تمارين حول درس مظاهر الطاقة .

تمرين 1

نقذف كرة بليار كهربائي كتلتها $m=55g$ بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة وصلابة $k=14N/m$ وطول أولي $\ell_0=12cm$.

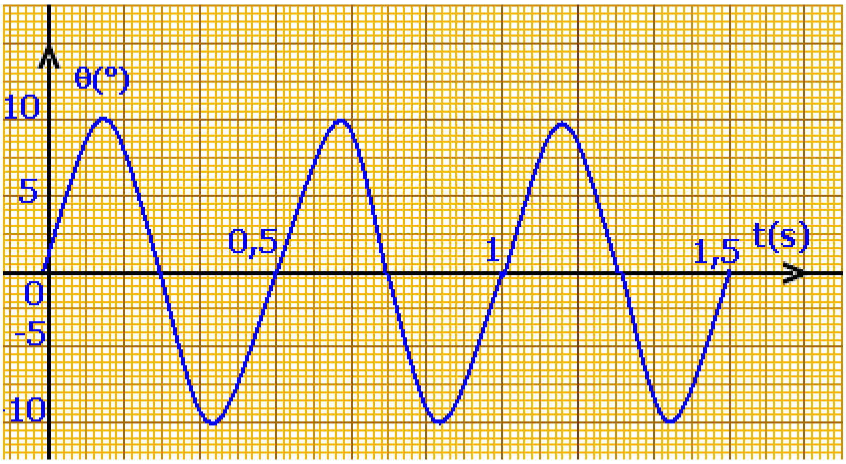
1 ـ قبل قذف الكرة ، يكون النابض مضغوطا حيث طوله يساوي $\ell_0/2$. أحسب في هذه الحالة E_{Pe} طاقة الوضع المرنة المخزونة في النابض عند انضغاطه .

2 ـ أثناء قذف الكرة يمنح النابض طاقته المخزونة كليا . ما شكل الطاقة التي اكتسبتها الكرة ؟

3 ـ استنتج السرعة القصوى لإرسال الكرة .

تمرين 2

نعطي أسفله المخطط $\theta=f(t)$ لنواس لي حر يتكون من سلك ومن قضيب فلزيين ، حيث θ هو الأفصول الزاوي . ثابتة اللي للسلك تساوي $C=2.10^{-5}N.m/rad$.



1 ـ عين الدور الخاص T_0 ، واستنتج قيمة J_Δ عزم قصور القضيب .

2 ـ هل الاحتكاكات مهملة أثناء مدة التسجيل ؟

3 ـ أحسب الطاقة الحركية للنواس عند مرور القضيب من موضع توازنه .

4 ـ أحسب طاقة الوضع للي E_{pt} والطاقة الحركية E_C للنواس عنما تأخذ θ القيمة $\theta=0,8rad$.

5 ـ أحسب المجموع (E_C+E_{pt}) . ماذا تستخلص ؟

تمرين 3

نعتبر نواسا وازنا مكونا من جسم صلب (S) كتلته $m=1,3kg$ يتذبذب في مستوى رأسي حول محور أفقي (Δ) .

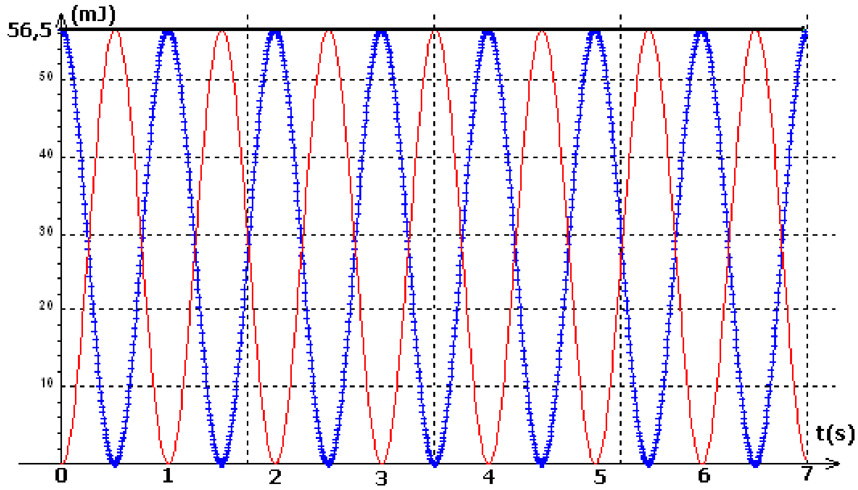
عزم قصور الجسم الصلب بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_\Delta=0,24kg.m^2$ ، والمسافة بين G مركز قصور (S) والمحور (Δ) تساوي $d=18cm$. نهمل الاحتكاكات .

1 ـ أحسب دور الذبذبات الصغيرة لهذا النواس بالنسبة للأفصول الزاوي بحيث $\theta<10°$

2 ـ أعط بدلالة m و d و θ و g شدة الثقالة تعبير E_{pp} طاقة الوضع الثقالية للنواس . نأخذ $E_{pp}=0$ في المستوى الأفقي المار من موضع G عند التوازن .

3 ـ أحسب $\dot{\theta}_{max}$ السرعة الزاوية القصوى للمتذبذب ، علما أن $E_{pp}=7,5mJ$ نعطي $g=9.8m/s^2$

تمرين 4



تقدم الوثيقة أسفله تطورات E_{pp} طاقة الوضع الثقالية ، و E_C الطاقة الحركية و الطاقة الميكانيكية E_m بدلالة الزمن لمتذبذب وازن أزيح عن موضع توازنه المستقر وأطلق بدون سرعة بدئية في لحظة $t=0$.

1 ــ حدد ، معللا جوابك المنحنى الموافق لكل شكل من أشكال الطاقة .

2 ــ ما قيمة الدور T_0 لحركة النواس الوازن ؟

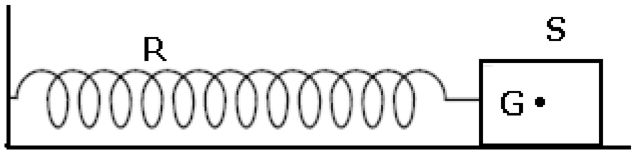
3 ــ أ ــ كم سيكون طول نواس بسيط له نفس الدور الخاص T_0 ؟ كتلة النواس البسيط $m=220g$

ب ــ أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية القصوى للنواس .

ج ــ تأكد من أن التقريب المستعمل بالنسبة للزاويا الصغيرة يتحقق .

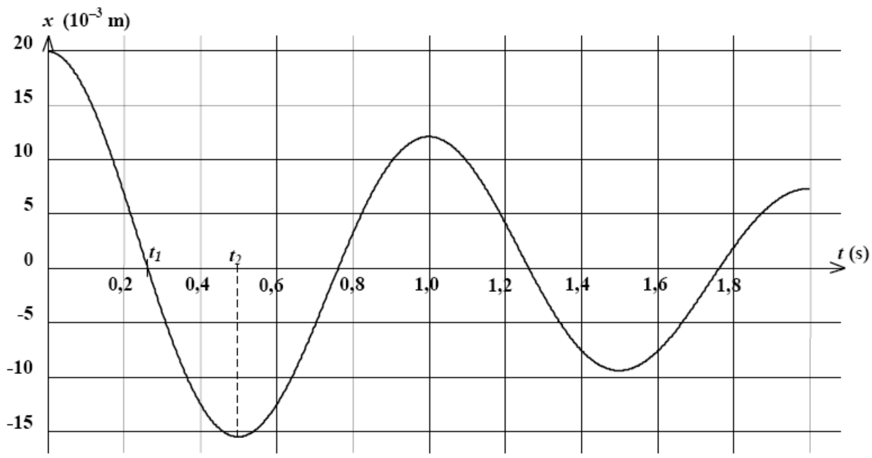
تمرين 5

يتكون متذبذب مرن من جسم صلب ذي كتلة $m=250g$ مشدود بطرف نابض لفاته غير متصلة ، وكتلته مهملة ، وصلابته $k=10N/m$.



يمكن للجسم أن يتذبذب أفقيا فوق ساق . ندرس حركة G مركز قصور تاجسم على المحور الأفقي $(O,\vec{i})$ لمعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم ومرتبط بمرجع أرضي ، ونمعلم موضعه بالأفصول x . تنطبق النقطة O مع G_0 موضع G عند التوازن .

الاحتكاكات غير مهملة ، إذ نعتبر أن قوى الاحتكاك مكافئة لقوة وحيدة $\vec{f}=-\mu\vec{v}$ حيث $\vec{v}$ متجهة سرعة G و μ معامل موجب .



1 ــ باستعمال الوثيقة (1) عين شبه الدور T للذبذبات وقارنه مع T_0 الدور الخاص للنواس .

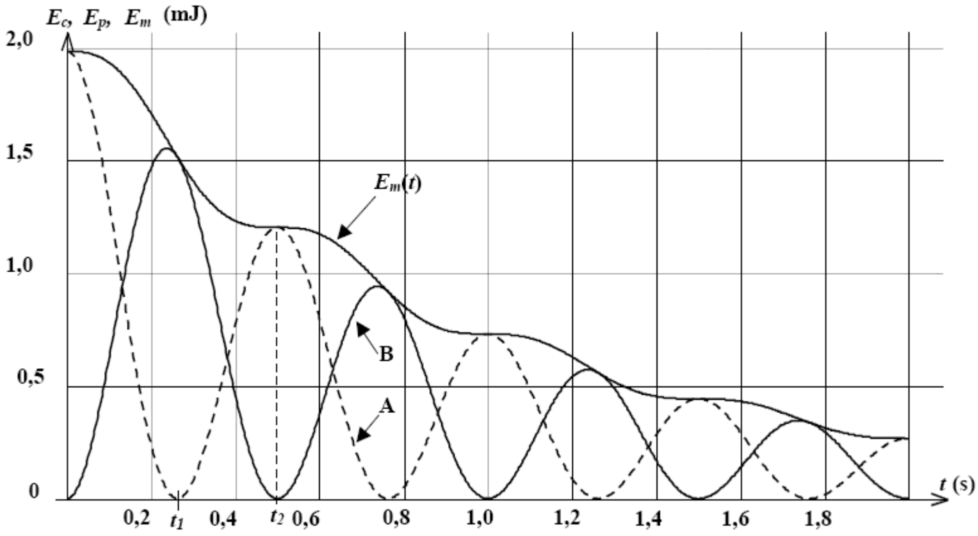
2 ــ ماذا يمثل المنحنيان (أ) و (ب) في الوثيقة الأولى ؟

3 ــ كيف تفسر تناقص الطاقة الميكانيكية E_m للمتذبذب .

4 ــ أ ــ ما سرعة G عند اللحظتين t_1 و t_2 ؟ علل جوابك .

ب ــ استنتج قيمة الشدة f عند هاتين اللحظتين .

ج ــ علل شكل المنحنى E_m .



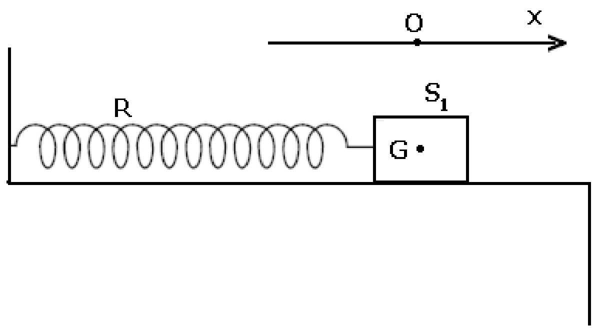
تمرين 6

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g=10m/s^2$

I ـ نعتبر التركيب التجريبي الممثل في الشكل أسفله والمتكون من :

ـ نابض R لفاته غير متصلة ، ومتلته مهملة وصلابته k

ـ جسم صلب S_1 كتلته m_1 .

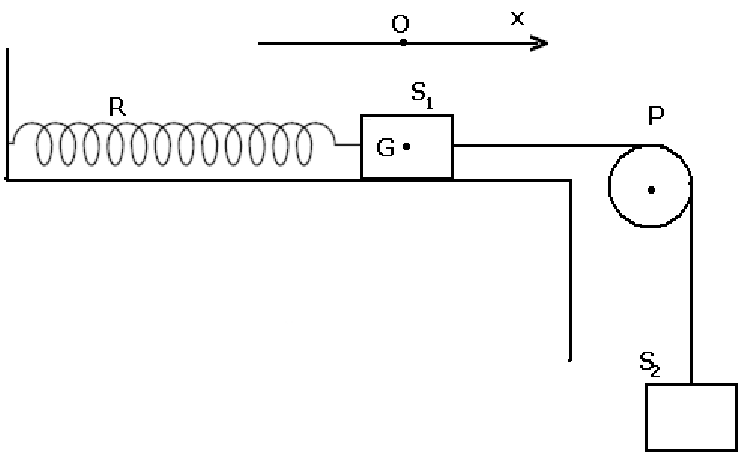


نزيح الجسم S_1 عن موضع توازنه ، في المنحى الموجب ، بمسافة x_0 ثم نحرره بدون سرعة بدئية في اللحظة $t=0$. نختار كمرجع لطاقة الوضع المرنة ، الموضع الذي يكون فيه النابض غير مشوه ومرجعا لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من G .

1 ـ أعط تعبير الطاقة الحركية للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض } .

2 أعط تعبير طاقة الوضع للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض } . واستنتج تعبير طاقتها الميكانيكية في لحظة t بدلالة k و x و $\dot{x}$.

3



II ـ نثبت المتذبذب المرن الأفقي السابق ، بطرف خيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة يمر دون انزلاق بمجرى بكرة (P) شعاعها r وكتلتها M ، ونعلق بالطرف الآخر جسما صلبا (S_2) كتلته $m_2=m_1=m$ (أنظر الشكل)

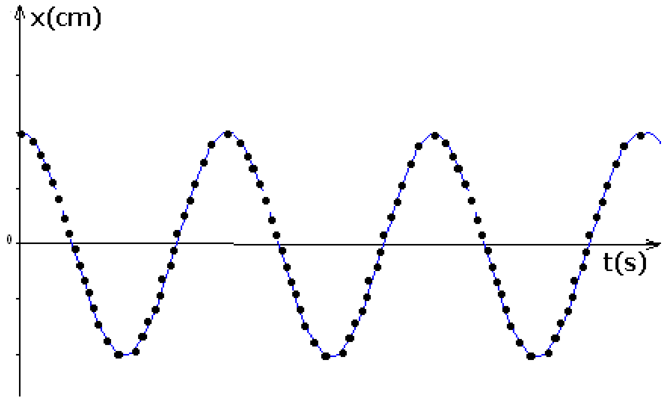
عزم قصور البكرة J_Δ بالنسبة للمحور الأفقي المار من مركزها هو $J_\Delta=\frac{1}{2}Mr^2$ حيث $M=2m$.

1 ـ حدد بدلالة المقادير اللازمة إطالة النابض عند التوازن .

2 ـ نزيح الجسم (S_2) نحو الأسفل بمسافة z_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$. يمثل الشكل أسفله تسجيل حركة نقطة من S_1 بالسلم الحقيقي ، خلال مدد زمنية متساوية ومتتالية $\tau = 40ms$.

2 ـ 1 عين الدور T_0 للمتذبذب .

2 ـ 2 عين الوسع x_m لحركة S_1 .



3 ـ باعتمادك على العلاقة الأساسية للتحريك بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S_1 تكتب على الشكل التالي : $\ddot{x}+\frac{1}{3}\frac{k}{m}x=0$

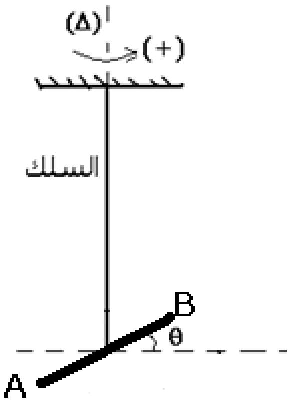
(x أفصول مركز قصور الجسم S_1 عند اللحظة t)

4 ـ أكتب المعادلة الزمنية لحركة S_1 .

5 ـ حدد صلابة النابض k علما أن $m=200g$

تمرين 7

يتكون نواس اللي من سلك فولادي رأسي ثابتة ليه C مثبت من طرفه الأعلى في حامل ، ويحمل في طرفه الأسفل قضيبا متجانسا AB ، طوله $\ell = 2cm$ ، عزم قصوره بالنسبة لمحور رأسي هو $J_\Delta = 4.10^{-4} kg.m^2$.



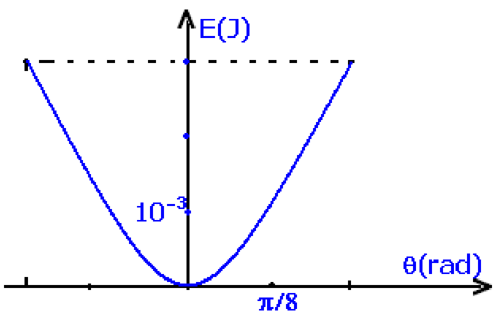
ندير القضيب AB أفقيا حول المحور (Δ) في المنحى الموجب بالزاوية θ_m انطلاقا من موضع توازنه ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية في اللحظة ذات التاريخ $t=0$.

نمعلم موضع القضيب في كل لحظة بأفصوله الزاوي θ . الذي نقيسه بالنسبة لموضع التوازن . نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $\pi^2 = 10$.

1 ـ بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك ، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة القضيب ، واستنتج تعبير الدور الخاص T_0 بدلالة J_Δ و C .

2 ـ باختيار موضع التوازن القضيب مرجعا لطاقة الوضع للي ، أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة { حامل ، سلك ، قضيب } بدلالة J_Δ و C والأفصول الزاوي θ والسرعة الزاوية $\dot{\theta}$.

3 ـ يمثل المبيان أسفله مخططي الطاقة الميكانيكية وطاقة وضع اللي للمجموعة .



باعتمادك على هذا المبيان أوجد :

3 ـ 1 القيمة القصوى لطاقة الوضع للي .

3 ـ 2 الوسع θ_m

3 ـ 3 ثابتة اللي للسلك C .

4 ـ أعط المعادلة الزمنية لحركة القضيب .

5 ـ نثبت على القضيب وعلى نفس المسافة $d = \ell / 4$ من المحور (Δ) سحمتين مماثلتين كتلتيهما $m_1 = m_2 = m$. ونزيح القضيب عن موضع توازنه بنفس الزاوية θ_m ونحرره بدون سرعة بدئية .

أحسب الكتلة m ، علما أن المتذبذب ينجز 10ذبذبات خلال مدو $\Delta t = 15s$.

نعطي $J'_\Delta = J_\Delta + 2md^2$ عزم قصور المجموعة { القضيب ، السحمتين } بالنسبة للمحور Δ .

تصحيح تمارين حول درس مظاهر الطاقة .

تمرين 1

1 ـ حساب طاقة الوضع المرنة المخزونة في النابض عند انضغاطه :

نعتبر الحالة المرجعية لطاقة الوضع المرنة عندما يكون النابض غير مشوه :

$E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2+Cte$ في الحالة المرجعية : $E_{pe}=0$ عند $x=0$ أي أن $Cte=0$ وبالتالي فطاقة الوضع المرنة في هذه الحالة هي : $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2$

قبل قذف الكرة يكون النابض مضغوطا حيث طوله يساوي $\ell_0/2$ أي أن تقلص النابض هو $x=\left|\frac{\ell_0}{2}-\ell_0\right|=\left|\frac{\ell_0}{2}\right|$ وبالتالي فإن $E_{pe}=\frac{1}{8}k\ell_0^2=6,3.10^{-3}J$

2 ـ شكل الطاقة التي اكتسبتها الكرة : طاقة حركية

السرعة القصوية لإرسال الكرة :

عند مرور الكرة والنابض من النقطة O تكون للكرة سرعة قصوية عند مروره من موضع توازنه حيث أنه حسب المعطيات كل طاقة الوضع المرنة تكتبها الكرة على شكل طاقة حركية :

$$E_{pe}=\frac{1}{2}mv_{\max}^2\Rightarrow v_{\max}=\sqrt{\frac{2E_{pe}}{m}}=0,36m/s$$

تمرين 2

تعيين الدور الخاص من المبيان : $T_0=0,5s$

لنستنتج عزم قصور الساق :

من خلال المنحنى يتبين أن حركة النواس تذبذبية جيبية وتوصلنا خلال الدرس أن دورها الخاص هو

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}\Rightarrow T_0^2=4\pi^2\frac{J_\Delta}{C}$$

$$J_\Delta=\frac{C.T_0^2}{4\pi^2}=1,25.10^{-7}kg.m^2$$

يلاحظ أن هذه القيمة صغيرة جدا .

2

التسجيل .

3 ـ حساب الطاقة الحركية للنواس عند مروره من موضع توازنه :

موضع التوازن تكون سرعة النواس قصوية وتكون $\theta=0$

بما أن الاحتكاكات مهملة فالطاقة الميكانيكية تكون منحفظة خلال حركة النواس وتعبيرها يكون عند $\theta=\theta_m$ هي $E_m=\frac{1}{2}C\theta_m^2+0=\frac{1}{2}C\theta_m^2$ وعند موضع التوازن تكون $\theta=0$ و $\dot{\theta}=\dot{\theta}_m$ أي أن سرعة النواس تكون قصوية وبالتالي $E_m=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_m^2+0=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_m^2$

انحفاظ الطاقة الميكانيكية يكافئ $\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_m^2=\frac{1}{2}C\theta_m^2\Rightarrow\dot{\theta}_m=\theta_m\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$

تطبيق عددي :

$$\theta_m=10^\circ=\frac{\pi}{18}rad$$

$$\dot{\theta}_m=2,02rad/s$$

4 ـ حساب طاقة الوضع اللي E_{pt} والطاقة الحركية E_C للنواس عند $\theta = 0,8rad$

لا يمكن لأن القيمة القصوية لهذه الحركة هي $\theta_m = 10° = \frac{\pi}{18} = 0,174rad < 0,8rad$

يمكن ان نتعامل نع هذا التمرين باعتبار $\theta = 0,08rad = 4,5°$

نعلم أن $E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte$ نختار الحالة المرجعية التي يكون فيها القضيب في حالة توازنه المستقر

حيث $\theta = 0$ وبالتالي فالثابتة $Cte = 0$ أي أن $E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2$

تطبيق عددي : $E_{pt} = 0,64.10^{-7} J$

الطاقة الحركية للنواس هي :

نعلم أ، الطاقة الميكانيكية للنواس هي :

$$E_m = E_{pt} + E_C \Rightarrow E_C = E_m - E_{pt}$$

$$E_C = \frac{1}{2}C\left(\theta_m^2 - \theta^2\right) = 0,024.10^{-5} J$$

تمرين 3

1 ـ دور الذبذبات الصغيرة :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}$$

تطبيق عددي : $T_0 = 2,01s$

2 ـ تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس الوازن :

نأخذ الحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ أي أننا نختار المحور $(O,\vec{k})$ موجه نحو الأعلى وO متطابقة

مع موضع التوازن G وبالتالي فإن $E_{pp} = mgz + Cte$

في الحالة المرجعية لدينا : $E_{pp} = 0 = 0 + Cte \Rightarrow Cte = 0$ أي أن $E_{pp} = mgz$ بحيث أن

$z = d\left(1-\cos\theta\right)$ وبالتالي فإن $E_{pp} = mgd\left(1-\cos\theta\right)$

باعتبار أن الذبذبات ذات وسع صغير فإن $1-\cos\theta = \frac{\theta^2}{2}$ أي أن $E_{pp} = \frac{1}{2}mgd\theta^2$

3 ـ حساب $\dot{\theta}_{max}$ السرعة الزاوية القصوى للمتذبذب

تكون للنواس الوازن سرعة زاوية قصوى عند مروره من موضع توازنه أي $\theta = 0$ أي أن $E_{pp\min} = 0$

والطاقة الميكانيكية في هذه الحالة هي $E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_{max}^2$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية أي أن الطاقة الميكانيكية للنواس عند $\theta = \theta_{max}$ $E_m = E_{pp\max} + E_{C\min} = E_{pp\max} + 0 = E_{pp\max}$ تساوي الطاقة الميكانيكة للنواس عند مروره من موضع توازنه أي أن :

$$E_{pp\max} = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_{max}^2 \Rightarrow \dot{\theta}_{max} = \sqrt{\frac{2E_{pp\max}}{J_\Delta}}$$

$$\dot{\theta}_{max} = 0,25rad$$

تمرين 4

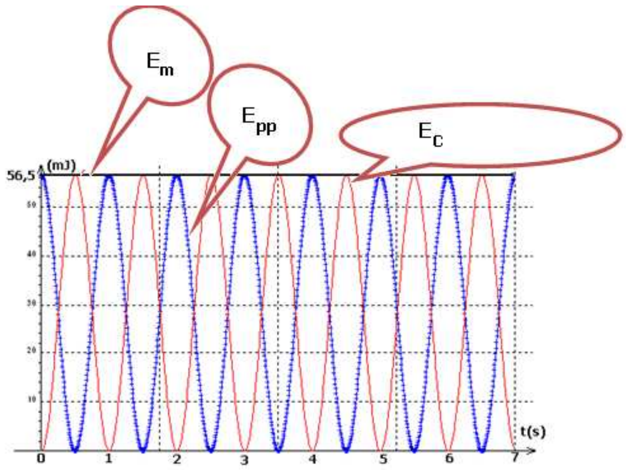
1 ـ تحديد المنحنى الموافق لكل شكل من أشكال الطاقة : أنظر الشكل جانبه

2 ـ قيمة الدور T_0 لحركة النواس الوازن :

يلاحظ من خلال المنحنيات E_{pp} أو E_C دالتين دورتين دور كل منهما هو $T = \frac{T_0}{2}$ أي أن $T_0 = 2T$

وحسب الشكل فإن $T = 1s \Rightarrow T_0 = 2s$

3 ـ أ ـ طول النواس البسيط الذي له نفس الدور الخاص T_0 :



نعلم أن دور النواس البسيط : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ لكي

يكون متواقت مع النواس الوازن الذي دوره $T_0 = 2s$

هو كالتالي : $4 = 4\pi^2 \frac{\ell}{g} \Rightarrow \ell = \frac{g}{\pi^2} = 1m$

ب ـ تعبير طاقة الوضع الثقالية القصوى للنواس

البسيط : $E_{pp} = mg\ell(1-\cos\theta)$

بالنسبة لدبدبات ذات وسع صغير لدينا

$1-\cos\theta = \frac{\theta^2}{2}$ أي أن $E_{pp} = \frac{1}{2}mg\ell\theta^2$

ج ـ لنتأكد من أن التقريب المستعمل بالنسبة للزوايا

الصغيرة يتحقق أي قانون التواقت نحسب θ_{max} من

خلال المعادلة التالية: $E_{pp\max} = \frac{1}{2}mg\ell\theta_{\max}^2$ باعتبار أن للنواس البسيط نفس الطاقة الميكانيكية نجد أن

$$\theta_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{pp\max}}{mg\ell}} = 0,226rad = 13°$$

تمرين 5

1 ـ تحديد شبه الدور T انطلاقا من المنحنى في الوثيقة جانبه :

من خلال الشكل يتبين أن شبه الدور هو : $T = 1s$

الدور الخاص للنواس هو :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 1s$ مما يبين أن شبه الدور والدور الخاص للمتذبذب تقريبا متساويان .

2 ـ تحديد المنحنيان (أ) و (ب) :

(أ) الطاقة الحركية للمتذبذب : $E_C = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$

و (ب) طاقة الوضع المرنة $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$

3 ـ يفسر تناقص الطاقة الميكانيكية E_m نتيجة وجود قوى الاحتكاك المسؤولة عن تبدد الطاقة على شكل طاقة حرارية .

4 ـ أ ـ سرعة G عند اللحظة t_1 :

عند اللحظة t_1 لدينا $x=0$ أي أن G تمر من موضع توازنها وبالتالي فإن السرعة في هذه النقطة قصوية أي أن الطاقة الحركية قصوية وطاقة الوضع منعدمة أي دنوية وبالتالي فالطاقة الميكانيكية

$$E_m(t_1)=E_{C\max}(t_1)\Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}_{\max}^2=E_m(t_1)$$

$$\dot{x}_{\max}=\sqrt{\frac{2E_m(t_1)}{m}}=\sqrt{\frac{2\times 1,6.10^{-3}}{0,25}}=0,113m/s$$

عند اللحظة t_2 تكون الطاقة الحركية دنوية أي $E_C(t_2)=0\Rightarrow v(t_2)=0$

ب ـ قيمة الشدة $\vec{f}$ عند هاتين اللحظتين :

عند اللحظة t_1 تكون السرعة قصوية أي أن شدة القوة $f=\mu v$ ستكون كذلك قصوية $f_{\max}=\mu.\dot{x}_{\max}$

عند اللحظة t_2 تكون السرعة منعدمة وبالتالي فشدة القوة $\vec{f}$ ستكون منعدمة كذلك .

ج ـ تعليل شكل المنحنى E_m

عندما تكون شدة قوة الاحتكاك منعدمة (مثلا t_2) فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ وسيكون المنحنى E_m عبارة عن جزء من عتبة أفقية (palier) وبعد تزداد شدة القوة أي أن الطاقة الميكانيكية تنقص .

وهذا الشكل ناتج عن أن قوى الاحتكاك غير ثابتة .

تمرين 6

1 ـ تعبير الطاقة الحركية للمجموعة { الجسم الصلب ، النابض }

$$E_C=E_C(S_1)+E_C(R)$$

بما أن كتلة النابض مهملة فإن طاقته الحركية منعدمة $E_C(R)=0$ وبالتالي فإن الطاقة الحركية للمجموعة هي : $E_C=\frac{1}{2}m\dot{x}^2$

2 ـ تعبير طاقة الوضع للمجموعة :

$E_P=E_{pp}+E_{pe}$ بحيث أن E_{pp} طاقة الوضع الثقالية للجسم وهي منعدمة لأنه حسب المعطيات أن $E_{pp}=0$ في المستوى الذي يمر من G (حركة G أفقية وبالتالي فإن $z=0$) و E_{pe} طاقة الوضع المرنة للنابض وهي : $E_{pe}=\frac{1}{2}kx^2+Cte$ تمثل x إطالة النابض عند اللحظة t لكون أن $\Delta\ell_0=0$ لأن النابض أفقي .

حسب الحالة المرجعية أن $E_{pe}=0$ عند $x=0$ أي أن $Cte=0$ وبالتالي فإن $E_p=\frac{1}{2}kx^2$

نستنتج الطاقة الميكانيكية للمجموعة :

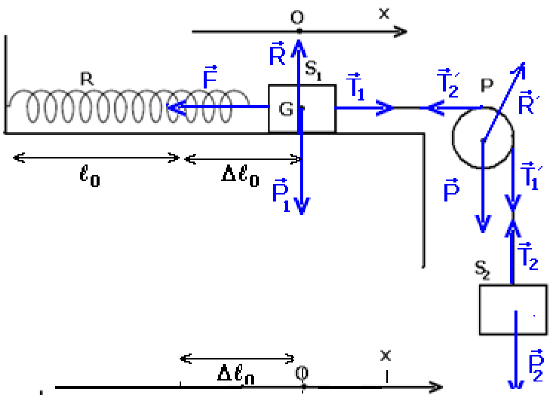
$$E_m=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2$$

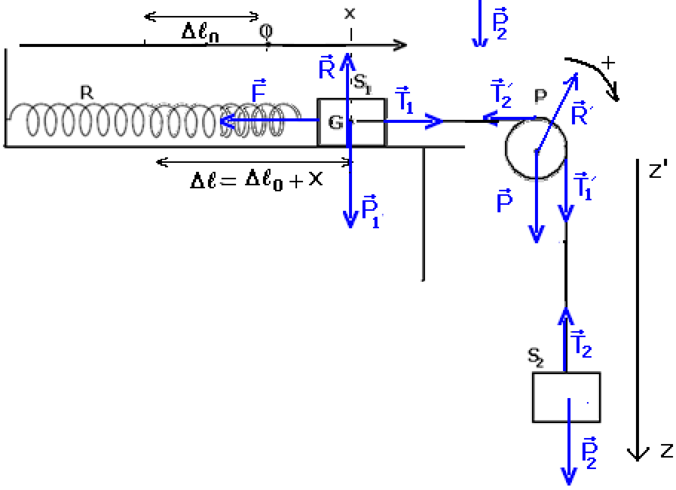
3 ـ المعادلة التفاضلية لحركة المتذبذب المرن :

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكيانيكية تنحفظ أي أن $\frac{dE_m}{dt}=0$ وبالتالي فإن :

$$kx\dot{x}+m\dot{x}\ddot{x}=0\Rightarrow kx+m\ddot{x}=0\quad(\dot{x}\neq 0)$$

$$\ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$$





II ـ 1 إطالة النابض عند التوازن :

من خلال التبيانة ، وبتطبيق شرطا التوازن على كل من الجسم S_1 و الجسم S_2 في حركة إزاحة والبكرة وهي في حركة دوران نحصل على :

دراسة توازن الجسم S_1 :

القوى المطبقة على S_1 : $\vec{P}_1$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح الأفقي و $\vec{T}_1$ توتر الخيط و $\vec{F}$ قوة ارتداد النابض .

$$\vec{P}_1+\vec{T}_1+\vec{R}+\vec{F}=\vec{0}$$

نسقط هذه العلاقة على $(O,\vec{i})$:

$$(1)\quad -k\Delta\ell_0+T_1=0$$

دراسة توازن الجسم S_2 :

القوى المطبقة على الجسم S_2 : $\vec{P}_2$ وزن الجسم S_2 ، $\vec{T}_2$ توتر الخيط .

$$\vec{P}_2+\vec{T}_2=\vec{0}$$

إسقاط العلاقة على $(O,\vec{k})$: $mg-T_2=0$ (2)

دراسة توازن البكرة (قابلة للدوران حول محور ثابت)

القوى المطبقة على البكرة : $\vec{P}$ وزن البكرة ، $\vec{R}'$ تأثير المحور على البكرة ، $\vec{T}_1'$ توتر الخيط و $\vec{T}_2'$ توتر الخيط .

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2')=0$$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})=0$ و $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}')=0$ لكون خطي تأثيرهما يمر من مجرى البكرة .

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_1')+\mathcal{M}_\Delta(\vec{T}_2')=0\Rightarrow -T_1'.r+T_2'.r=0$$

$$T_1'=T_2'$$

وبما أن الخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة : $T_1'=T_1$ و $T_2'=T_2$ وبالتالي فإن $T_1=T_2$

ومن العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن $-k\Delta\ell_0+mg=0\Rightarrow \Delta\ell_0=\dfrac{mg}{k}$

2 ـ 1 الدور T_0 للمتذبذب وهو حسب التسجيل لدينا $T_0=30.\Delta t=1,2s$

2 ـ 2 الوسع هو حسب المبيان : $x_m=2cm=2.10^{-2}m$

3 ـ 1 المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S_1

دراسة حركة الجسم S_1 وهو في حركة إزاحة :

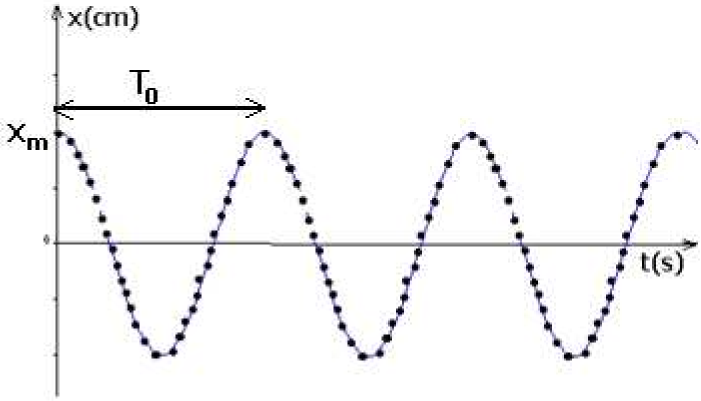
القوى المطبقة على S_1 : $\vec{P}_1$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح الأفقي و $\vec{T}_1$ توتر الخيط و $\vec{F}$ قوة ارتداد النابض .

نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا :

$$\vec{P}_1+\vec{T}_1+\vec{R}+\vec{F}=m.\vec{a}$$

نسقط هذه العلاقة على $\left(O,\vec{i}\right)$: $-k\Delta\ell+T_1=m_1.\ddot{x}$ بحيث أن $\Delta\ell$ هي إطالة النابض عند اللحظة t وهي حسب الشكل :

$\Delta\ell=\Delta\ell_0+x$ أي أن العلاقة السابقة تصبح : $-k\left(\Delta\ell_0+x\right)+T_1=m_1.\ddot{x}$



دراسة حركة الجسم S_2 :

القوى المطبقة على الجسم S_2 :

$\vec{P}_2$ وزن الجسم S_2 ، $\vec{T}_2$ توتر الخيط

.

نطبق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا :

$$\vec{P}_2+\vec{T}_2=m_2\vec{a}$$

إسقاط العلاقة على $\left(O,\vec{k}\right)$:

$$m_2g-T_2=m_2\ddot{z}\quad (2)$$

دراسة حركة البكرة (حركة دوران حول محور ثابت)

القوى المطبقة على البكرة : $\vec{P}$ وزن البكرة ، $\vec{R}'$ تأثير المحور على البكرة ، $\vec{T}'_1$ توتر الخيط و $\vec{T}'_2$ توتر الخيط .

نطبق العلاقة الأساسية للتحريك في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليليا :

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{R}'\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}'_1\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}'_2\right)=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{P}\right)=0$ و $\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{R}'\right)=0$ لكون خطي تأثيرهما يمر من مجرى البكرة .

$$\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}'_1\right)+\mathcal{M}_\Delta\left(\vec{T}'_2\right)=J_\Delta.\ddot{\theta}\Rightarrow -T'_1.r+T'_2.r=J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بما أن الخيط غير قابل الانزلاق على مجرى البكرة فإن $\ddot{x}=\ddot{z}=r\ddot{\theta}\Rightarrow\ddot{\theta}=\dfrac{\ddot{x}}{r}$

$$-T'_1+T'_2=J_\Delta\frac{\ddot{x}}{r^2}$$

وبما أن الخيط غير قابل الامتداد وكتلته مهملة : $T'_1=T_1$ و $T'_2=T_2$ بالتالي $-T_1+T_2=J_\Delta\dfrac{\ddot{x}}{r^2}\quad (3)$

نعوض العلاقتين (1) و (2) في العلاقة (3) نستنتج أن

$$-\left(m_1.\ddot{x}+k\left(\Delta\ell_0+x\right)\right)+\left(m_2g-m_2\ddot{x}\right)=J_\Delta\frac{\ddot{x}}{r^2}$$

$$\ddot{x}\left(m_1+m_2+\frac{J_\Delta}{r^2}\right)-m_2g+k\Delta\ell_0+kx=0$$

$$-m_2g+k\Delta\ell_0=0\Rightarrow\ddot{x}\left(m_1+m_2+\frac{J_\Delta}{r^2}\right)+kx=0$$

$$m_1=m_2=m$$

$$J_\Delta=\frac{1}{2}Mr^2=mr^2$$

$$3m\ddot{x}+kx=0\Rightarrow\ddot{x}+\frac{k}{3m}x=0$$

3 ـ 2 المعادلة الزمنية لحركة المتذبذب :

بما أن المعادلة التفاضلية خطية ومن الدرجة الثانية فإنها تقبل حلا جيبيا على الشكل التالي

$$x(t)=x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

بحيث أن $T_0=1,2s$ و $x_m=2.10^{-2}m$

تحديد φ ، عند اللحظة $t=0$ لدينا

$$x(0)=x_m=x_m\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=1$$

$$\varphi=0$$

5 ـ صلابة النابض :

من خلال المعادلة التفاضلية فإن الدور الخاص لحركة S_1 هو :

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}\Rightarrow k=\frac{12\pi^2.m}{T_0^2}=16,7N/m$$

تمرين 7

1 ـ المعادلة التفاضلية لحركة القضيب :

بنفس الطريقة المتبعة في التمارين السابقة نتوصل إلى المعادلة التفاضلية التالية

$$\ddot{\theta}+\frac{C}{J_\Delta}\theta=0$$

2

طاقة الوضع للمجموعة قضيب وسلك هي : $E_P=E_{pt}=\frac{1}{2}C\theta^2+Cte$ وحسب الحالة المرجعية فإن

$Cte=0$ أي أن الطاقة الميكانيكية للقضيب هي :

$$E_m=\frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}C\theta^2$$

3 ـ 1 القيمة القصوى لطاقة الوضع اللي : $E_{Pt\max}=3.10^{-3}J$

3 ـ 2 الوسع $\theta_m=\frac{\pi}{4}rad$

3 ـ 3 ثابتة اللي للسلك :

$$E_{Pt\max}=\frac{1}{2}C\theta_{\max}^2\Rightarrow C=\frac{2E_{Pt\max}}{\theta_{\max}^2}9,72.10^{-3}N.m/rad$$

4 ـ المعادلة الزمنية لحركة القضيب : $\theta=\frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

نحسب الدور الخاص للمتذبذب : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}=2\pi\sqrt{\frac{4.10^{-4}}{9,7.10^{-3}}}=1,3s$

بالنسبة ل φ فحسب الشروط البدئية أنه عند اللحظة $t=0$ لدينا $\theta(0)=\theta_m=\theta_m\cos\varphi\Rightarrow\varphi=0$

وبالتالي فالمعادلة الزمنية هي : $\theta=\frac{\pi}{4}\cos(5t)$

5

القضيب فإن المجموعة المحصل عليها تكون متذبذب ميكانيكي وهو نواس اللي حيث معادلته التفاضلية

على الشكل التالي : $\ddot{\theta}+\frac{C}{J'_\Delta}\theta=0$ بحيث أن J'_Δ عزم قصور المجموعة وهي حسب المعطيات

أي أن المعادلة التفاضلية تصبح على الشكل التالي : $J'_\Delta = J_\Delta + 2m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta + 2m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2}\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_\Delta + \frac{m\ell^2}{8}}\theta = 0$$

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta + \frac{m\ell^2}{8}}{C}} \Rightarrow T'^2_0 = \frac{4\pi^2\left(J_\Delta + \frac{m\ell^2}{8}\right)}{C} \Rightarrow CT'^2_0 = 4\pi^2 J_\Delta + 4\pi^2\frac{m\ell^2}{8}$$

$$m = \frac{2CT'^2_0}{10\ell} - \frac{8J_\Delta}{\ell^2} = 2{,}9kg$$