

### أسئلة مستقلة

1. أحسب التكاملات التالية :

$$K = \int_0^3 e^x (e^x + 1)^3 dx \quad J = \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin(2x) dx$$

$$M = \int_0^1 \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x + 1} dx$$

4.5

2. (بالنسبة لحساب  $L$  و  $N$  استعمل المكاملة بالأجزاء)

$$L = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1}} dx \quad N = \int_0^1 x^2 \sin(2x) dx$$

2. نعتبر التكاملين  $I$  و  $J$  بحيث

$$I = \int_0^1 \frac{x^4}{x+1} dx \quad J = \int_0^1 x^3 \ln(1+x) dx$$

0.5

أ. بين أن:  $\frac{x^4}{x+1} = x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{1}{x+1}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$

ب. استنتج أن  $I = -\frac{7}{12} + \ln 2$

1

ج. باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن  $J = \frac{1}{4}(\ln 2 - I)$

1.5

د. استنتج قيمة التكامل  $J$

0.5

### التمرين 2

نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - u_n}$

1. أ. تحقق من أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+1} = -1 + \frac{3}{3 - u_n}$

0.25

ب. بين بالترجع أن  $0 < u_n < 2$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

1

ج. بين أن  $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(u_n - 2)}{3 - u_n}$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

0.25

د. بين أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.

0.5

2. نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

أ. بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 3

0.75

ب. ليكن  $n$  من  $\mathbb{N}$  حدد  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = \frac{2}{1 + 3^n}$

1

ج. أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

0.25

## التمرين 2

الفضاء منسوب للمعلم المتعامد الممنظم المباشر  $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$

لتكن النقط  $A(1,1,1)$  و  $B(2,3,0)$  و  $C(2,2,-1)$  و  $D(1,2,3)$

1. أ. بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = -3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$ ، ثم استنتج مساحة المثلث  $(ABC)$

ب. استنتج أن  $3x - y + z - 3 = 0$  هي معادلة ديكراتية للمستوى  $(ABC)$

2. أ. بين أن:

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

هو تمثيل بارميتري للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $D$  و العمودي على المستوى  $(ABC)$

ب. حدد مثلوث إحداثيات النقطة  $H$  نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و المستوى  $(ABC)$

3. لتكن  $(S)$  الفلكة التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$

أ. بين أن النقطة  $D$  هي مركز الفلكة  $(S)$  و أن شعاعها هو  $R = 3$

ب. أحسب مسافة النقطة  $D$  عن المستوى  $(ABC)$

ج. استنتج أن المستوى  $(ABC)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  محددًا مركزها و شعاعها

1.5

1

1

1.5

1

1

1