى قمة المسار F تكون لدينا



$\frac{dz}{dt}=0$ بالنسبة ل $y=y_F$

من خلال المعادلة (2) نحصل على :

$$\frac{dz}{dt}=-gt_F+v_0\sin\alpha=0\Rightarrow t_F=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

نعوض t_F في المعادلة (1)

$$y_F=\frac{v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}\Rightarrow y_F=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{2g}$$

$$z_F=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

ملحوظة : نحصل على أقصى قيمة لقمة المسار إذا كان

$\alpha=\frac{\pi}{2}$ أي في حالة إرسال قذيفة رأسيا نحو الأعلى .

ب ــ المدى la portée

هو المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القديفة لحظة انطلاقها والموضع P للنقطة G أثناء سقوط القذيفة بحيث تنتمي P إلى المحور الأفقي الذي يشمل G_0 .

لتكن y_P و z_P إحداثيتا النقطة P ، لدينا : $z_P=0$

أي أن

$$y_P\left(-\frac{g}{2v_0^2\cos\alpha}y_p+\tan\alpha\right)=0\Rightarrow\begin{cases}y_p=0\\ ou\\ y_p=\dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}\end{cases}$$

II ــ حركة دقيقة مشحونة في مجال كهرساكن منتظم .

1 ــ المجال الكهرساكن

أ ــ المجال الكهرساكن المحدث من طرف شحنة نقطية

تحدث دقيقة مشحونة شحنتها q توجد في نقطة O من الفراغ ، مجالا كهرساكنا في نقطة M متجهته $\vec{E}(M)$ بحيث أن :

$$\vec{E}(M)=\frac{\vec{F}(M)}{q}$$

نعبر عن الشحنة q بالكولوم (C)

وعن F بالوحدة النيوتن N

وعن E شدة المجال الكهرساكن ب (N/C)

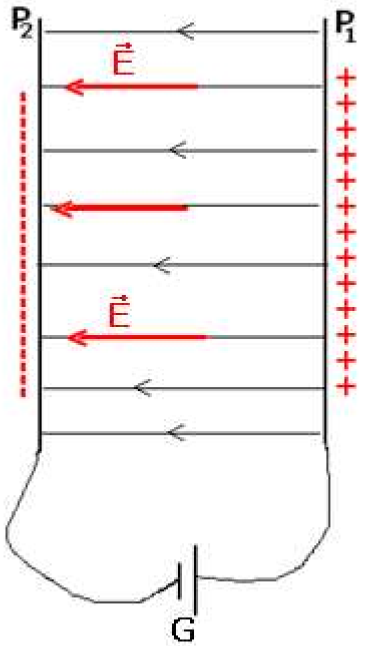
ملحوظة :

ــ $F=qE$ في حالة أن $q>0$

ــ $F=|q|E$ في حالة $q<0$

ــ يبرز وجود مجال كهرساكن في نقطة ما بوضع دقيقة مشحونة في تلك النقطة حيث تخضع إلى قوة كهرساكنة .

ب ــ خطوط المجال



نسمي خط المجال الكهرساكن كل منحنى (أو مستقيم) تكون متجهة مجال الكهرساكن مماسة له في كل نقطة من نقطه .

ج ــ المجال الكهرساكن المتظم

يكون المجال كهرساكن منتظما إذا كان لمتجهته $\vec{E}$ ، في كل نقطة من نقطه ، نفس الاتجاه ونفس المنحى ونفس المنظم .

إذا كان المجال الكهرساكن منتظما تكون خطوط المجال عبارة عن مستقيمات متوازية .

يتحقق المجال الكهرساكن المنتظم بتطبيق توتر مستمر ثابت بين صفيحتين فليزيتين متوازيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما .

لدينا حسب الشكل جانبه : $U = V_{P_1} - V_{P_2} > 0$

عند تطبيق توتر كهربائي مستمر U على صفيحتين فليزيتين لهما أبعاد أكبر بكثير من المسافة d التي تفصلهما تكون متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ثابتة ، وعمودية على الصفيحتين ، وموجهة نحو الجهود التناقصية ومنظمها هو : $E = \dfrac{U}{d}$ بحيث أن :

U التوتر المطبق بين الصفيحتين بالفولط (V)

d المسافة الفاصلة بين الصفيحتين .

E شدة المجال الكهرساكن نعبر عنه V/m

2 ــ حركة دقيقة في مجال كهرساكن منتظم

نعتبر دقيقة مشحونة ، ذات كتلة m وشحنة q بحيث أن $(q<0)$ مثلا إلكترون ، توجد في مجال كهرساكن منتظم .

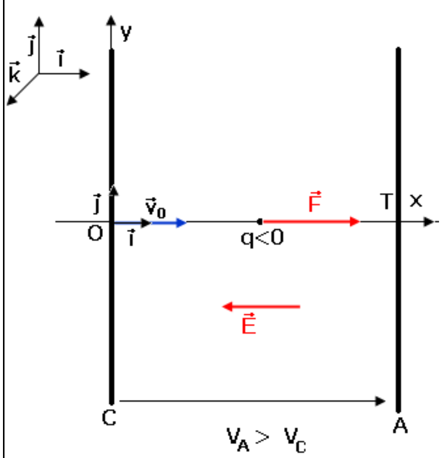
جرد القوى المطبقة على الدقيقة :

القوة الكهرساكنة $\vec{F}$ بحيث أن $\vec{F} = q\vec{E}$ وإلى وزنها $\vec{P}$ الذي نهمل شدته أمام F .

باعتبار مرجع أرضي كمرجعا غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة أثناء حركتها في معلم مرتبط بالمرجع الأرضي :

$\vec{F} = m.\vec{a}$ حيث $\vec{a}$ متجهة تسارع الدقيقة .

يتعلق مسار الدقيقة باتجاه $\vec{v}_0$ متجهة السرعة البدئية للدقيقة لحظة دخولها المجال الكهرساكن المنتظم ، بالنسبة لاتجاه $\vec{E}$:



الحالة الأولى : $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ المجال الكهرساكن $\vec{E}$ في النقطة O في اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ متوازية مع $\vec{E}$.

لدينا العلاقة : $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{E}$

نسقط هذه العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم المرتبط بالمرجع الأرضي $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ فنحصل على إحداثيات متجهة التسارع ومتجهة السرعة ومتجهة الموضع ، باعتبار الشروط البدئية التالية :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad O\begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = -\dfrac{qE}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases} \quad و \quad \vec{v}\begin{cases} v_x = -\dfrac{qE}{m}t + v_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \quad و \quad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x_M = -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}t^2 + v_0 t \\ y_M = 0 \\ z_M = 0 \end{cases}$$

نستنتج من خلال هذه المعادلات أنه ليست هناك حركة على المحورين (Oy) و (Oz) بل تتم حركة الدقيقة على المحور (Ox) وبالتالي فإن حركة الدقيقة على هذا المحور مستقيمية متغيرة بانتظام .

هل هذه الحركة متسارعة أم متباطئة ؟

بتحديد الجداء السلمي التالي : $\vec{a}.\vec{v} > 0$ وبالتالي فالحركة مستقيمية متسارعة .

حالة خاصة : مدفع الإلكترونات حيث تكون السرعة البدئية v_0 للإلكترون مهملة وتقارب الصفر .

في هذه الحالة تكون معادلات حركة الإلكترون هي :

$$a_x = \frac{eE}{m} \quad , \quad v_x = \frac{eE}{m}t \quad , \quad x = \frac{eE}{2m}t^2$$

يمكن حساب السرعة التي تغادر بها الإلكترون الثقب T وذلك بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الإلكترون بين O و T :

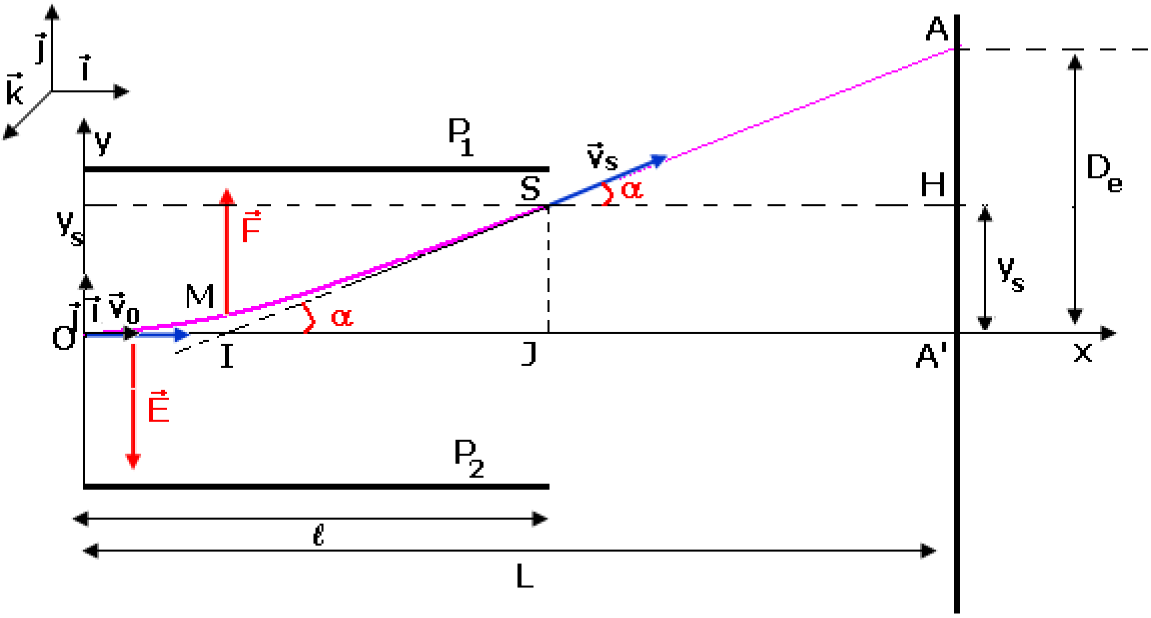
$$_O^T\Delta E_C = W_{O\to T}(\vec{F}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eU_{AC}$$

$$U_{AC} = E.d \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eE.d$$

وبالتالي تكون سرعة الإلكترون هي : $v = \sqrt{\dfrac{2e.E.d}{m}}$ وتكون هذه السرعة جد عالية ونلاحظ أن هذه السرعة تكبر كلما تزايدت شدة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ ، نقول أن المجال الكهرساكن يتصرف **كمسرع للدقيقة .**

الحالة الثانية : $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{E}$

تدخل دقيقة مشحونة $(q<0)$ في اللحظة $t_0 = 0$ بالسرعة $\vec{v}_0$ عمودية على متجهة المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ في النقطة O.



أ ـ متجهة التسارع :

متجهة التسارع للدقيقة في المجال $\vec{E}$ هي : $\boxed{\vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}}$ في مرجع أرضي .

نسقط العلاقة في المعلم المتعامد والممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ حيث $\vec{E}=-E\vec{j}$

$\vec{E}\begin{cases}0\\-E\\0\end{cases}$ و $\vec{a}\begin{cases}a_x\\a_y\\a_z\end{cases}$ ونستنتج من خلال القانون الثاني لنيوتن أن $\boxed{\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-\frac{qE}{m}\\a_z=0\end{cases}}$

ب ـ المعادلات الزمنية

باعتبار الشروط البدئية التالية :

$\overrightarrow{OM}_0\begin{cases}0\\0\\0\end{cases}$ و $\vec{v}_0\begin{cases}v_0\\0\\0\end{cases}$ نحصل على إحداثيات متجهة السرعة : $\boxed{\vec{v}\begin{cases}v_x=v_0\\v_y=-\frac{qE}{m}t\\v_z=0\end{cases}}$ وعلى المعادلات الزمنية

في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ أي أن $\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=v_0t\\y=-\frac{qE}{m}t^2\\z=0\end{cases}}$

نستنتج أن حركة الدقيقة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ ، تتم في المستوى (Oxy) إذن فهي حركة مستوية .

على المحور $(O,\vec{i})$ حركة مستقيمية منتظمة

على المحور $(O,\vec{j})$ حركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

ج ـ معادلة المسار ،

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن t بين المعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) :

$t=\frac{x}{v_0}$ في المعادلة الزمنية y(t) لدينا : $\boxed{y=-\frac{qE}{2mv_0^2}x^2}$ بحيث أن $q<0$.

مسار الدقيقة المشحونة في مجال كهرساكن منتظم عمودي على متجهة السرعة البدئية $\vec{v}_0$ عبارة عن جزء من شلجم .

د ـ سرعة الدقيقة لحظة خروجها من المجال الكهرساكن :

لدينا حسب الشكل أعلاه أن إحداثياتي S نقطة خروج الدقيقة من المجال الكهرساكن هما :

$S\begin{cases}x_s=\ell\\y_S=-\frac{qE}{2mv_0^2}\ell^2\end{cases}$ وتوجد الدقيقة في النقطة S عند اللحظة $t_S=\frac{\ell}{v_0}$ في المعادلات السرعة نحصل على : $\boxed{\vec{v}_S\begin{cases}v_{Sx}=v_0\\v_{Sy}=-\frac{qE}{m}\left(\frac{\ell}{v_0}\right)\end{cases}}$

تكون المتجهة $\vec{v}_S$ مع الاتجاه الأفقي زاوية α تسمى **الانحراف الزاوي** بحيث أن

$$\tan\alpha = \frac{v_{Sy}}{v_{Sx}} = -\frac{qE}{mv_0^2}$$

ه ـ الانحراف الكهرساكن :

طبيعة حركة الدقيقة عند مغادرتها المجال الكهرساكن :

عند خروجها من المجال الكهرساكن فالقوى المطبقة عليها هي وزنها فقط وبإهماله ، حسب مبدأ القصور تكون حركة الدقيقة مستقيمية منتظمة سرعتها $\vec{v}_S$. فتصطدم بشاشة مستشععة عمودية على المحور $(O,\vec{i})$. نعطي $OA' = L$ المسافة الفاصلة بين الشاشة والنقطة O نقطة انطلاق الدقيقة

نسمي D_e **الانحراف الكهربائي** وهو المسافة بين النقطة A′ نقطة اصطدام في غياب المجال الكهرساكن و A نقطة اصطدام بوجود المجال الكهرساكن . من خلال الشكل لدينا :

$D_e = A'A = A'H + HA$ بحيث أن $A'H = y_s$ و $\tan\alpha = \dfrac{AH}{L-\ell}$ أي أن $D_e = y_s + (L-\ell)\tan\alpha$

حسب العلاقات السابقة لدينا :

$D_e = -\left(L - \dfrac{\ell}{2}\right)\dfrac{qE\ell}{mv_0^2}$ وبما أن $E = \dfrac{U}{d}$ تصبح العلاقة : $D_e = -\left(L - \dfrac{\ell}{2}\right)\dfrac{qU\ell}{mdv_0^2}$ والتي تكتب على

الشكل التالي : $D_e = K.U$ بحيث K هي $K = -\left(L - \dfrac{\ell}{2}\right)\dfrac{q\ell}{mdv_0^2}$

نستنتج أن الانحراف الكهرساكن يتناسب اطرادا مع التوتر المطبق بين الصفيحتين

وتستغل هذه الخاصية في مبدأ اشتغال راسم التذبذب ، حيث يتناسب الانحراف الرأسي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الأفقيتين والانحراف الأفقي مع التوتر المطبق على الصفيحتين الرأسيتين

تمرين تطبيقي :

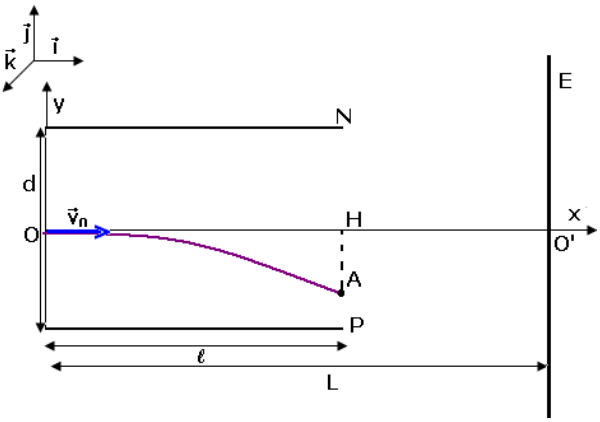
تلج إلكترون بين صفيحتين فليزيتين أفقيتين لراسم تذبذب بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ أفقية ، $v_0 = 10^7 m/s$.

التوتر بين الصفيحتين $U = V_P - V_N = 40V$ ؛ المسافة الفاصلة بين الصفيحتين $d = 4cm$ وطول كل منهما $\ell = 6cm$.

1 ـ أحسب المسافة AH التي تمثل الانتقال الرأسي للإلكترون عند مغادرتها المجال الكهرساكن $\vec{E}$

2 ـ حدد مميزات متجهة سرعة الإلكترون في النقطة A .

3 ـ أحسب قيمة الانحراف الكهربائي D_e . المسافة الفاصلة بين الشاشة المستشععة والنقطة O هي $L = 50cm$



لكي تلج الإلكترون بالسرعة البدئية $v_0 = 10^7 m/s$ ما هي قيمة توتر التسريع U′ التي يجب استعماله ؟ أوجد تعبير D_e بدلالة U و U′

الأجوبة :

1 ـ $|AH| \simeq 3,2.10^{-3} m$ 2 ـ $\alpha \simeq 6°$ مع الخط الأفقي والسرعة تساوي تقريبا السرعة v₀

3 ـ $D_e \simeq 5cm$ و $U' = 282,5V$

III ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال مغنطيسي منتظم .

1 ـ تأثير مجال مغنطيسي على حزمة من إلكترونات

تجربة : عند تقريب مغنطيس من أنبوب مفرغ نلاحظ انحراف الحزمة الإلكترونية . نفس الملاحظة عند تقريب ملف لولبي يمر فيه تيار كهربائي . يتغير منحى الانحراف عند عكس موضعي قطبي المغنطيس أو بعكس منحى التيار الكهربائي المار في الملف اللولبي .

نستنتج :

ميكانيكيا على حزمة الإلكترونات داخل النبوب المفرغ من الهواء . نقرن هذا التأثير الميكانيكي بقوة تسمى القوة المغنطيسية . ما هي مميزاتها ؟

2 ـ القوة المغنطيسية ،

2 ـ 1 علاقة لورنتز

تخضع دقيقة مشحونة ، ذات شحنة q تتحرك بسرعة متجهتها $\vec{v}$ داخل مجال مغنطيسي متجهته $\vec{B}$ إلى قوة مغنطيسية $\vec{F}$ تسمى قوة لورنتز تحددها العلاقة المتجهية التالية : $\vec{F} = q\vec{E} \wedge \vec{B}$

معرفة مميزات المتجهتين $q\vec{v}$ و $\vec{B}$ تمكن من استنتاج مميزات القوة $\vec{F}$.

خلال هذه الدراسة نهمل وزن الدقيقة المشحونة أمام القوة المغنطيسية التي تطبق عليها

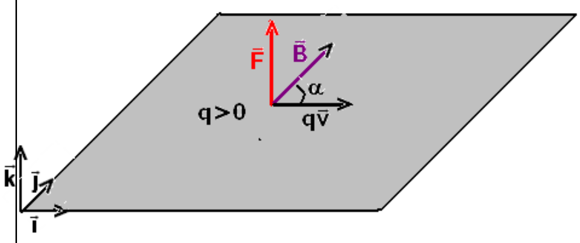
2 ـ 2 مميزات القوة المغنطيسية

مميزات قوة لورنتز هي :

ـ نقطة التأثير الدقيقة نفسها باعتبارها نقطة مادية .

ـ خط التأثير : العمودي على المستوى المحدد بواسطة $(\vec{v}, \vec{B})$ ؛ $\vec{F}$ عمودية على المتجهة $\vec{v}$ وعلى المتجهة $\vec{B}$.

ـ المنحى : هو المنحى بحيث يكون ثلاثي الوجه $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$ مباشرا .



ـ الشدة : $F = |qvB\sin\alpha|$

q : شحنة الدقيقة ب (C)

v : سرعة الدقيقة ب m/s

B : شدة المجال المغنطيسي (T)

α الزاوية التي تكونها $\vec{v}$ مع $\vec{B}$

F : شدة قوة لورنتز (N)

ملحوظة :

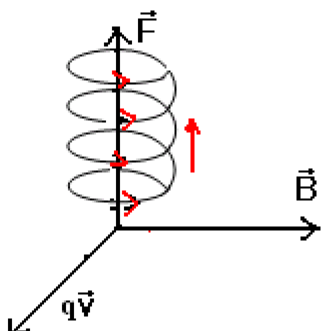
منحى $\vec{F}$ يتغير حسب إشارة q . عمليا للحصول على منحى المتجهة $\vec{F}$ نطبق إحدى القواعد .

ـ قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى . الإبهام $q\vec{v}$. السبابة : $\vec{B}$.

الوسطى: $\vec{F}$

ـ قاعدة مفك البرغي

ـ قاعدة اليد اليمنى



قاعدة مفك البرغي

الحالات التي تنعدم فيها القوة المغناطيسية :

- q=0 دقيقة محايدة كهربائيا
- $\vec{v} = \vec{0}$ دقيقة متوقفة
- $\vec{B} = \vec{0}$ غياب المجال المغنطيسي
- $\alpha = 0$ أو $\alpha = \pi$ أي $\vec{v}$ و $\vec{B}$ على استقامة واحدة .

<u>تمرين تطبيقي</u> : **ندخل حزمة من دقائق الهيليوم $^{2}_{4}He^{2+}$**

بسرعة $v_0=10^3 m/s$ مجالا مغناطيسيا شدته $B=2.10^{-3}T$. علما أن $(\vec{v}_0, \vec{B})$ تكون زاوية 60° ،

أحسب شدة القوة المغناطيسية التي تخضع إليها الدقائق الهيليوم . ومثل المتجهات $\vec{B}$ و $\vec{v}_0$

و $\vec{F}$ على تبيانة في الحالتين التاليتين : $(\vec{v}_0, \vec{B}) = 60°$ و $(\vec{B}, \vec{v}_0) = 60°$

الحل : حسب علاقة لورنتز : $\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ حسب المعطيات عندنا $q = +2e$ و $v_0 = 10^3 m/s$ و
$B = 2.10^{-3} T$

بما أن شدة القوة $\vec{F}$ هي $F = |qvB\sin\alpha|$ فإن $F = 3,2.10^{-19} N$

3ـ حركة دقيقة مشحونة في مجال مغناطيسي منتظم

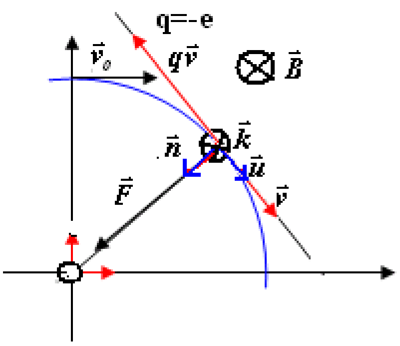
ندرس حركة دقيقة تم تعممها على الحزمة الإلكترونية باعتبار أن جميع الدقائق مماثلة في الحركة
نعتبر دقيقة شحنتها q وكتلتها m تلج مجالا مغنطيسيا منتظما $\vec{B}$ بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{B}$.

أ ـ طبيعة حركة الحزمة الإلكترونية داخل المجال المغناطيسي $\vec{B}$.

ـ نبين أن مسار الإلكترون مسار مستو ي
نطبق القانون الثاني لنيوتن على الدقيقة في اللحظة t ،
$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ نهمل وزن الدقيقة أمام الشدة القوة المغناطيسية فتصبح العلاقة المتجهية السابقة على الشكل التالي : $\vec{F} = m.\vec{a}$ وبما أن $\vec{F} = q\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ إذن $q\vec{v}_0 \wedge \vec{B} = m.\vec{a}$ أي أن $\vec{a} = \frac{q}{m}(\vec{v}_0 \wedge \vec{B})$

في معلم فريني الذي تم اختياره في الشكل $M(\vec{u}, \vec{n}, \vec{k})$ أن $\vec{a}(0, a_n, 0)$ يعني أن $a_z = 0$ ومنه $z = g(t) = 0$ مما يبين أن حركة الدقيقة تتم في المستوى $(\vec{u}, \vec{n})$ وبالتالي فحركة الدقيقة حركة مستوية .

ب ـ ما هو شكل المسار ؟



حسب التحليل السابق وفي معلم فريني $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن

$v = cte = v_0$

وكذلك $a_n = \frac{v_0^2}{\rho_n}$ ونعلم أنه في معلم فريني $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t = \vec{a}_n$

إذن $\frac{v_0^2}{\rho} = \frac{q}{m} v_0 B \Rightarrow a = a_n$ نستنتج أن $\rho = \frac{m.v_0}{|q|.B} = Cte = R$

إذن مسار الدقيقة هو مسار دائري .

ج ـ خلاصة

حركة دقيقة ذات شحنة q وكتلة m عند ولوجها مجالا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ متعامدة مع $\vec{B}$ ، حركة دائرية منتظمة .

ـ مسارها ينتمي إلى المستوى العمودي على المجال .

ـ شعاعها يساوي : $R = \frac{m.v_0}{|q|.B}$ **(1)**

د ـ الدراسة الطاقية

*** قدرة القوة المغناطيسية**

$$\mathscr{P} = \vec{F}.\vec{v} \Leftrightarrow \mathscr{P} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}).\vec{v} = 0$$

قدرة القوة المغناطيسية دائما منعدمة لكون أن هذه القوة دائما عمودية على السرعة
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الدقيقة عند انتقالها خلال مدة زمنية Δt :

إذن $E_C = Cte$ أي أن $\Delta E_C = W(\vec{F}) = 0$ $\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = Cte \Rightarrow v = cte = v_0}$

خلاصة : المجال المغناطيسي لا يغير الطاقة الحركية لدقيقة مشحونة .

4 : الإنحراف المغناطيسي

تعريف : نسمي الانحراف المغناطيسي المسافة $\boxed{\overline{O'P} = D_m}$

تلج حزمة دقائق من النقطة O وبسرعة $\vec{v}_0$ حيزا طوله ℓ حيث يخضع لمجال مغناطيسي منتظم ☐ متعامد مع متجهة السرعة البدئية .

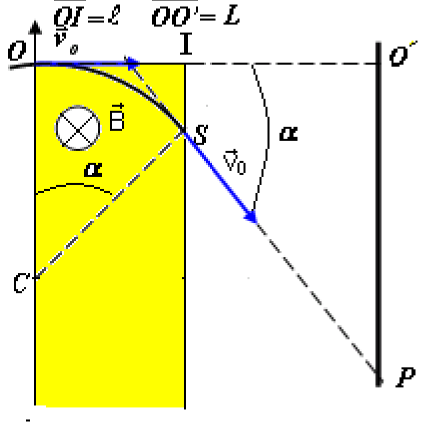
مسار كل دقيقة في المجال المغناطيسي هو عبارة عن قوس من دائرة مركزها C وشعاعها $R = \frac{mv_0}{|q|.B}$

.

عند النقطة S تغادر الدقيقة المجال المغناطيسي بسرعة $\vec{v}_0$ بحيث تصبح حركتها مستقيمية منتظمة (مبدأ القصور)

الزاوية $\alpha = (OC, OS)$ تسمى بالانحراف الزاوي بحيث أن $\sin\alpha = \frac{\ell}{R}$ وكذلك

$$\tan\alpha = \frac{\overline{O'P}}{\overline{OO'} - \overline{OI}} = \frac{D_m}{L - OI}$$



وبما أن في الأجهزة المستعملة α صغيرة جدا وكذلك $\ell << L$)

($\sin\alpha = \tan\alpha$

أي أن $\frac{\ell}{R} = \frac{D_m}{L}$ $D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}$

ملحوظة : المقارنة بين الانحراف الكهربائي والانحراف المغناطيسي

$\boxed{D_e = \frac{|q|E.L.\ell}{m.v_0^2}}$ و $\boxed{D_m = \frac{|q|.B.L.\ell}{m.v_0}}$

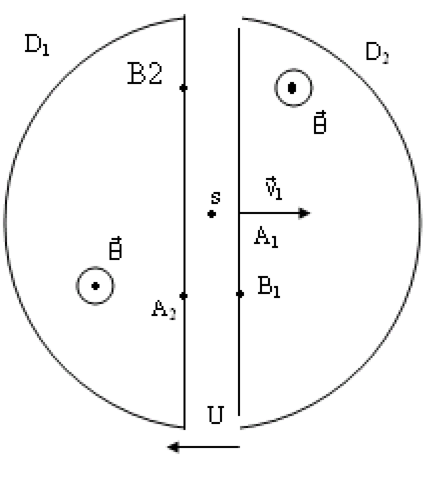
يلاحظ أن الانحراف المغناطيسي أكثر تكيفا من الانحراف الكهربائي

لأنه يتناسب اطرادا مع $\frac{1}{v_0}$. لهذا يستعمل في أنبوب التلفاز .

VI تطبيقات :

1 ـ السيكلوترون

السكلوترون جهاز مسرع الدقائق ، يتكون سيكلوترون من علبتين موصليتين D_1 و D_2 على شكل نصف أسطوانتين مفرغتين تفصل بينهما مسافة جد صغيرة أمام شعاعهما .



يوجد داخل كل علبة مجال مغنطيسي منتظم $\vec{B}$ شدته $B = 0.14T$.

1 ـ نطبق بين العلبتين توترا U ثابتا وموجبا . تنطلق حزمة من البروتونات من المنبع S ، فيتم تسرعها نحو العلبة D_1 ، حيث تكون سرعة كل بروتون عند وصوله النقطة A هي : $v_1 = 4.38.10^5 m/s$

1 ـ 2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد قيمة R_1 ، شعاع المسار الدائري للبروتون داخل D_1 .

1 ـ 2 أوجد قيمة الدور T لحركة البروتون . بين أن T لا ترتبط بسرعة البروتون ولا بشعاع مساره .

2 ـ يصل البروتون إلى B_1 في اللحظة التي تتغير عندها إشارة التوتر U ، فيتسرع البروتون ، من جديد ، نحو العلبة D_2

2 ـ 1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية ، أوجد السرعة v_2 للبروتون عند النقطة A_2 ، علما أن $U = -2kV$ قارن v_1 و v_2 .

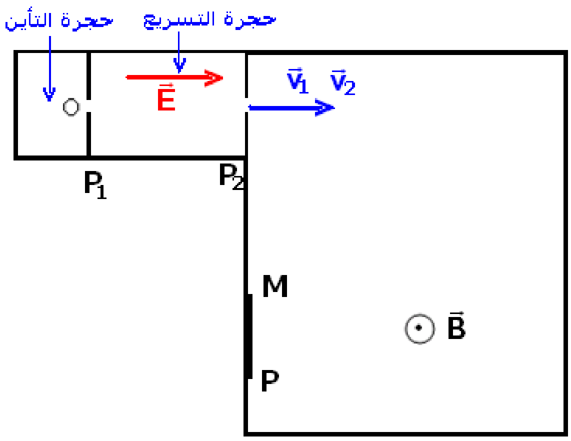
2 ــ 2 ليكن R_2 شعاع مسار البروتون داخل العلبة D_2 برهن على أن $R_2>R_1$.
2 ــ 3 عند وصول البروتون إلى النقطة B_2 ، تتغير إشارة التوتر من جديد . صف حركة البروتون بعد وصوله إلى B_2 . استنتج وظيفة السيكلوترون ، إذا علمت أن إشارة U تتغير دوريا .
نعطي كتلة البروتون $m=1.67.10^{-27}kg$
شحنة البروتون $e = 1.6.10^{-19}C$

2 ــ راسم طيف الكتلة

راسم طيف الكتلة جهاز يمكن من فرز أيونات ذات كتل أو شحن مختلفة ، وذلك باستعمال مجال كهرساكن ومجال مغنطيسي .
يتكون راسم الطيف للكتلة من نوع دمبستر (Dempster) من :
حجرة التأين حيث تنتج الأيونات ؛
حجرة التسريع حيث تدخل الأيونات بسرعة تكاد تكون منعدمة لتسرع $\vec{E}$ محدث بواسطة توتر U .
نريد فرز الأيونات ${}_2^3He^{2+}, {}_2^4He^{2+}$ كتلتاهما إتباعا $m_3= 5.10^{-27}kg$ و $m_4=6.7.10^{-27}$ ندخل الأيونات في مجال كهرساكن منتظم محدث بواسطة توتر U مطبق بين صفيحتين رأسيتين P_1 و P_2 لتسريعهما إلى النقطة A .

1 ــ تخرج الأيونات ${}_2^3He^{2+}, {}_2^4He^{2+}$ من النقطة A على التتابع بالسرعتين $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ نهمل السرعتين عند النقطة O . عبر عن السرعتين v_1 و v_2 بدلالة معطيات النص .
أحسب v_1 وv_2 .

2 ــ تدخل الأيونات ، عند النقطة A ، مجالا مغناطيسيا منتظما $\vec{B}$ عموديا على متجهتي السرعتين $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ وتصل إلى منطقة الإستقبال MP المعينة على الشكل .
احسب المسافة MP الفاصلة بين P و M نقطتي وقع الأيونات ${}_2^3He^{2+}, {}_2^4He^{2+}$ على منطقة استقبال . نعطي U $=10^4V$ و $B=0.5T$

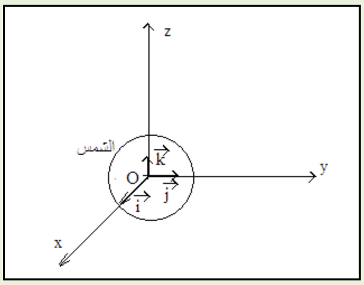


الوحدة 4

تطبيقات : الأقمار الاصطناعية و الكواكب
Application : satellites artificiels et planètes

I) القوانين الثلاثة لكيبلر les trois lois de Kepler

1 ـ المرجع المركزي الشمسي (تذكير)



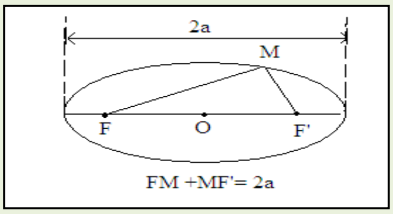
لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نستعمل المرجع المركزي الشمسي .

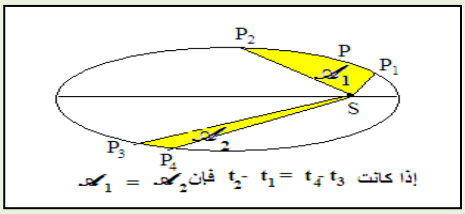
نقرن هذا المرجع بالمعلم المتعامد و الممنظم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الذي نعتبره غاليليا

2 ـ قوانين كيبلر

1.2 ـ القانون الأول أو قانون المدارات الإهليجية

مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الشمسي ، إهليجي يمثل مركز قصور الشمس إحدى بؤرتيه





2.2 ـ القانون الثاني أو قانون المساحات

تكسح القطعة SP التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية .

ملحوظة :

هذا القانون يبين أن سرعة الكوكب أثناء حركته تتغير من نقطة إلى أخرى . تكون السرعة قصوية عندما يكون الكوكب قريبا من الشمس .

3.2 ـ القانون الثالث أو قانون الأدوار

أ ـ الدورة الفلكية : نسمي دورة فلكية لكوكب ما ، حركته بين مرورين متتالين لمركزه P من نفس النقطة من مداره حول الشمس .

ب ـ الدور المداري : نسمي الدور المداري لكوكب ما ، المدة الزمنية T التي يستغرقها مركزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .

ج ـ نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطرادا مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليج

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

k ثابتة بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي و حدتها $m^2.s^{-3}$

د ـ ملحوظتان

ـ إذا كان مسار الكوكب دائري فإننا نعبر عن قانون كيبلر الثالث كما يلي : $\frac{T^2}{r^3} = k$ بحيث r شعاع المسار الدائري

ـ نطبق القانون الثالث لكيبلر على جميع الأقمار طبيعية أو اصطناعية التي تدور حول كوكب ما . $\frac{T^2}{a^3} = k'$ k' لا تتعلق إلا بالكوكب

هـ ـ تمرين تطبيقي

المسافة المتوسطة بين مركزي الأرض و الشمس تساوي $1,5.10^8 km$. تمكن هذه المسافة من تعريف الوحدة الفلكية $1UA = 1,5.10^6 km$ (unité astronomique) أحسب بالوحدة UA و بالوحدة km المسافة الفاصلة بين مركزي الشمس و الزهرة ، و بين مركزي الشمس و زحل . نعتبر مداري الكوكبين حول الشمس دائريين .

الكوكب	الزهرة	الأرض	زحل
الدور المداري T (ans)	0,615	1,000	29,457

الحل

نسمي r_1 المسافة بين الشمس و الأرض و r_2 المسافة بين الشمس و الزهرة و r_3 المسافة بين الشمس و المريخ .

نسمي T_1 الدور المداري للأرض و T_2 الدور المداري للزهرة و T_3 الدور المداري للمريخ

لدينا $r_2 = 1,08.10^8 km \Leftarrow r_2 = 0,723UA \Leftarrow r_2^3 = \frac{T_2^2}{T_1^{2...}} r_1^3 = (\frac{0,615}{1})^2.1^3 = 0,378225 \Leftarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$

$r_2 = 1,43.10^9 km \Leftarrow r_2 = 9,538UA \Leftarrow r_3^3 = \frac{T_3^2}{T_1^{2...}} r_1^3 = (\frac{29,457}{1})^2.1^3 = 867,715 \Leftarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_3^2}{r_3^3}$

II) الحركة الدائرية المنتظمة mouvement circulaire uniforme

1 ـ تعريف

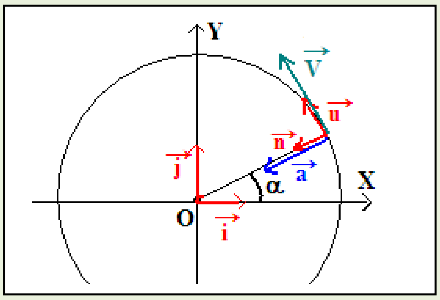
تكون حركة نقطة دائرية منتظمة إذا كان مسارها دائريا و سرعتها ثابتة .

2 ـ متجهة السرعة و التسارع

1.2 - تعريف

$v = r.\omega$ مع $\vec{V} = v.\vec{u}$

السرعة الزاوية ثابتة $\omega = \dot{\theta} = \dfrac{d\theta}{dt} = cte$



2.2 - المعادلة الزمنية للحركة

$$\theta = \omega.t + \theta_0 \Leftarrow \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$s(t) = v.t + v_0 \Leftarrow v = \frac{ds}{dt}$$

3.2 - دور الحركة

هو المدة الزمنية T اللازمة لإنجاز دورة كاملة : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi.r}{v}$

4.2 - متجهة التسارع

$\vec{a} = a_N.\vec{n}$ مع $a_N = \dfrac{V^2}{r} = r.\omega^2$ و $a_T = \dfrac{dv}{dt} = 0$

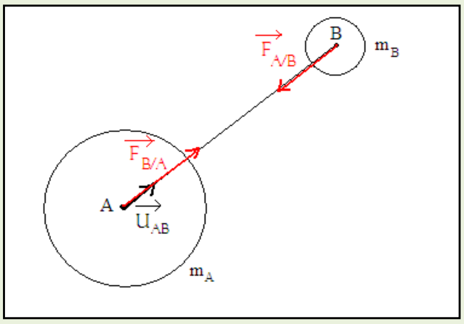
3 - شرط الحصول على حركة دائرية

لكي نحصل على حركة انجدابية مركزية يجب أن تكون :

- متجهة السرعة انجذابية مركزية و منظمها ثابت .
- محصلة القوى الخارجية المطبقة على الجسم $\vec{F} = \sum \vec{F}_{ex}$ انجدابية مركزية منظمها $F = m\dfrac{v^2}{r}$

III) الحركة المدارية للكواكب mouvement orbitale des planète

1 - قانون نيوتن للتجاذب الكوني Loi d'attraction universel



$$\vec{F}_{A/B} = \vec{F}_{B/A} = -G.\frac{m_A.m_B}{AB^2}\vec{u}_{AB}$$

ثابتة التجاذب الكوني : $G = 6{,}67.10^{-11}(SI)$

2 - الحركة المدارية للكواكب حول الشمس

1.2 - نشاط

نعتبر كوكبا كتلته m و مركزه P في حركة دائرية حول الشمس ذات الكتلة m_S و المركز S .

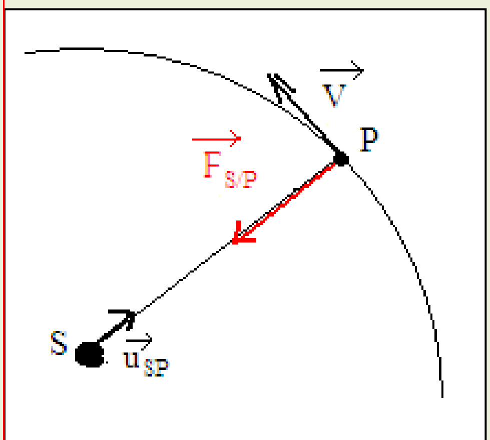
أ - بتطبيق الشرط الثاني لنيوتن على الكوكب أوجد تعبير متجهة تسارعه ,

ب - بين أن حركة الكوكب دائرية منتظمة و استنتج تعبير سرعة الكوكب في مداره حول الشمس ,

ج - أوجد تعبير الدور المداري للكوكب في مداره حول الشمس

د - استنتج كتلة الشمس m_S علما أن الكوكب هو الأرض و المسافة بين الشمس و الأرض $r = 1{,}5.10^8 km$ و الدور المداري للأرض بالنسبة للشمس $T = 1an$ و ثابتة التجاذب الكوني $G = 6{,}67.10^{-11}(SI)$

2.2 - استثمار



أ - الكوكب يخضع لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس على الكوكب $\vec{F}_{S/P}$

حسب القانون الثاني لنيوتن فإن $\vec{F}_{S/P} = -G.\dfrac{m.m_S}{r^2}.\vec{u}_{SP} = m.\vec{a}_P$ و منه فإن تعبير متجهة

التسارع $\vec{a}_P = -G.\dfrac{m_S}{r^2}\vec{u}_{SP}$

ب - متجهة التسارع انجذابية مركزية أي أن $a_T = \dfrac{dv}{dt} = 0$ و $a_N = \dfrac{v^2}{r} = G.\dfrac{m_S}{r^2}$

أي $v = Cte$ و تعبير شعاع المدار $r = \dfrac{G.m_S}{v^2}$ إذن الكوكب يأخذ حركة دائرية منتظمة

تعبير سرعة الكوكب $v = \sqrt{\dfrac{G.m_S}{r}}$

ج - تعبير الدور المداري $T = \dfrac{2\pi.r}{v} = 2\pi.\sqrt{\dfrac{r^3}{G.m_S}}$

د ـ كتلة الشمس $T^2 = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.m_S} \Leftarrow m_S = \frac{4.\pi^2.r^3}{T^2.G}$ تطبيق عددي $m_S = \frac{4.\pi^2.(1,5.10^{11})^3}{(3,15576.10^7)^2..6,67.10^{-11}} = 2.10^{30}\,kg$

3 ـ الحركة المدارية للأقمار حول الأرض

- نسمي قمرا كل جسم في حركة مدارية حول كوكب

-

1.3 ـ تعبير السرعة و الدور المداري

.

2.3 ـ الاستقمار satellisation

3.3 ـ الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض

R

حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

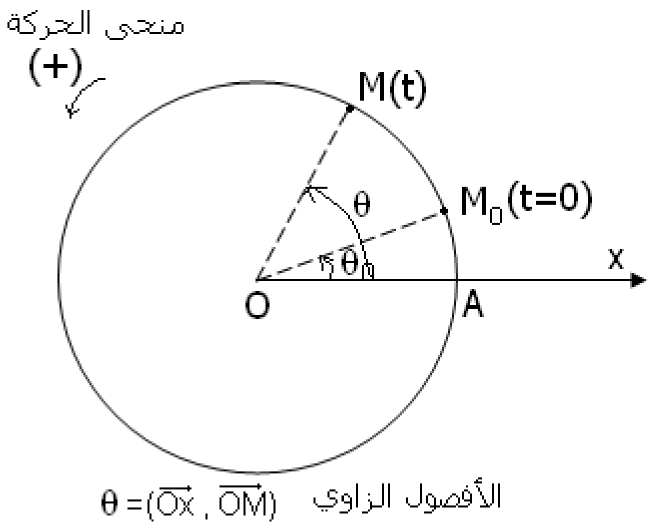
I ـ الأفصول الزاوي ـ السرعة الزاوية (تذكير)

يكون جسم صلب ، غير قابل للتشويه ، في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور باستثناء النقط المنتمية للمحور (Δ) .

نحدد موضع نقطة متحركة من الجسم ، في مرجع أرضي نعتبره غاليليا في لحظة

1 ـ الأفصول الزاوي

الأفصول الزاوي للنقطة المتحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) هو الزاوية الموجهة θ بحيث : $\theta=\left(\overline{Ox},\overline{OM}\right)$ بحيث أن $\overrightarrow{Ox}$ محورا مرجعيا (أصل الأطوار) والمسار الدائري للنقطة المتحركة موجها في منحى الحركة والذي نعتبره موجبا .



وحدة الأفصول الزاوي في النظام العالمي للوحدات هي الرديان rad .

خلال حركة دوران الجسم الصلب حول المحور (Δ) يتغير الأفصول الزاوي مع الزمن t أي أنه دالة زمنية $\theta(t)$.

2 ـ السرعة الزاوية $\dot{\theta}$

نعتبر أنه خلال حركة دوران الجسم الصلب حول المحور (Δ) ، أنه في اللحظة t_i تحتل النقطة M الموضع M_i .

نعتبر لحظتين جد متقاربتين t_{i+1} و t_{i-1} تؤطران اللحظة t_i ، في هذه الحالة تساوي السرعة الزاوية للنقطة M في اللحظة t_i السرعة المتوسطة للنقطة M بين اللحظتين t_{i+1} و t_{i-1} وهي :

$$\dot{\theta}=\frac{\theta(t_{i+1})-\theta(t_{i-1})}{t_{i+1}-t_{i-1}}$$

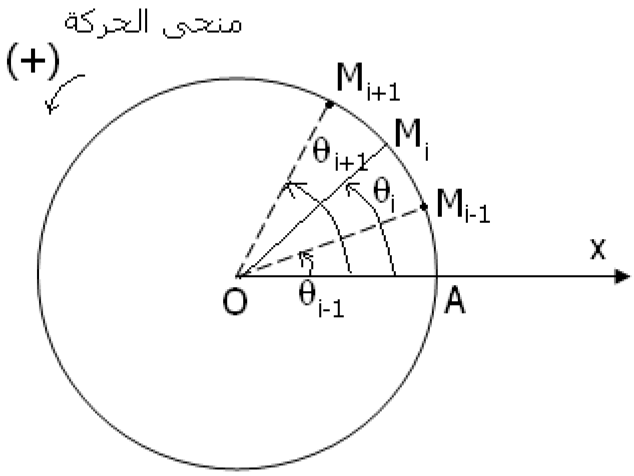
$\theta(t_{i+1})$ الأفصول الزاوي للنقطة M في اللحظة t_{i+1}

$\theta(t_{i-1})$ الأفصول الزاوي للنقطة M في اللحظة t_{i-1}

نضع $\Delta\theta=\theta(t_{i+1})-\theta(t_{i-1})$ و $\Delta t=t_{i+1}-t_{i-1}$

إذا كانت t_{i+1} و t_{i-1} جد متقاربتين ، فإن Δt تتناهى نحو الصفر وبالتالي ستكون عندنا :

$$\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right)=\frac{d\theta}{dt}$$



$\frac{d\theta}{dt}$ المشتقة الأولى بالنسبة للزمن للأفصول الزاوي في اللحظة t_1.

وحدة السرعة الزاوية في النظام العالمي للوحدات هي rad/s

يرتبط الأفصول الزاوي والأفصول المنحني $s(t)$ في كل لحظة بالعلاقة التالية : $s(t)=r.\theta(t)$

ومنه نستنتج العلاقة بين السرعة اللحظية للنقطة M $v(t)=\dot{s}(t)$ (السرعة الخطية) والسرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$: $v(t)=r\dot{\theta}(t)$

3 ــ التسارع الزاوي $\ddot{\theta}(t)$

أ ــ تعريف

لتكن $\dot{\theta}(t_i)$ السرعة الزاوية لنقطة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت في لحظة t_i بحيث مؤطرة بلحظتين جد متقاربتين t_{i+1} و t_{i-1} بحيث أن $\dot{\theta}(t_{i+1})$ السرعة الزاوية للنقطة M في اللحظة t_{i+1} و $\dot{\theta}(t_{i-1})$ السرعة الزاوية للنقطة M في اللحظة t_{i-1}

عندما تتناهى $\Delta t = t_{i+1}-t_{i-1}$ نحو الصفر يتناهى خارج القسمة $\frac{\Delta\dot{\theta}}{\Delta t}=\frac{\dot{\theta}(t_{i+1})-\dot{\theta}(t_{i-1})}{t_{i+1}-t_{i-1}}$ إلى المشتقة بالنسبة للزمن للسرعة الزاوية أي أن :

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\dot{\theta}(t_{i+1})-\dot{\theta}(t_{i-1})}{t_{i+1}-t_{i-1}}=\frac{d\dot{\theta}}{dt}=\ddot{\theta}(t_i)$$

وحدة التسارع الزاوي في النظام العالمي للوحدات هي rad/s^2

تمرين تطبيقي :

1 ــ السرعة الزاوية لنقطة متحركة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي $\dot{\theta}=10rad/s$.

أ ــ أحسب التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لهذه النقطة .

ب ــ ما طبيعة حركة النقطة M ؟

ج ــ أكتب تعبير الأفصول الزاوي θ بدلالة الزمن t علما أن الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ هو $\theta_0=2rad$.

2 ــ تعبير الأفصول الزاوي لنقطة N من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هو : $\theta(t)=10t^2+40t+6$ حيث t بالثانية (s) و θ بالرديان (rad)

أ ــ أوجد تعبير السرعة الزاوية بدلالة الزمن .

ب ــ أوجد تعبير التسارع الزاوي بدلالة الزمن .

ج ــ ما طبيعة حركة النقطة N ؟

ب ــ المركبتان a_N و a_T في أساس فريني .

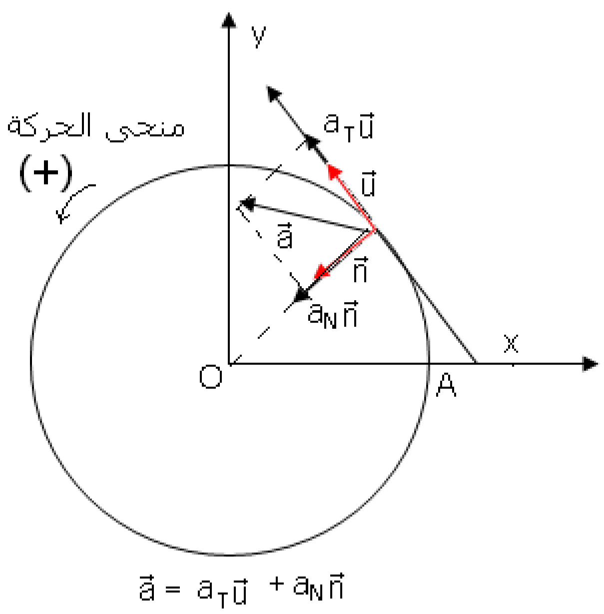
لدينا في أساس فريني : $\vec{a}=a_T.\vec{u}+a_N.\vec{n}$ بحيث أن

$a_T=\frac{dv}{dt}$ و $a_n=\frac{v^2}{\rho}$

s الأفصول المنحني للنقطة M في لحظة t و $v=\frac{ds}{dt}$ السرعة الخطية للنقطة M في اللحظة t و ρ شعاع انحناء المسار في اللحظة t .

حسب تعريف الدوران لجسم صلب حول محور ثابت ، فإن مسار كل نقطة متحركة من الجسم دائريا ممركزا على محور الدوران وبالتالي يكون اتجاه المتجهة الواحدية $\vec{n}$ نحو النقطة O مركز الدائرة ويكون شعاع الانحناء مساويا لشعاع الدائرة r .

نعلم أن $s=r.\theta$ وأيضا $\dot{s}=r\dot{\theta}$ ومنه فإن



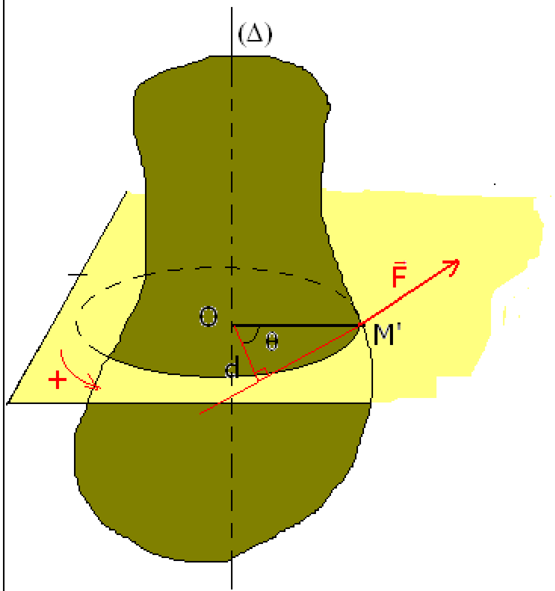
$$a_T = \frac{dv}{dt} = r.\frac{d\theta}{dt} = r.\dot{\theta}$$

ولدينا كذلك $\rho = r$ أي أن $$a_N = \frac{(r\dot{\theta})^2}{r} = r(\dot{\theta})^2$$

II ـ العلاقة الأساسية للتحريك في حالة دوران جسم حول محور ثابت .

تخص هذه العلاقة كل جسم صلب خاضع لتأثيرات ميكانيكية في دوران حول محور ثابت

1 ـ نص العلاقة



في معلم مرتبط بجسم مرجعي أرضي ، بالنسبة لمحور ثابت (Δ) يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) في كل لحظة ، جداء عزم القصور J_Δ والتسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للجسم في اللحظة المعينة :

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

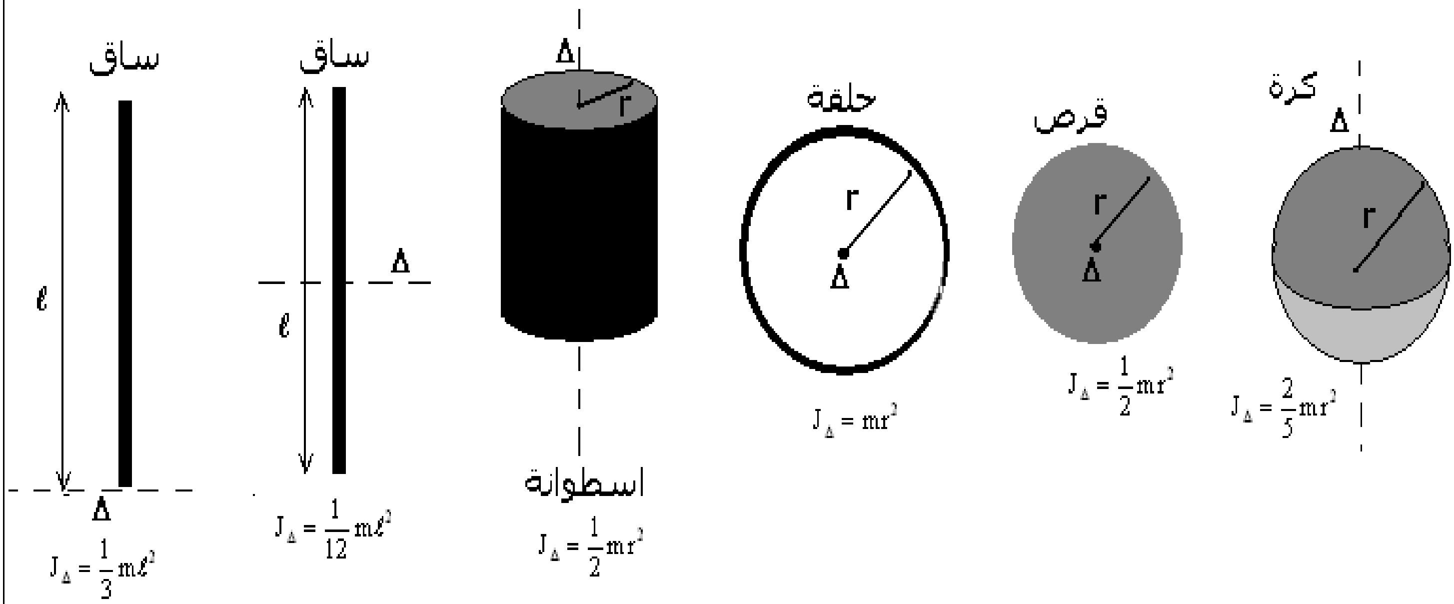
$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i)$ مجموع العزوم بالنسبة للمحور Δ للقوى المطبقة على الجسم الصلب $(N.m)$

J_Δ عزم قصور الجسم الصلب بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه ب $kg.m^2$

$\ddot{\theta}$ التسارع الزاوي نعبر عنه ب rad/s^2

2 ـ تعابير عزم القصور لأجسام متجانسة ذات أشكال هندسية بسيطة .

عزم قصور J_Δ لجسم صلب يميز حركة دوران الجسم حول المحور (Δ)



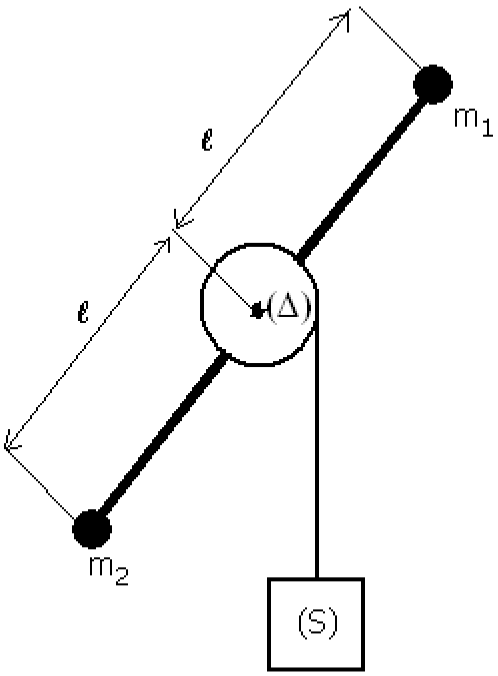
حالتان خاصتان :

إذا كان التسارع الزاوي منعدما $\ddot{\theta} = 0$ فإن حركة الجسم الصلب حول المحور Δ حركة دورانية منتظمة .

إذا كان التسارع الزاوي ثابتا تكون حركة الجسم الصلب حول المحور Δ حركة دورانية متغيرة بانتظام .

III ـ تطبيق : حركة مجموعة ميكانيكية في حالة إزاحة ودوران حول محور ثابت .

نعتبر أسطوانة متجانسة شعاعها $r=10cm$ وكتلتها $m=1kg$ يمكنها الدوران حول محور ثابت (Δ) حيث يمر بمركزها ساق T ثبت في طرفيه جسمين نقطيين كتلتهما $m_1=m_2=0,5kg$ ، يوجد مركز قصورهما على نفس المسافة $\ell=50cm$ من المحور (Δ) . تحمل الأسطوانة جسما (S) كتلته $m'=10kg$ ، بواسطة حبل ملفوف حولها نعتبره غير قابل الامتداد وكتلته مهملة.



نترك المجموعة بدون سرعة بدئية ، علما أن الاحتكاكات مهملة وكذلك كتلة الساق .

1 ـ أوجد التسارع a للجسم (S) وتوتر الحبل أثناء الحركة

2 ـ عين السرعة الزاوية للأسطوانة عندما يقطع الجسم مسافة $h=5m$. نعطي $g=10m/s^2$

تمرين 3

ندير قرصا متجانسا ، كتلته $m=10kg$ وشعاعه $r=10cm$ ، حول محوره إلى أن تصير سرعة دورانه 400 دورة في الدقيقة ، تم نتركه

نلاحظ أن القرص يتوقف عن الدوران بعد ثلاث دقائق تحت تأثير الاحتكاك الذي نقرن به مزدوجة ، نعتبر عزمها ثابتا .

1 ـ أحسب التسارع الزاوي للقرص .

2 ـ استنتج عزم المزدوجة ال

الجواب :

1 ـ نقوم بدراسة حركة القرص انطلاقا من حصوله على السرعة الزاوية $\omega_0=\dfrac{2\pi\times 400}{60}=41,8rad/s$

إلى أن يتوقف أي أن سرعته الزاوية منعدمة . حركة القرص في هذه المرحلة حركة دائرية متغيرة بانتظام ، يمكن أن نبين ذلك بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك :

$$\sum \mathcal{M}_\Delta\left(\vec{F}\right)=J_\Delta.\ddot{\theta}\Rightarrow \mathcal{M}_C=J_\Delta.\ddot{\theta}\Rightarrow \ddot{\theta}=\frac{\mathcal{M}_C}{J_\Delta}=cte$$

أي أن المعادلة الزمنية لهذه الحركة هي : $\theta(t)=\dfrac{1}{2}\ddot{\theta}t^2+\omega_0 t$ ومعادلة السرعة كذلك هي :

$$\dot{\theta}(t)=\ddot{\theta}t+\omega_0$$

عند انعدام السرعة الزاوية لدينا : $\ddot{\theta}t+\omega_0=0\Rightarrow \ddot{\theta}=-\dfrac{\omega_0}{t}$

تطبيق عددي : $\ddot{\theta}=-\dfrac{\omega_0}{t}=-\dfrac{41,8}{3\times 60}=-0,23rad/s^2$

2 ـ حساب عزم المزدوجة المقاومة :

$\mathcal{M}_C=J_\Delta.\ddot{\theta}$ بحيث أن $J_\Delta=\dfrac{1}{2}mr^2=0,05kg.m^2$ وبالتالي فإن $\mathcal{M}_C=-0,0115N.m$

حساب عدد الدورات المنجزة قبل لأن يتوقف :

لدينا $\theta=-0,23t^2+41,8t$ $\theta=-0,23(180)^2+41,8(180)=72rad$

ونعلم أن $\theta=2\pi n\Rightarrow n=\dfrac{\theta}{2\pi}=11,5$