

تمارين تطبيقات نيوتن

تمرين 1:

يتحرك جسم نقطي M على مستوى مقرن بمعلم ديكار (\vec{r}, t) حيث المعادلتان الزمنيتان كالتالي :

حيث 0

-1. ما طبيعة الحركة على كل محور ؟ عال جوابك.

-2. ما طبيعته؟ $y = f(x)$

-3. أوجد تعبير متجهتي السرعة $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

-4. حدد المجالين الزمنيين الذي يغدو تكون الحركة على التابع m ثة ومتى

تمرين 2:

مكنت الدراسة التجريبية لحركة مركز قصور G من الحصول على المعادلة الزمنية $m(\vec{r}, t)$ من المعادلة الزمنية (S) التالية:

حيث x هو أقصول G $m(\vec{r}, t)$

حدد اعتمادا على المعادلة الزمنية :

-1. طبيعة حركة الجسم (S) .

-2. قيمة التسارع a .

-3. G عند أصل التواريخ $t_0 = 0$

-4. t_1 تكون السرعة اللحظية للجسم (S) هي $t_1 = 4$.

تمرين 3:

تحرك نقطة مادية M على المحور Ox وفق المعادلة الزمنية التالية :

حيث x ر t بالثانية.

-1. مو M حظة $t = 1s$.

-2. في أي لحظة تمر النقطة المادية M مرقطا علما ؟

-3. أحسب السرعة المتوسطة للنقطة المادية بين الحظتين $t = 0$ و $t = 2s$

-4. أوجد تعبير السرعة اللحظية للنقطة المادية عند لحظة معينة واستنتج سرتها البدئية v_0 .

-5. t التي تتوقف عندها النقطة المادية M .

في أي لحظة يكون التسارع منعدم؟

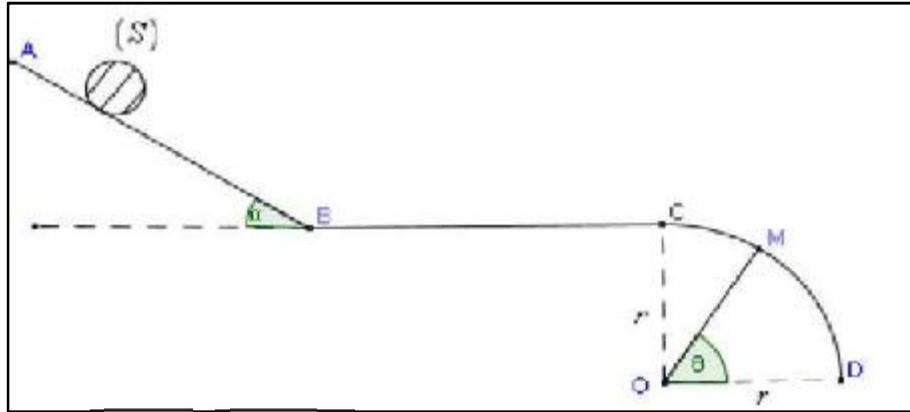
-6. حدد المجالين الزمنيين الذي تكون فيه حركة M .

تمرين 4:

. ABCD

يتحرك جسم صلب (S) نعتبره نقطيا ، كتلته $m=100\text{g}$ حيث الجزء AB=L=1,5m مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ الجزء BC مستقימי .

$$\text{الجزء } \widehat{CD} \text{ ربع دائرة شعاعها } r = 1,5 \text{ m} \text{ نعطي: } = 10 \text{ m}^2.$$



اعطت الدراسة التجريبية لحركة (S) النتائج التالية $V_x = 3t$. حيث V_x احداثية متوجهة السرعة على AB الذي وفقه .

-1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة (S)

-2- سبب f

-3- جد V_B (S) ص- بـ B .
-4- يتابع الجسم (S) حركته على الجزء BCD بدأ C .
-5- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد تعبير M

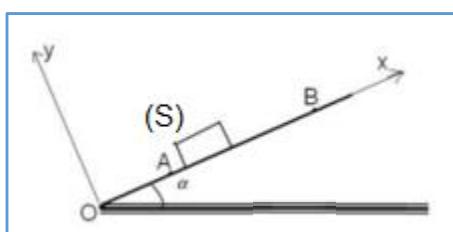
-6- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد شدة القوة المطبقة من طرف السكة عند النقطة M دالة θ .

تمرين 5:

$m=1\text{kg}$ كتلته (S)

مستوى

$\alpha = 30^\circ$ مائل بزاوية .



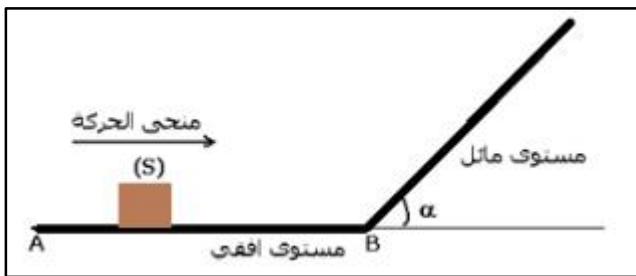
ينطلق الجسم (S) بسرعة بدائية متوجهها \vec{V}_0 موازية للمحور Ox عندما يكون G مع أصل معلم (O, i) ويمر من A بسرعة v_A ليتوقف عند النقطة B .
نفترض المبدأ O أصلًا للأفاصيل ولحظة مرور (S) A .
نعطي المعادلة الزمنية لسرعة مركز قصور الجسم (S) : $v = -6t + 3$.

-1- أكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ حرکه G ، واستنتج طبيعة حركة الجسم (S).

OB

-2- بتطبيق المبدأ المائي قوة احناك f .
-3- يطبق المستوى المائي قوة احناك f بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد شدة القوة f .
 $g=10\text{m.s}^{-2}$:

تمرين 6:



1- جسم صلب (S) كتلته $m=200\text{g}$ ينحدر بزاوية α على المستوى المائل حيث يتم التماس بينهما بدون احتكاك .

$$\text{قوة أفقية ثابتة } \vec{F} \text{ شدتها } F = 0,5N$$

تسمح بتحريكه على المستوى الأفقي انطلاقا من النقط A حيث سلكنا والتي تعتبرها أصل المعلم . خط تأثير القوة \vec{F} سطوى الأفق . نهمل الاحتكاكات على الجزء AB الأفقي .

$$g = 10\text{m.s}^{-2}$$

1.1-أحسب قيمة التسارع a_1 قصور .

1.2-ما طبيعة حركة الجسم (S) .

1.3-أكتب المعادلات الزمنية للحركة $v(t)$.
نعتبر اللحظة التي كان فيها في الموضع A م الزمن $(t=0)$.
موضع A يصعد الجسم (S) بسرعة بدئية بمسافة $L = 1,8\text{ m}$ ، مائل بال بالنسبة للمستوى الأفقي بزاوية 45° حيث تبقى نفس القوة \vec{F} مطبقة عليه ، خط تأثيرها موازي للمستوى المائل .
نعتبر أن التماس بين المستوى المائل والجسم (S) يتم باحتكاك وأن معامل الاحتكاك في هذه الحالة هو $k = 0,1$.

2-أكتب تعبير قيمة التسارع a_2 .

2.2-ما هي طبيعة حركة مركز قصور الجسم (S) خلال حركته على المستوى المائل ؟ أكتب المعادلات الزمنية للحركة $x(t)$ $v(t)$.

2.3-أحسب المسافة الدونية التي يمكن أن يقطعها الجسم قبل توقفه.

تصحيح تمارين قوانين نيوتن

التمرين 1:

- من خلال المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ يتبيّن أن الحركة على المحور (\vec{O}, \vec{i}) حركة منتظمة ، وعلى المحور (\vec{O}, \vec{j}) حركة متغيرة بانتظام.
- نقصي المتغير t من المعادلتين الزمنيتين للحصول على معادلة المسار .

لدينا:

$$t = \frac{3-x}{2}$$
$$y = \frac{(3-x)^2}{4} - \frac{3-x}{2} + 3$$
$$y = \frac{9-6x+x^2}{4} - \frac{3}{2} - \frac{x}{2} + 3$$
$$y = \frac{1}{4}x^2 - x + \frac{15}{4}$$

وهي معادلة شلجم

3- تعبير متجهتي السرعة \vec{V} والتسارع \vec{a} :

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = -3 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 2t - 1 \end{cases} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = 2 \end{cases}$$

4- لتحديد طبيعة الحركة ندرس الجداء السلمي $\vec{a} \cdot \vec{V}$

لدينا :

$$\vec{a} \cdot \vec{V} = a_x \cdot V_x + a_y \cdot V_y = 2(2t - 1)$$

تكون الحركة متباطئة إذا كان $0 < t < 0,5s$ أي: $\vec{a} \cdot \vec{V} < 0$

تكون الحركة متتسارعة إذا كان $t > 0,5s$ أي: $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$ وبالتالي:

التمرين 2:

- من خلال المعادلة الزمنية للحركة يتبيّن أن شكلها يكتب :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

وأنها تتم على المحور Ox أي أن مسارها مستقيم وبالتالي حركة مركز قصور G مستقيمية متغيرة بانتظام.

2- قيمة التسارع :

$$\begin{aligned} a &= \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) \\ a &= \frac{d}{dt} (4t + 2) \\ a &= 4 \text{ m.s}^{-2} \end{aligned}$$

3- موضع G عند أصل التواريخ $t=0$
نفرض $t=0$ في المعادلة الزمنية للحركة نستنتج :

$$x_0 = 5m$$

4- عند اللحظة ذات التاريخ t_1 تكون السرعة اللحظية :

$$\begin{aligned} V_1 &= 4t_1 + 2 \\ 4 &= 4t_1 + 2 \\ 4t_1 &= 2 \\ t_1 &= 0,5s \end{aligned}$$

تمرين 3:

1-موضع النقطة M عند اللحظة $t = 1s$

$$x(t = 1s) = 16 \times 1 - 6 \times 1 = 10m$$

2-تحديد اللحظة التي تمر فيها M من أصل معلم الفضاء $x = 0$

$$\begin{aligned} 16t - 6t^2 &= 0 \Rightarrow 2t(8 - 3t) = 0 \\ t = \frac{8}{3} &= 2,67s \text{ أو } t = 0 \end{aligned}$$

3-حساب السرعة المتوسطة ل M بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 2s$

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{x(t = 2s) - x(t = 0)}{2 - 0} = \frac{[16 \times 2 - 6 \times 2^2] - 0}{2} = \frac{32 - 24}{2} \\ V_m &= 4m/s \end{aligned}$$

4-السرعة السرعة اللحظية في لحظة معينة :

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 16 - 12t$$

السرعة البدئية هي السرعة عند اللحظة $t = 0$

$$v_0 = 16m/s$$

5-اللحظات والمواضع التي تتوقف عندها النقطة المادية:

يتوقف الجسم المتحرك عندما تصبح سرعته منعدمة أي: $v = 0$

$$16 - 12t = 0 \Rightarrow t = \frac{16}{12} = 1,33s$$

موقع توقف M هو:

$$x(t = 1,33s) = 16 \times 1,33 - 6 \times 1,33^2 = 10,67m$$

تسارع M:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -12m/s^2$$

نلاحظ أن تسارع الجسم يبقى ثابتاً مهماً تكن t أي $a \neq 0$.

6- تحديد المجالين التي تكون فيها الحركة متتسارعة ومتباينة:

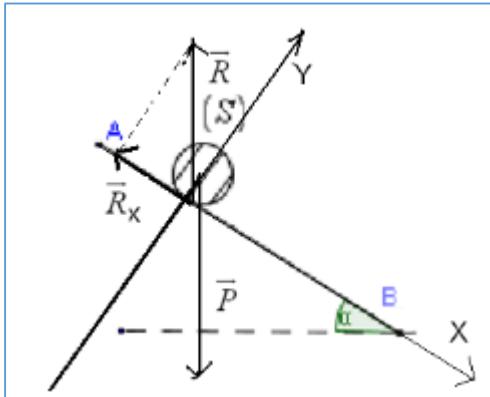
متجه السرعة: $\vec{v} = (16 - 12t)\vec{i}$

متجه التسارع: $\vec{a} = -12\vec{i}$

الحالة السلمي: $\vec{v} \cdot \vec{a} = (16 - 12t)\vec{i} \cdot (-12\vec{i}) = -48(4 - 3t)$

الحركة تكون متتسارعة في حالة: $t < 1,33s$ أي $4 - 3t > 0$ - ومنه: $\vec{a} > 0$

الحركة تكون متباينة في حالة: $t > 1,33s$ أي $4 - 3t < 0$ - ومنه: $\vec{a} < 0$



تمرين 4:

1- جرد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S) : \vec{P}

- تأثير المستوى المائل : \vec{R}

حسب القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$

نسقط العلاقة على المحور Ox

$$ma_x = P_x + R_x$$

$$ma = mgsin\alpha + R_x$$

$$R_x = ma - mgsin\alpha$$

$$R_x = m(a - gsina)$$

$a = \frac{dV_x}{dt} = 3m.s^{-1}$ مع
ت.ع:

$$R_x = 0,1(3 - 10 \sin(30^\circ)) = -0,2N$$

بما أن $R_x \neq 0$ فان التماس يتم باحتكاك.

2- بما أن $f = R_T = -R_x$ فان شدة قوة الاحتكاك تساوي: $f = 0,2N$

3- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين الموضعين A و B

$$\Delta E_c = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}m \cdot V_B^2 - \frac{1}{2}m \cdot V_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

لدينا :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mgh = m \cdot g \cdot L \cdot \sin\alpha$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot AB \quad V_A = 0$$

$$\frac{1}{2}m \cdot V_B^2 = m \cdot g \cdot L \cdot \sin\alpha - f \cdot AB$$

$$V_B = \sqrt{2L \cdot g \cdot \sin\alpha - \frac{f}{m}}$$

ت.ع:

$$V_B = \sqrt{2 \times 1,5 \times 10 \times \sin(30^\circ) - \frac{0,2}{0,1}} = 3 \text{ m.s}^{-1}$$

- دراسة حركة (S) بين النقطتين B و C.
جرد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S) : \vec{P}
- تأثير المستوى المائل : \vec{R}

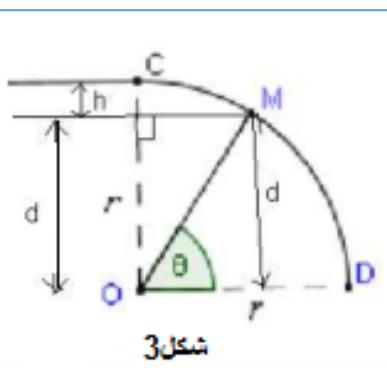
حسب القانون الثاني لنيوتون
نسقط العلاقة على المحور Ox

$$ma_x = 0 + 0$$

حركة الجسم (S) مستقيمية منتظمة على الجزء BC ومنه $a = 0$

5- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين C و M

$$\frac{1}{2}m \cdot V_M^2 - \frac{1}{2}m \cdot V_C^2 = W_{C \rightarrow M}(\vec{P}) + W_{C \rightarrow M}(\vec{R})$$



بما أن الحركة تتم بدون احتكاك فإن :

$$V_C = V_B = 3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$W_{C \rightarrow M}(\vec{P}) = mgh$$

$$h = r - D = r - r \cdot \sin\theta = r(1 - \sin\theta)$$

$$W_{C \rightarrow M}(\vec{R}) = mgr(1 - \sin\theta)$$

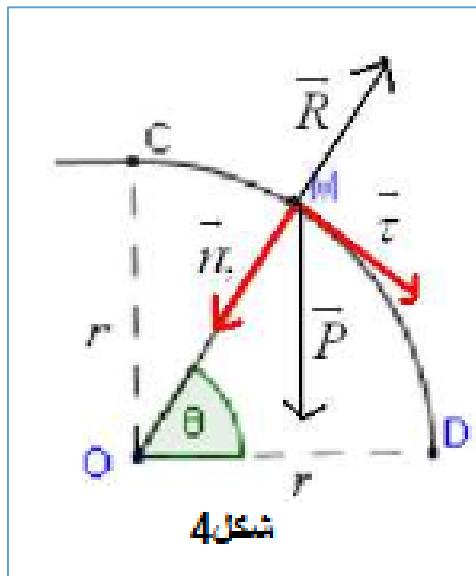
$$\frac{1}{2}m \cdot V_M^2 - \frac{1}{2}m \cdot V_C^2 = mgr(1 - \sin\theta)$$

$$V_M^2 = 2gr(1 - \sin\theta) + V_B^2$$

$$V_M = \sqrt{2gr(1 - \sin\theta) + V_B^2}$$

6- نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$



باعتبار الحركة دائرية نستعمل معلم فريني ($M; \vec{n}; \vec{t}$)

نسقط العلاقة على المحور ($M; \vec{n}$)

نحصل على : (1) $m.a_n = m.g.\sin\theta - R$

لدينا : $a_n = \frac{V_B^2}{r}$ التسارع المنظمي مع :

$$a_n = 2.g(1 - \sin\theta) + \frac{V_B^2}{r}$$

$$a_n = 2.g(1 - \sin\theta) + \frac{V_B^2}{r}$$

وبالتالي (1) تكتب :

$$R = m.g.\sin\theta - ma_n$$

$$R = m \left[g.\sin\theta - 2.g(1 - \sin\theta) - \frac{V_B^2}{r} \right]$$

7- عندما يغادر الجسم (S) السكة الدائرية تكون $R=0$ وبالتالي :

$$m \left[g(3\sin\theta - 2) - \frac{V_B^2}{r} \right] = 0$$

$$g(3\sin\theta - 2) = \frac{V_B^2}{r}$$

$$3\sin\theta - 2 = \frac{V_B^2}{g.r}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{3} \left(\frac{V_B^2}{g.r} + 2 \right)$$

ت.ع:

$$\sin\theta = \frac{1}{3} \left(\frac{3^2}{10 \times 1,5} + 2 \right) = 0,96$$

$$\theta = 75,16^\circ$$

التمرين 5:

1- حساب التسارع :

انطلاقا من معادلة السرعة : $a = \frac{dv}{dt} = -6m.s^{-2}$

حركة الجسم (S) مستقيمية متغيرة (متباينة) بانتظام.

2- تكتب المعادلة الزمنية للحركة المتغيرة بانتظام على الشكل التالي:

$$x(t) = \frac{1}{2}a.t^2 + V_0.t + x_0$$

حيث: $a = -6m.s^{-2}$ و $V_0 = 3m.s^{-1}$ و $x_0 = x_A = 0,75m$ المعادلة الزمنية للحركة تكتب:

$$x(t) = -3t^2 + 3t + 0,75$$

يتوقف الجسم (S) عندما يصل إلى النقطة B ومنه فان :

$$V_B = 0 \Leftrightarrow -6t_B + 3 = 0 \Leftrightarrow t_B = \frac{-3}{-6} = 0,5s$$

المعادلة الزمنية تكتب:

$$x_B = -3t_B^2 + 3t + x_A$$

ت.ع:

$$x_B = -3 \times 0,5^2 + 3 \times 0,5 + 0,75 = 1,5m$$

إذن المسافة OB هي:

$$OB = x_B - x_O = 1,5m$$

- المجموعة المدرستة الجسم .3

جرد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S) :

- تأثير المستوى المائل :

$$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

حسب القانون الثاني لنيوتن : نسقط العلاقة على المحور Ox

$$ma = -m \cdot g \cdot \sin\alpha - f$$

$$f = -m \cdot g \cdot \sin\alpha - m \cdot a$$

$$f = -m(g \cdot \sin\alpha + a)$$

ت.ع:

$$f = -1(10 \times \sin(30^\circ) - 6) = 1N$$

التمرين 6:

1.1- حساب التسارع a_1 :

المجموعة المدرستة: الجسم (S).

المعلم المرتبط بالأرض معلما غاليليا.

جرد القوى :

وزن الجسم و \vec{R} تأثير المستوى الأفقي و تأثير القوة \vec{F} .

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

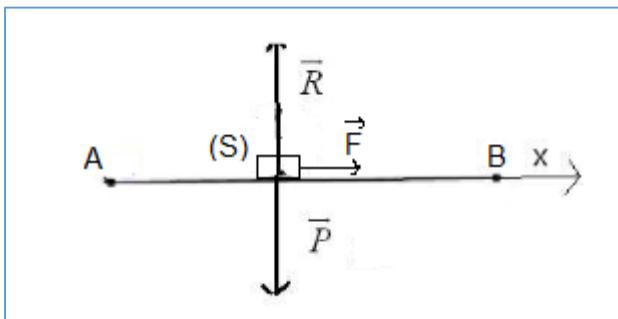
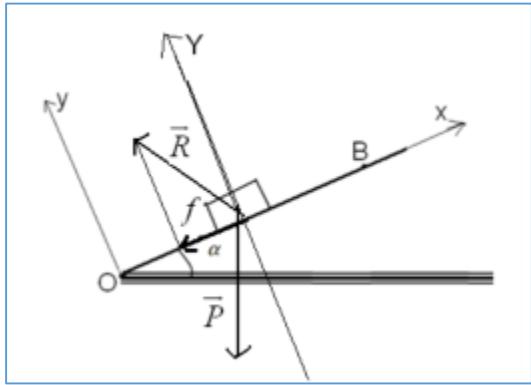
$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1$$

الإسقاط على المحور الأفقي Ox :

$$0 + 0 + F = m \cdot a_1$$

$$a_1 = \frac{F}{m}$$



$$a_1 = \frac{0,5}{0,2} = 2,5 m.s^{-2}$$

1.2-طبيعة الحركة:

بما أن التسارع ثابت ، فإن الحركة مستقيمية متغيرة (متسارعة) بانتظام.

1.3-المعادلة الزمنية للحركة:

بما أن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام فإن معادلة السرعة تكتب :

$$v(t) = a_1 t + v_0$$

السرعة البدئية: $v_0 = 0$

$$v(t) = 2,5t$$

المعادلة الزمنية للحركة:

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

الأصول البدئي: $x_0 = 0$

$$x(t) = 1,25t^2$$

2.1-تعبير التسارع : a_2

يخضع الجسم (S) إلى القوى \vec{P} و \vec{F} و \vec{R} في هذه الحالة اتجاه \vec{R} مائل في المنحى المعاكس لمنحى الحركة،
لوجود الاحتكاكات.

القانون الثاني لنيوتن يكتب :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور X .: Ax

$$-m \cdot g \cdot \sin\alpha + F - f = m \cdot a_2 \quad (1)$$

الإسقاط على المحور Y :

$$-m \cdot g \cdot \cos\alpha + R_N = 0$$

$$R_N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

نعلم أن معامل الاحتكاك k يكتب:

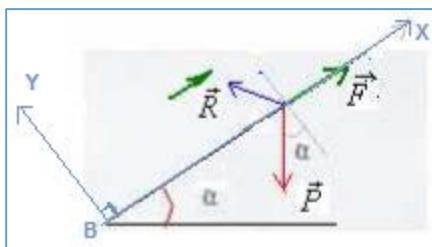
$$k = \frac{f}{R_N} \Rightarrow f = k \cdot R_N = k \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

حسب السؤال 1.1 لدينا : $F = m \cdot a_1$

نعرض f و F بتعابيرهما في المعادلة (1) نحصل على :

$$-m \cdot g \cdot \sin\alpha + m \cdot a_1 - k \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a_2$$

$$a_2 = a_1 - g(\sin\alpha + k \cdot \cos\alpha)$$



ت.ع:

$$a_2 = 2,5 - 10[\sin(45^\circ) + 0,1 \cos(45^\circ)] = -5,28 \text{ m.s}^{-2}$$

طبيعة الحركة:

بما أن التسارع ثابت ، فإن الحركة مستقيمية متغيرة (متباينة) بانتظام.

المعادلات الزمنية:

$$v(t) = a_2 t + v'_0$$

تحديد v'_0 خلال المرحلة الأولى سرعة الجسم عند النقطة B تمثل

العلاقة المستقلة عن الزمن: $v_B^2 - v_A^2 = 2 \cdot a_1 \cdot (x_A - x_B)$

$$v_B^2 = 2 \cdot a_1 \cdot AB \Rightarrow v_B = \sqrt{2a_1 \cdot AB}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 2,5 \times 18} = 3 \text{ m.s}^{-1}$$

معادلة السرعة تكتب:

$$v(t) = -5,28t + 3$$

المعادلة الزمنية للحركة:

$$x(t) = \frac{1}{2} a_2 \cdot t^2 + v'_0 \cdot t + x'_0$$

$$x(t) = 2,64t^2 + 3t + 1,8$$

3- المسافة الدنيوية التي يقطعها الجسم قبل أن يتوقف:

ليكن النقطة M التي يتوقف عندها الجسم ، حيث $V_M = 0$ لنبحث عن المسافة BM باستعمال العلاقة المستقلة عن الزمن :

$$v_M^2 - v_B^2 = 2 \cdot a_2 \cdot (x_M - x_B)$$

$$-v_B^2 = 2 \cdot a_2 \cdot BM$$

$$BM = \frac{-v_B^2}{2 \cdot a_2} = \frac{-3^2}{2 \times (-5,28)} = 0,85 \text{ m}$$