

سلسلة تمارين حول التذبذبات القسرية في دارة RLC على التوالي

سلسلة خاصة بمسلكي العلوم الفيزيائية والرياضية.

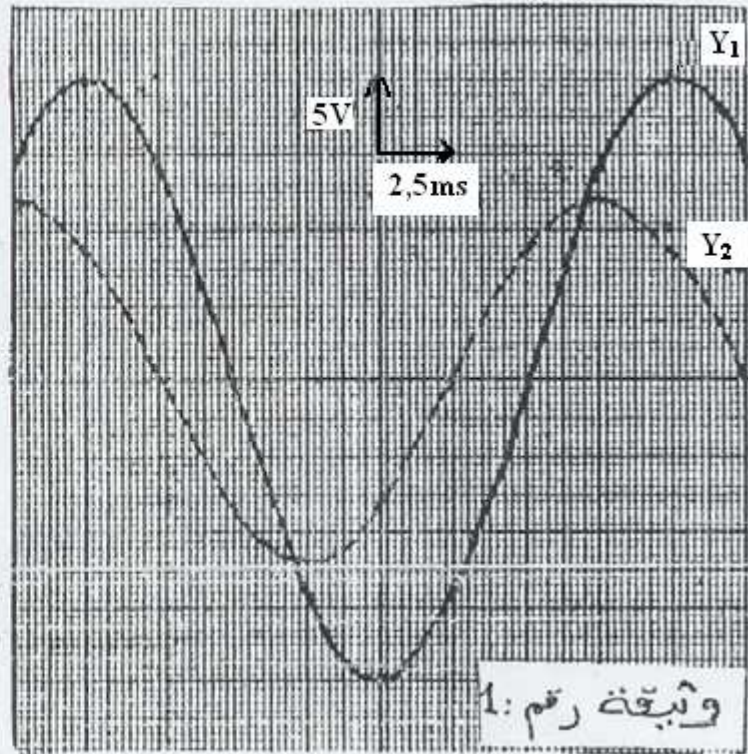
عن امتحانات البكالوريا دورة يونيو 1990 المملكة المغربية أكاديمية أكادير

نعتبر ثنائي قطب D ، مكون من العناصر التالية مركبة على التوالي :

- موصل أومي مقاومته $R = 30 \Omega$
- مكثف سعته $C = 2 \mu F$
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r_L

نطبق ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض (G.B.F)، بين مربطين ثنائي القطب D ، توترا متناوبا جيبيا تردده N قابل للتغيير، وصيغته :

$$u(t) = U_m \cos(2\pi Nt + \varphi)$$
 نعين، بواسطة كاشف التذبذب التوتري $u(t)$ بين قطبي المولد (على المدخل Y_1) والتوتري $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي (على المدخل Y_2).



1- رسم تخطيطية التركيب المستعمل

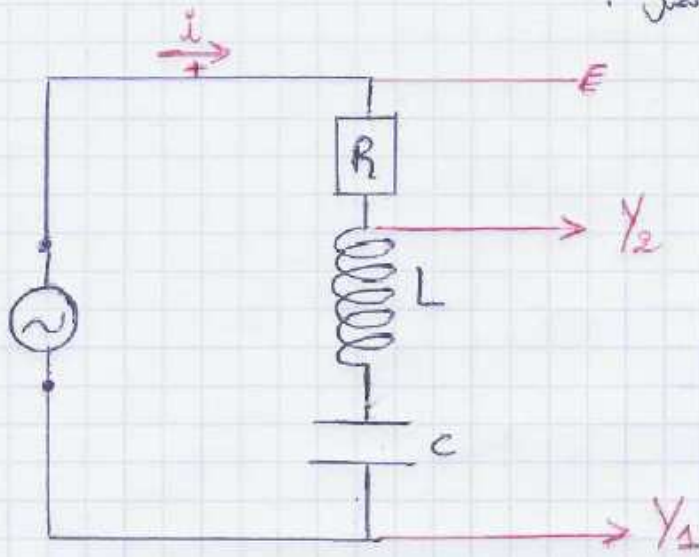
- 2- بالنسبة لقيمة معينة N_1 للتردد، نشاهد على شاشة كاشف التذبذب المنحنيين الممثلين على الوثيقة رقم 1. علما أنه تم ضبط الكسح الأفقي على 5 ms cm^{-1} والحساسية الرأسية بالنسبة للمدخلين Y_1 و Y_2 على 5 V cm^{-1} حدد مبيانيا :
 - 1.2- الدور T_1 والتردد N_1 لكل من التوترين $u(t)$ و $u_R(t)$
 - 2.2- القيمتين القصويتين U_m للتوتر $u(t)$ و I_m لشدة التيار $i(t)$
 - 3.2- قيمة فرق الطور φ بين $u(t)$ و $i(t)$ ما المقدار المتقم في الطور على الآخر؟

3- احسب الممانعة Z لثنائي القطب D ، ثم اوجد قيمة Z باستعمالك إنشاء فريينيل.

- 4- اعط التعبير العددي لكل من التوتر اللحظي $u(t)$ ، وشدة التيار اللحظي $i(t)$
- 5- نغير التردد N للتوتر $u(t)$ ، مع ابقاء شدة الفعالة U ثابتة، فنلاحظ أن ثنائي القطب D يتصرف كأنه موصل أومي، عندما تكون قيمة التردد $N_0 = 150 \text{ Hz}$

- 1.5- ما هي الظاهرة الملاحظة ؟ حسب القيمة الفعالة القصوى I_0 لشدة التيار
- 2.5- احسب قيمة معامل التحريف L للوشيعة.

كل تصريح موضوع 1990 دورة يونيو 1990



$$T_1 = 8 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ ms/cm} \\ = 20 \text{ ms} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$N_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$$

$$N_2 = 50 \text{ Hz}$$

٢ الدور T_1 : (1.2) 0.10

التردد N_2 :

٢.٢ ما خلال المحطة المشاهدة في المدخل Y_2 قبل ذلك :

$$U_{\text{max}} = 4 \text{ cm} \times 5 \text{ V/cm} = 20 \text{ V}$$

$$U_{R_{\text{max}}} = 2,4 \text{ cm} \times 5 \text{ V/cm} = 12 \text{ V}$$

$$U_{R_{\text{max}}} = R I_{\text{max}}$$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T_1} e$$

٣.٢ فرق الطور $|\varphi|$: (3.2) 0.10

$$= \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} = 0,25\pi = \frac{\pi}{4}$$

$$|\varphi| = \frac{\pi}{4}$$

U هي المتقدمة في الطور على $i(t)$; إذن $i(t)$ هي المتقدمة في الطور على $U(t)$. وبما أن $i = I_m \cos \omega t$ ← طور $i(t)$ متقدم ومتقدمة

$$\varphi = -\pi/4$$

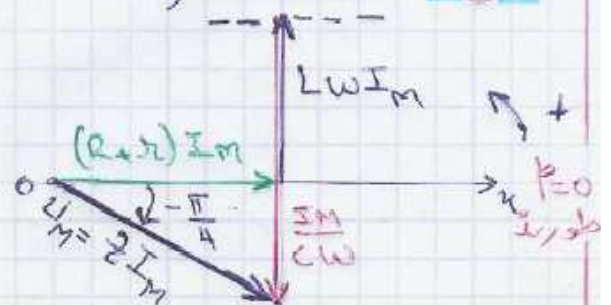
٣ في الطور على U فإن $\varphi < 0$ سالبة الدارة :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{20}{0,4} = 50 \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{R + j\omega L}{Z}$$

$$\Rightarrow R = Z \cos \varphi - R = 50 \cos \frac{\pi}{4} - 30$$

$$R = 5,35 \Omega$$



$$u(t) = U_m \cos(2\pi Nt + \varphi)$$

$$= 20 \cos(2\pi \cdot 50t - \frac{\pi}{4}) = 20 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$$

$$i(t) = I_m \cos(2\pi Nt) = 0,4 \cos(100\pi t)$$

$$LW = \frac{1}{c\omega}$$

عندما يتكافأ التآثيران الحثي و الكثافي تكون

وتملأفة الدارة تكتب كمايلي :

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{c\omega})^2}$$

$$Z = R+r \text{ عندما } L\omega = \frac{1}{c\omega}$$

و بالتالي ثنائي القطب يتصرف كأنه موصل أومي والدارة تكون في حالة

رنين . إذن الظاهرة الملحوظة هي ظاهرة الرنين

$$I_0 = \frac{U}{R+r} \quad \text{حساب } I_0 :$$

$$= \frac{20}{30+5,35} = 0,56 \text{ A}$$

بما أن الدارة في حالة رنين

$$L\omega_0 = \frac{1}{c\omega_0} \Leftrightarrow LC\omega_0^2 = 1$$

$$LC4\pi^2 N_0^2 = 1 \quad \text{مع : } \omega_0 = 2\pi N_0$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 (150)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}$$

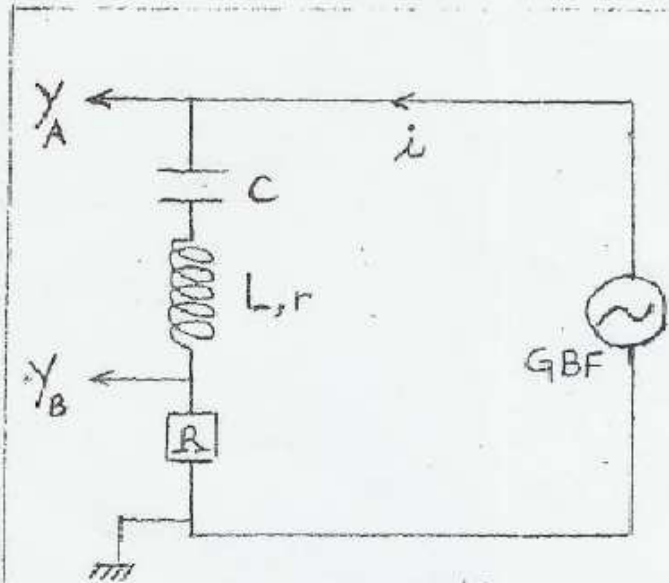
$$= 0,56 \text{ H}$$

نتجيب عددي :

الموضوع الأول : (7 نقط) يسم باستعمال الآلة الحاسبة الغير المبرمجة

ننجز دائرة كهربائية، باستعمال الاجهزة التالية، مركبة على التوالي :
موصل اومى مقاومته $R = 10 \Omega$ ، وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r
ومكثف سعته $C = 10 \mu F$ و مولد يغذي الدارة بتوتر جيبى قيمته
اللحظية $u(t) = U_m \cos(2\pi Nt + \varphi)$ ، وقيمته القصوى ثابتة.
(انظر الشكل 1)

(1) نعاين بواسطة راسم التذبذب
الثنائى المنحنى، التوتر $u(t)$
بين قطبي المولد والتوتر $u_R(t)$
بين مربضي الموصل الاومى
فنحصل على الرسم التذبذبى
الممثل على الوثيقة (1).



شكل 1

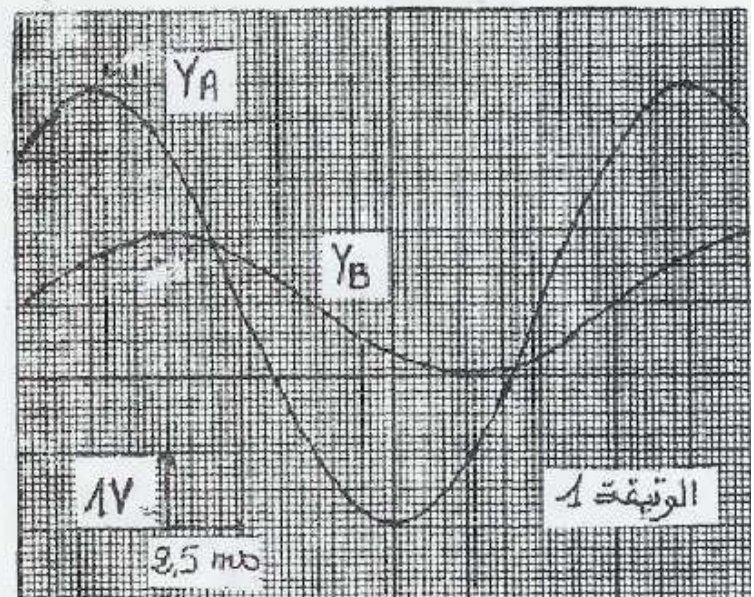
1 - 1 - عين مبيانيا القيمية
القصوى U_m للتوتر $u(t)$ والقيمة
القصوى I_m لشدة التيار $i(t)$
المار عبر الدارة.
استنتج قيمة الممانعة Z للدارة.
1 - 2 - عين قيمتي التردد N وفرقة
الطور φ للتوتر $u(t)$ بالنسبة لشدة
التيار $i(t)$.

1 - 3 - بين أي التأثيرين أقوى،
الحثي أم الكتافي ؟ ثم أعط
تعبيري $u(t)$ و $i(t)$.

(2) ننجز انشاء مرينيل المتعلق
بالممانعات وأعط :

- تعبير المقاومة Z بدلالة
 R و X_L و X_C احس قيمتها.

- تعبير L بدلالة N و C و R و φ .
احس قيمته.



التصحيح :

لدينا : (2.1)

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8.25 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ Hz}$$

الديتين لهما نفس التردد : $\omega = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} \epsilon = \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} = \frac{\pi}{4}$$

ومن خلال الجيبان لدينا $i(t)$ متقدمة $u(t)$ في الطور على $u(t)$ (لأنها تتقاطع مع محور الزمن قبل $u(t)$)
وبما أن طور i هو نفس طور u فإن $i(t)$ متقدمة في الطور على $u(t)$
ولدينا φ هو فرق الطور بين $i(t)$ و $u(t)$ ونختار : $i(t) = I_m \cos \omega t$
فإن تعبير $u(t)$ هو كما يلي : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

إذن طور $i(t)$ متقدم وهو متأخرة في الطور على $u(t)$ إذن $\varphi > 0$
وهو : $\varphi = +\frac{\pi}{4}$

(3.1) نعلم أن : $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$
أي أن : $\varphi > 0 \Leftrightarrow \tan \varphi > 0 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$
 $L\omega > \frac{1}{C\omega}$
إذن التأثير الحثي هو المهيمن.

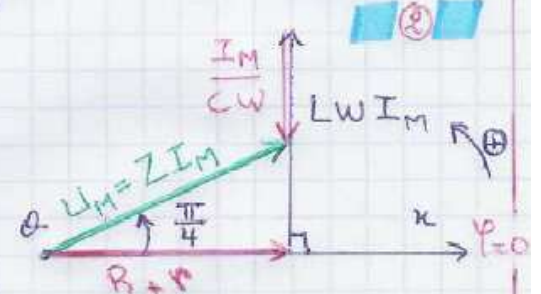
• $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = 3 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$
• $i(t) = I_m \cos(\omega t) = 0.1 \cos(100\pi t)$

تعبير المقاومة r بدلالة R و Z و φ :

$$\cos \varphi = \frac{R+r}{Z}$$

$$\Leftrightarrow R+r = Z \cdot \cos \varphi \Leftrightarrow r = Z \cdot \cos \varphi - R$$

$$r = 30 \cdot \cos \frac{\pi}{4} - 10 = 11.2 \Omega$$



تعبير L بدلالة C, φ, R, r, N : $L = \frac{(R+r) \tan \varphi + \frac{1}{2\pi N C}}{2\pi N}$

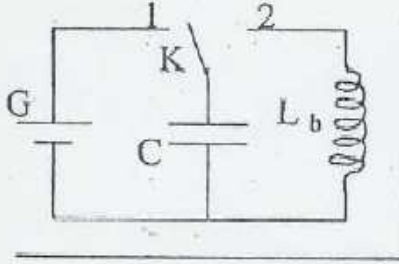
لدينا : $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$

(مع : $\omega = 2\pi N$)

$$L = \frac{(R+r) \tan \varphi + \frac{1}{2\pi N C}}{2\pi N}$$

$$= \frac{(R+r) \tan \varphi}{2\pi N} + \frac{1}{4\pi^2 N^2 C} \approx 1 \text{ H}$$

الفيزياء 1 : 7 نقط



1- يتكون التركيب الكهربائي الممثل في الشكل جانبه من :

- G : مولد لتوتر مستمر ثابت قيمته $U_0 = 10 \text{ V}$ ،

- مكثف سعته $C = 5 \mu\text{F}$ ،

- وشيعة (b) معامل تحريضها $L_b = 0,8 \text{ H}$ ومقاومتها مهملة ،

- K : قاطع التيار .

1-1 نضع قاطع التيار في الموضع (1) ، فيشحن المكثف . احسب قيمة الشحنة Q_0 للمكثف .

0,5

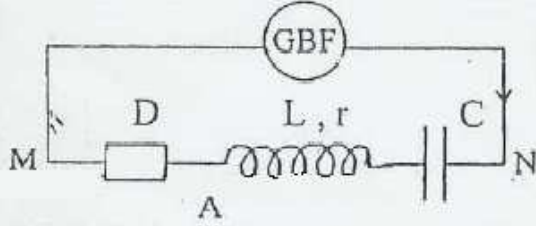
1-2 نضع قاطع التيار في الموضع (2) في لحظة نأخذها أصلا للتواريخ .

1-2-1 اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها q شحنة المكثف .

0,5

1-2-2 أوجد تعبير الشحنة q بدلالة الزمن .

0,5



2- تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل جانبه من :

- المكثف السابق ،

- وشيعة معامل تحريضها L قابل للضبط ومقاومتها r ،

- موصل أومي D مقاومته $R = 40 \Omega$ ،

- مولد GBF يزود الدارة بتوتر متناوب جيبي تعبيره

$u_{NM}(t) = U_m \cos(2\pi.N.t + \varphi)$ قيمته القصوى U_m ثابتة وتردده N قابل للضبط ، فيمر في

الدارة تيار كهربائي شدته اللحظية $i(t) = I_m \cos(2\pi.N.t)$.

2-1 نضبط معامل التحريض على القيمة L_1 والتردد على القيمة N_1 ، ونعاين على شاشة راسم التذبذب

التوترين $u_{NM}(t)$ و $u_{AM}(t)$ فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (1) .

2-1-1 باعتمادك على هذا الرسم حدد قيم كل من N_1 و I_m و Z ممانعة ثنائي القطب MN و φ طور

2,25

التوتر $u_{NM}(t)$ بالنسبة للشدة $i(t)$. استنتج ، معلا جوابك ، هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2-1-2 باستعمال إنشاء فرينيل أوجد قيمة L_1 .

0,75

2-2 نغير أحد المقدارين القابلين للضبط (L أو N) ، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (2)

2-2-1 ماهي الظاهرة التي تبرزها هذه الوثيقة ؟ علل جوابك .

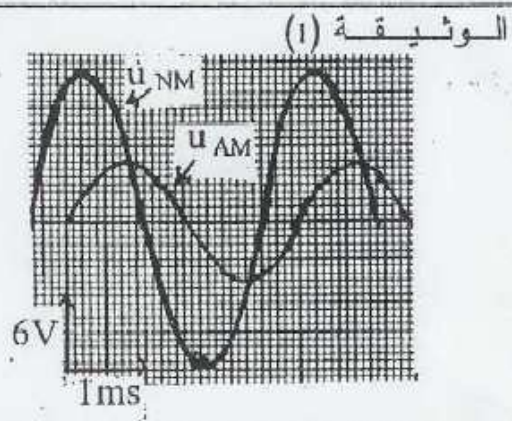
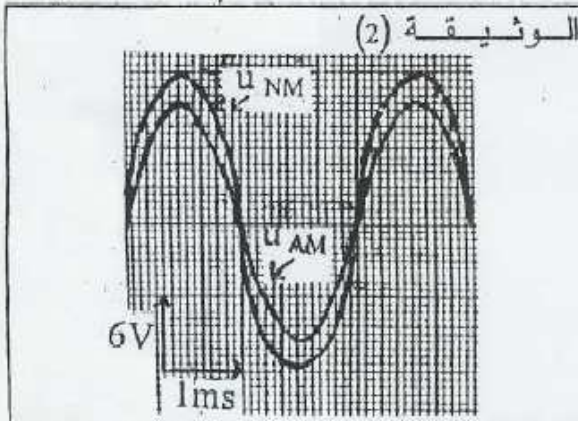
0,5

2-2-2 حدد ، معلا جوابك ، المقدار الذي غيرناه . احسب قيمته الجديدة .

1

2-2-3 أوجد قيمة r .

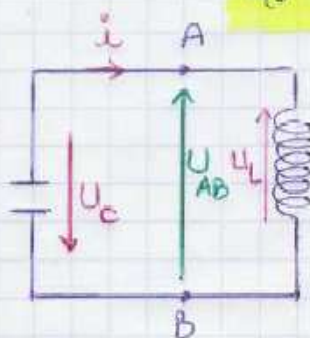
1



$$Q_0 = C U$$

$$= 5 \times 10^{-6} F \times 10 V.$$

$$Q_0 = 5 \cdot 10^{-5} C \quad \text{إذا غُيِّل}$$



المعادلة التفاضلية :

$$U_{AB} = -U_C$$

$$U_{AB} = U_L$$

$$U_C = -U_L \quad \text{إذن}$$

$$U_L + U_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad ; \quad L \ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \textcircled{a}$$

$$(\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ مع})$$

تعبير q بدلالة t :

لدينا المعادلة التفاضلية $\textcircled{a}$ هي معادلة توافقي، فإن حلها هو :

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$q_m = Q_0 = 5 \cdot 10^{-5} C \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5 \cdot 10^{-6} \times 98}}$$

$$q = q_m \quad \text{عند أصل التواريخ} \quad t=0 \quad \text{لدينا} : \quad \omega_0 = 500 \text{ rad/s.}$$

$$\cos \varphi = 1, \quad \Leftrightarrow \quad q_m = q_m \cos(\varphi) \quad \Leftrightarrow$$

$$q = 5 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(500 t)$$

$$N_2 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 333,33 \text{ Hz}$$

$$U_{AM} = R I_m \Leftrightarrow I_m = \frac{U_{Rmax}}{R}$$

$$U_{AM} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4,8 V$$

$$I_m = \frac{U_{AMmax}}{R} = \frac{4,8}{40} = 0,12 A.$$

$$Z = \frac{U_{NMmax}}{I_m} = \frac{2 \times 6 V}{0,12} = 100 \Omega$$

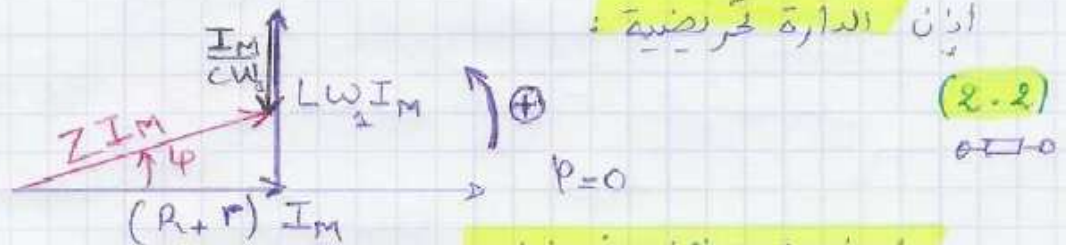
$$|\varphi| = \frac{2\pi C}{T_0} = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = \frac{\pi}{3}$$

$i(t)$ متقدمة في الطور على u_R (طوري) فهو نفس طور u_R .

فإن $i(t)$ متقدمة في الطور على $u(t)$ وبما أن طور $u(t)$ متقدم (وهي متأخرة في الطور)

فإن $\varphi > 0$ إذن $\varphi = +\frac{\pi}{3}$

لدينا: $\varphi > 0$: $\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} > 0$ و بالتالي: $L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$ أي: $L\omega > \frac{1}{C\omega}$



من خلال إنشاء فرينيل:

$$\sin \varphi = \frac{L\omega_1 I_m - \frac{I_m}{C\omega_1}}{Z I_m} \Leftrightarrow \sin \varphi = \frac{L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}}{Z}$$

$$\Leftrightarrow Z \sin \varphi = L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} \Leftrightarrow L = \frac{Z \sin \varphi + \frac{1}{C\omega_1}}{\omega_1}$$

(مع: $\omega_1 = 2\pi N$)

$L = \frac{100 \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 333,33}}{2\pi \cdot 333,33} = 0,087 \text{ H} = 87 \text{ mH}$

(2.3) (2.3.1) الظاهرة التي يبرزها هذه الوثيقة هي ظاهرة الرنين لأن $i(t)$ و $u(t)$ على توافق في الطور.

بأن عند الرنين:

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

(مع: $\omega_0 = 2\pi N_0$) $LC\omega_0^2 = 1$

$LC4\pi^2 N_0^2 = 1$

من خلال الوثيقة (2) نصل على التردد N_0 عند الرنين:

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-3}} = 333,33 \text{ Hz} = N_0$$

إذن التردد ثابت، وبالتالي المقدار الذي تم تغييره هو L .

$L = \frac{1}{C4\pi^2 N_0^2} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi^2 \cdot (333,33)^2} = 0,045 \text{ H} = 45 \text{ mH}$

(2.3.2) من خلال إنشاء فرينيل:

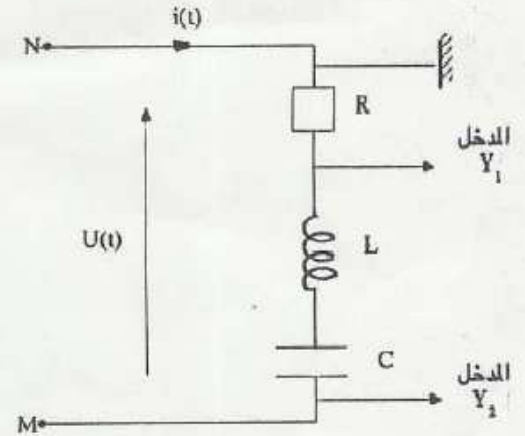
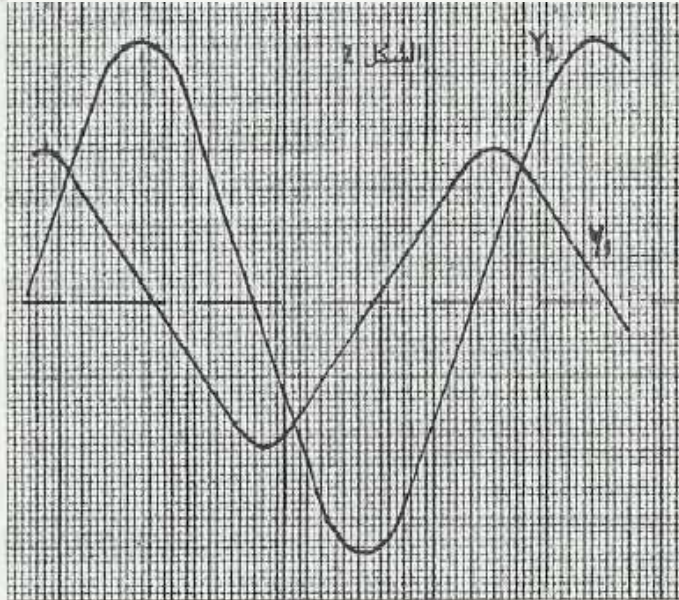
$\cos \varphi = \frac{R+r}{Z} \Leftrightarrow R+r = Z \cos(\varphi) \Leftrightarrow r = Z \cos \varphi - R$

(تطبيق عددي) $\Leftrightarrow r = 100 \cos \frac{\pi}{3} - 40 = 10 \Omega$

يمثل الشكل 1 ، ثنائي قطب MN مركب من موصل أومي مقاومته $R = 20 \Omega$ و شعبة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها $L = 0.1 H$ ومكثف سعته $C = 10 \mu F$

نطبق بين المربطين M و N توترا جيبيا $u(t) = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \phi)$ ، قيمته الفعالة ثابتة ونبضه قابل للضبط فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته $i(t) = I \sqrt{2} \cos \omega t$

1- اعتمادا على الشكل 2 ، الذي يمثل الرسم المشاهد على شاشة كاشف التذبذب الذي يتم ضبط مدخله، Y_1 على $5V/cm$ و Y_2 على $20 V/cm$ والحساسية الأفقية على $2ms/cm$



1-1- عين القيمة القصوى U_m للتوتر المطبق بين M و N ، والقيمة القصوى $U_m(R)$ للتوتر بين مربطي الموصل الأومي ذي المقاومة R .

2-1- استنتج أن العلاقة بين Z معانعة الدارة و R هي : $Z = 7R$.

3-1- حدد معللا جوابك هل الدارة حثية أم كثافية وأوجد قيمة فرق الطور بين $u(t)$ و $i(t)$.

2- ضبط النبض ω بحيث $\omega = \omega_0$ ، فينعدم فرق الطور بين $u(t)$ و $i(t)$.

1-2- أوجد التعبير العددي لشدة التيار $i(t)$.

2-2- احسب معامل الجودة Q

3- أوجد تعبير التوتر الفعال ، U بين مربطي المكثف بدلالة U و R و L و ω .

تصحيح :

$$\rightarrow U_{m(R)} = 3.5 \text{ cm} \times 20 \text{ V/cm} = 70 \text{ V}$$

$$\rightarrow U_m = 2 \text{ cm} \times 5 \text{ V/cm} = 10 \text{ V}$$

$$U_m = Z I_m$$

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad (2-9)$$

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad (1)$$

$$U_{(max)} = R I_m$$

$$I_m = \frac{U_{(max)}}{R}$$

$$Z = \frac{U_m}{\frac{U_m}{R}} = \frac{R U_m}{U_m} = \frac{R \cdot 70}{10} = 7R$$

إذن المقاومة $R = 10 \Omega$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad ; \quad T = 6 \text{ cm} \times 2 \text{ ms/cm} = 12 \text{ ms} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$(1.3)$$

$$L\omega = \frac{2\pi L}{T} = \frac{2\pi \cdot 0,1}{12 \cdot 10^{-3}} = 52,33 \Omega$$

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C \frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2\pi C} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 191 \Omega$$

$$\Rightarrow L\omega < \frac{1}{C\omega}$$

$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\tan \varphi = \frac{52,33 - 191}{20} = -6,93$$

$$\varphi = \text{Arctg}(-6,93) = -81,79^\circ = -0,45\pi$$

$$(2) \quad i(t) = I_0 \sqrt{2} \cos \omega_0 t$$

الدائرة عند الرنين : لدينا :
بأن الدائرة في حالة رنين :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow LC\omega^2 = 1$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0,1 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}} = 10^3 \text{ rad/s}$$

$$I = I_0$$

$$U = Z I \quad \text{لدينا : عند الرنين} \quad Z = R$$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2} R} = \frac{3,5}{\sqrt{2}}$$

نقوض في العلاقة ④

$$i(t) = 3,5 \cos(10^3 t)$$

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{0,1 \times 10^3}{20} = 5$$

معامل الجودة : (2.2)

$$U_C = Z_C \cdot I_0$$

$$= \frac{1}{C\omega_0} I_0 = \frac{1}{C\omega_0} \frac{U}{R}$$

عند الرنين :

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

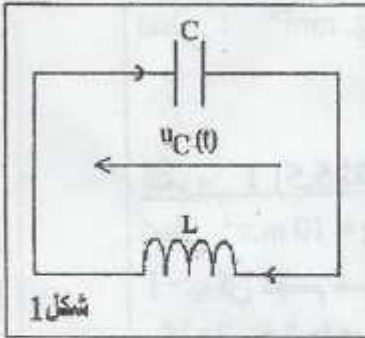
$$U_C = L\omega_0 \frac{U}{R} = QU = 5 \times (3,5 \times 20) = 350 \text{ V.}$$

الموضوع الخامس :

عن باكالوريا 2007 الدورة الاستدراكية المملكة المغربية.

التمرين 2 (4,5 نقط)

1- نطبق بين مربطي مكثف سعته $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ وتوتر مستمر $U_0 = 10 \text{ V}$ ، فيشحن المكثف ثم نركبه بين مربطي وشيعة معامل تحريضها $L = 0,05 \text{ H}$ ومقاومتها مهملة ، عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $t = 0$ (شكل 1) ، نأخذ $\pi^2 = 10$.

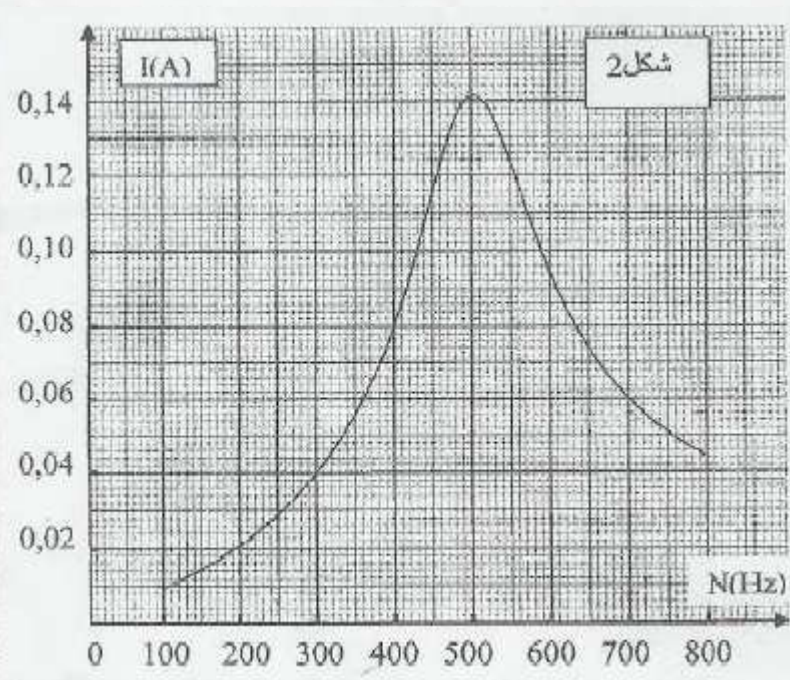


1.1- نعتبر $u_C(t)$ التوتر بين مربطي المكثف عند لحظة t . أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ ، واستنتج قيمة الدور الخاص T_0 للتذبذبات الكهربائية . 0,75

1.2- اكتب التعبير العددي للتوتر $u_C(t)$ بدلالة الزمن . 0,5

1.3- حدد ، عند اللحظة $t = 1,5 \text{ ms}$ ، قيمة الطاقة المخزونة في كل من المكثف و الوشيعة . 0,5

2- نركب على التوالي مع المكثف و الوشيعة السابقين موصلا أوميا مقاومته R ، ثم نطبق بين مربطي ثنائي القطب المحصل (RLC) ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض ، توترا : $u(t) = 10 \cos(2\pi N t)$ (V) . نررده N قابل للضبط . نغير التردد N ونقيس الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة . يعطي الشكل 2 تغيرات I بدلالة N .

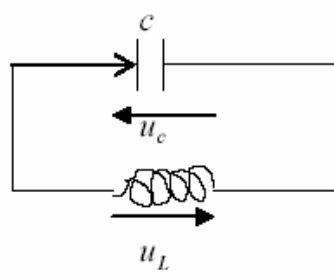


2.1- عين عند الرنين التردد N_0 والشدة الفعالة I_0 للتيار . استنتج قيمة R . 0,75

2.2- عين القيمتين N_1 و N_2 للتردد المقابلتين للشدة الفعالة $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ مع $N_2 > N_1$ ، واحسب قيمة معامل الجودة Q للدارة . 0,75

2.3- عندما يأخذ التردد القيمة $N = N_1$ يمر في الدارة تيار شدته الفعالة I_1 . أوجد في هذه الحالة التعبير العددي للشدة اللحظية $i(t)$ للتيار المار في الدارة . 0,75

2.4- أوجد في حالة $N = N_2$ قيمة القدرة الكهربائية المستهلكة في الدارة . 0,5



1-1 : حسب قانون التوترات لدينا :

$$u_L = -u_c$$

$$u_L + u_c = 0 \quad \text{أي :}$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{c} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \dot{q} \quad \text{إذن :} \quad i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \quad \text{مع :}$$

$$L\ddot{q} + \frac{q}{c} = 0 \quad \text{أي :}$$

$$\ddot{q} = c\ddot{u}_c \quad \text{إذن :} \quad q = cu_c \quad \text{ولدينا :}$$

المعادلة التفاضلية السابقة تصبح كما يلي :

$$Lc\ddot{u}_c + u_c = 0$$

$$\ddot{u}_c + \frac{1}{Lc}u_c = 0 \quad \text{أي :} \quad \text{وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر } u_c(t)$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{Lc} \quad \text{مع :}$$

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{Lc} \quad \text{الدور الخاص :}$$

$$T_o = 2\pi\sqrt{0,05 \times 2 \times 10^{-6}} = 2\sqrt{\pi^2 \times 0,05 \times 2 \times 10^{-6}} = 2\sqrt{10 \times 0,05 \times 2 \times 10^{-6}} \\ = 2\sqrt{10^{-6}} = 2 \times 10^{-3} s = 2ms$$

1-2 :

من خلال المعادلة التفاضلية يتضح أن المتذبذب توافقي إذن حل المعادلة التفاضلية هي عبارة عن دالة جيبية تكتب كما يلي :

$$u_c(t) = u_m \cos(\omega_o t + \varphi)$$

$$u_m = u_o = 10V$$

$$\varphi = 0 \quad \text{إذن} \quad u_c = u_m = 10V \quad \text{وعند } t = 0$$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{2 \times 10^{-3}} = 1000\pi \text{ rad/s}$$

$$u_c(t) = 10 \cos 10^3 \pi t \quad \text{إذن :}$$

1-3 :

$$\xi = \frac{1}{2} c U_o^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times 10^2 = 10^{-4} J \quad \text{الطاقة الكلية في الدارة هي :}$$

الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف في اللحظة $t = 1,5ms$:

$$Ee = \frac{1}{2} c u_c^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times [10 \cos(10^3 \pi \times 1,5 \times 10^{-3})]^2 = 10^{-4} \cos^2 \frac{3\pi}{2} = 0J$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{أو بطريقة أخرى :} \quad \text{لدينا :} \quad \frac{t}{T_o} = \frac{1,5}{2} = 0,75 \quad \text{إذن :} \quad t = \frac{3T_o}{4} \\ \text{وفي هذه اللحظة التوتر بين مربطي المكثف منعدم :} \\ u_c(t) = 10 \cos \omega_o t = 10 \cos \left(\frac{2\pi}{T_o} \times \frac{3T_o}{4} \right) = 10 \cos \frac{3\pi}{2} = 0 \\ Ee = 0 \quad \leftarrow \text{إذن المكثف مفرغ} \end{array} \right)$$

والطاقة المغناطيسية المخزونة في الوشعة في اللحظة $t = 1,5ms$:

$$E_m = \xi - E_e = 10^{-4} - 0 = 10^{-4} J$$

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \dot{q}^2 = \frac{1}{2} L (c\dot{u})^2 \quad \text{لدينا} \quad \text{أو بطريقة أخرى:}$$

$$\dot{u} = -10^4 \pi \sin 10^3 \pi t \quad \text{مع: } u_c(t) = 10 \cos 10^3 \pi t \quad \text{إذن:}$$

$$E_m = \frac{1}{2} L (-10^4 c \pi \sin 10^3 \pi t)^2$$

$$= \frac{1}{2} L \times \{(-1)^2 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \pi^2 \sin^2(10^3 \pi t)\} \quad \text{ومنه:}$$

وفي اللحظة $t = 1,5ms$ مع اعتبار $\pi^2 = 10$ حسب المعطيات

$$E_m = \frac{1}{2} 0,05 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \times 10 \times \sin^2(10^3 \pi 1,5 \times 10^{-3})$$

$$= 10^{-4} \sin^2 \frac{3\pi}{2} = 10^{-4} \times (-1)^2 = 10^{-4} J$$

(2-1:

التردد عند الرنين : مبيانيا $N_o = 500Hz$

والشدة الفعالة للتيار عند الرنين : $I_o = 0,142 A$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_o \times \sqrt{2}} = \frac{10}{0,142 \times \sqrt{2}} \approx 50 \Omega \quad \text{ولدينا:}$$

$$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{0,142}{\sqrt{2}} = 0,1 A$$

2-2: الترددان المقابلان للشدة الفعالة :

$N_1 = 430Hz$ هما :

$N_2 = 590Hz$ و:

$$Q = \frac{N_o}{N_2 - N_1} = \frac{500}{590 - 430} = 3,125$$

معامل الجودة:

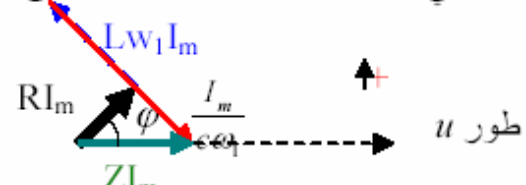
$$i(t) = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \varphi) \quad \text{2-3:}$$

$$\omega_1 = 2\pi N_1 = 2\pi \times 430 = 860\pi$$

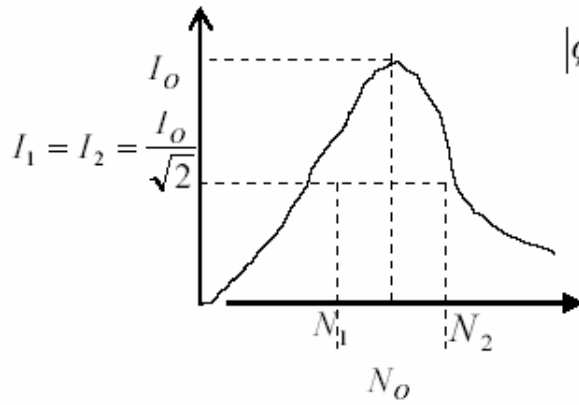
في هذه الحالة : $N_1 < N_o$ أي: $\omega_1^2 < \omega_o^2$ ولدينا : $\omega_o^2 = \frac{1}{Lc}$

إذن : $\omega_1^2 < \frac{1}{Lc}$ إذن: $L\omega_1 < \frac{1}{c\omega_1}$ فنستنتج أن التأثير الكثافي هو المتفوق أي أن الدارة كثافية

ويكون في هذه الحالة $i(t)$ هو المتقدم على $u(t)$ لأن طور $u(t)$ منعدم. وبالتالي : $\varphi > 0$



$$tg|\varphi| = \frac{\left| L\omega_1 - \frac{1}{c\omega_1} \right|}{R} = \frac{\left| 0,050 \times 860\pi - \frac{1}{2 \times 10^{-6} \times 860\pi} \right|}{50} = \frac{|135 - 185|}{50} = \frac{50}{50} = 1$$



$$|\varphi| = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \quad \varphi = +\frac{\pi}{4}$$

$$i(t) = 0,1 \times \sqrt{2} \cos(860\pi t + \frac{\pi}{4})$$

$$= 0,142 \cos(860\pi t + \frac{\pi}{4})$$

إذن:

2-4: في حالة التردد $N = N_2 = 590 \text{ Hz}$

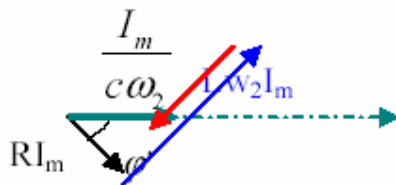
$$\omega_2 = 2\pi N_2 = 1180\pi \text{ rad/s}$$

$$I = I_1 = I_2 = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{0,142}{\sqrt{2}} = 0,1 \text{ A}$$

لكن بتغيير التردد قد يتغير فرق الطور بين $u(t)$ و $i(t)$

$$tg|\varphi'| = \frac{\left| L\omega_2 - \frac{1}{c\omega_2} \right|}{R} = \frac{\left| 0,05 \times 1180\pi - \frac{1}{2 \times 10^{-6} \times 1180\pi} \right|}{50} = \frac{|185 - 135|}{50} = \frac{50}{50} = 1$$

$$|\varphi'| = \frac{\pi}{4}$$



$L\omega_2 > \frac{1}{c\omega_2}$ فنستنتج أن التأثير الحثي هو المنفوق أي أن الدارة

تحريضية مع كون طور $u(t)$ **منعدم**. وبالتالي: $\varphi' < 0$

$$\varphi' = -45^\circ = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$P = UI \cos \varphi' = \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{0,142}{\sqrt{2}} \cos \frac{\pi}{4} = 0,5 \text{ W}$$

القدرة الكهربائية المستهلكة في الدارة :

$$I = \frac{U}{Z} \text{ و } \cos \varphi' = \frac{R}{Z} \quad \text{مع} \quad P = UI \cos \varphi' \quad \text{طريقة أخرى:}$$

$$\cos \varphi' = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

وبما أن $\varphi' = -\frac{\pi}{4}$ فإن:

$$P = \frac{U^2 R}{Z^2}$$

إذن:

ثم نعوض في تعبير القدرة السابق:

$$Z^2 = 2R^2$$

أي:

$$\cos \varphi' = \frac{R}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ولدينا:

$$P = \frac{U^2}{2R} = \frac{\left(\frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}\right)^2}{2R} = \frac{U_{\max}^2}{4R} = \frac{10^2}{200} = 0,5 \text{ W}$$