

التمرين الأول: (2 نقطة)

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين:

$$-x^2 - 3x + 4 < 0 \quad ; \quad (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2) \leq 0$$

التمرين الثاني: (3 نقطة)

مثل القوس التي تنتمي إليها النقاط ذات الأفاصيل المنحنية من المجال I في كل حالة :

$$I = \left[-2\pi; \frac{-7\pi}{8}\right] \quad ; \quad I = \left[\frac{-5\pi}{6}; \frac{-2\pi}{3}\right] \quad ; \quad I = \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right]$$

التمرين الثالث: (2.5 نقطة)

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A بحيث: $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{5}[2\pi]$.

(1) أنشئ المثلث ABC 0.5 ن

(2) بين أن: $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}) \equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})[2\pi]$ 1 ن

(3) احسب القياس الرئيسي للزاوية الموجهة: $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB})$ 1 ن

التمرين الرابع: (3 نقطة)

(1) احسب: $\cos \frac{-3\pi}{4}$ ؛ $\sin \frac{-5\pi}{6}$ ؛ $\tan \frac{37\pi}{4}$ 1.5 ن

(2) احسب: $\sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{13\pi}{4} + \sin \frac{8\pi}{3}$ 1.5 ن

التمرين الخامس: (2.5 نقطة)

α عدد حقيقي بحيث: $\tan \alpha = 0.2$

(1) اكتب: $\sin^2 \alpha$ بدلالة: $\tan \alpha$ 1 ن

(2) استنتج قيمة: $\sin \alpha$ ثم بالمحسبة أعط قيمة مقربة للعدد α بالدرجة 1.5 ن

التمرين السادس: (7 نقطة)

الجدول التالي يعطينا أوزان تلاميذ أحد أقسام الجذع المشترك العلمي (بالكيلوغرام)

الصنف I_i	[45;50[	[50;55[	[55;60[	[60;65[	[65;70[
الحصيص n_i	10	10	15	3	2

(1) أنشئ مدرجا للمتسلسلة ومضلع باستعمال الحصيصات في نفس المبيان 2 ن

(2) احسب: المعدل الحسابي $\bar{x}$ والانحراف الطرازي σ . 2 ن

(3) أنشئ مضلع الحصيصات المتراكمة ثم حدد القيمة الوسطية M 3 ن

التمرين الأول:

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين:

$$-x^2 - 3x + 4 < 0 \quad ; \quad (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2) \leq 0$$

حلول:

(1) المتراجحة: $(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2) \leq 0$

. إشارة ثلاثية الحدود: $x^2 + 2x + 2$

مميز الحدودية هو: $\Delta = b^2 - 4ac = -4 < 0$ إذن إشارتها هي إشارة a

x	$-\infty$	$+\infty$
$x^2 + 2x + 2$		+

. إشارة ثلاثية الحدود: $x^2 + 4x + 4$

مميز الحدودية: $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ إذن لها جذر وحيد $x_0 = \frac{-b}{2a} = -2$ إشارتها هي إشارة a لكل

$x \neq -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x^2 + 4x + 4$		0	+

ومنه نستنتج إشارة الجداء: $(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x^2 + 4x + 4$		0	+
$x^2 + 2x + 2$		+	+
$(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2)$		0	+

وبالتالي: $S = \{-2\}$

(2) المتراجحة: $-x^2 - 3x + 4 < 0$

مميز الحدودية $-x^2 - 3x + 4$ هو: $\Delta = b^2 - 4ac = 25$ إذن لها جذران مختلفان هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 1 \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = -4$$

إذن جدول إشارتها على الشكل التالي:

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$-x^2 - 3x + 4$		0	0	
	-	+	-	
	إشارة a	إشارة $-a$	إشارة a	

وبالتالي: $S =]-\infty; -4[\cup]1; +\infty[$

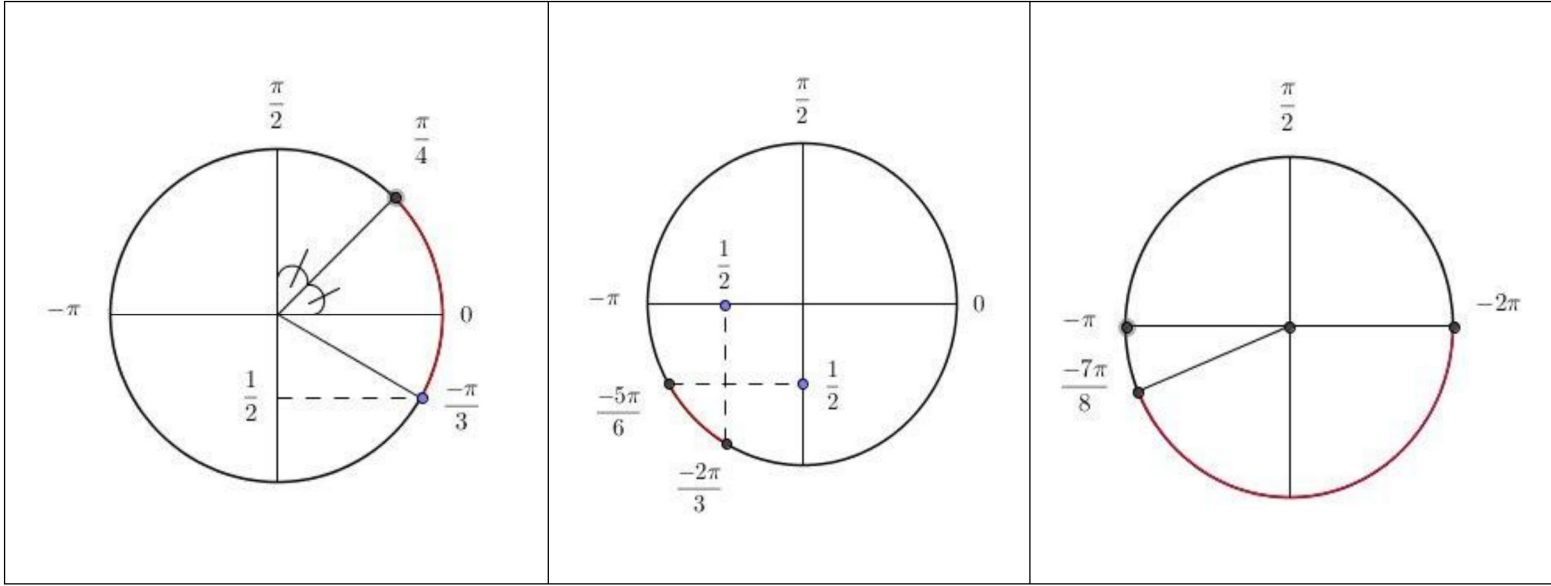
التمرين الثاني:

(3 نقط)

مثل القوس التي تنتمي إليها النقاط ذات الأفاصيل المنحنية من المجال I في كل حالة :

$$I = \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right] ; \quad I = \left[\frac{-5\pi}{6}; \frac{-2\pi}{3}\right] ; \quad I = \left[-2\pi; \frac{-7\pi}{8}\right]$$

حلول:



التمرين الثالث: (2.5 نقطة)

ABC مثلث قائم الزاوية في النقطة A بحيث: $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{5} [2\pi]$.

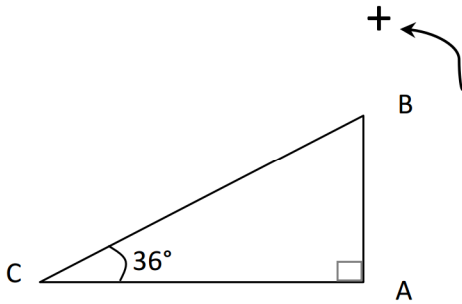
(1) أنشئ المثلث ABC .

(2) بين أن: $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}) \equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) [2\pi]$

(3) احسب القياس الرئيسي للزاوية الموجهة: $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB})$

حلول:

(1)



(2) لدينا:

حسب علاقة شال للزاويا الموجهة

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}) &\equiv (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) [2\pi] \\ &\equiv (-\overrightarrow{BA}, -\overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) [2\pi] \\ &\equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) [2\pi] \end{aligned}$$

(3) حسب السؤال السابق:

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}) &\equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) [2\pi] \\ &\equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} [2\pi] \\ &\equiv \frac{7\pi}{10} [2\pi] \end{aligned}$$

إذن القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB})$ هو $\frac{7\pi}{10}$ لأن $\frac{7\pi}{10} \in]-\pi; \pi]$

التمرين الرابع: (3 نقط)

- (1) احسب: $\tan \frac{37\pi}{4}$ ؛ $\sin \frac{-5\pi}{6}$ ؛ $\cos \frac{-3\pi}{4}$
- (2) احسب: $\sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{13\pi}{4} + \sin \frac{8\pi}{3}$

حلول:

(1)

$\begin{aligned}\cos \frac{-3\pi}{4} &= \cos \frac{3\pi}{4} \\ &= \cos(\pi - \frac{\pi}{4}) \\ &= -\cos \frac{\pi}{4} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$	$\begin{aligned}\sin \frac{-5\pi}{6} &= -\sin \frac{5\pi}{6} \\ &= -\sin(\pi - \frac{\pi}{6}) \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$	$\begin{aligned}\tan \frac{37\pi}{4} &= \tan(9\pi + \frac{\pi}{4}) \\ &= \tan \frac{\pi}{4} \\ &= 1\end{aligned}$
---	--	---

(2)

$$\begin{aligned}\sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{13\pi}{4} + \sin \frac{8\pi}{3} &= \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) + \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) + \sin(3\pi + \frac{\pi}{4}) + \sin(2\pi + \frac{2\pi}{3}) \\ &= \sin(\frac{\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{3}) + \sin(\pi + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \\ &= -\sin(\frac{\pi}{4}) + \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) \\ &= -\sin(\frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{3}) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

التمرين الخامس: (2.5 نقط)

α عدد حقيقي بحيث: $\tan \alpha = 0.2$

- (1) اكتب: $\sin^2 \alpha$ بدلالة: $\tan \alpha$
- (2) استنتج قيمة: $\sin \alpha$ ثم بالمحسبة أعط قيمة مقربة للعدد α بالدرجة

ن 1
ن 1.5

حلول:

(1) لدينا: لكل: $\alpha \in D_{\tan}$

ملاحظة: مجموعة تعريف دالة الظل

$$\begin{aligned}D_{\tan} &= \left\{ x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\} \\ &= \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha \\ &= 1 - \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \\ &= \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}\end{aligned}$$

(2) لدينا:

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ &= \frac{0.2^2}{1 + 0.2^2} \\ &= \frac{0.04}{1.04} \\ &= \frac{1}{26}\end{aligned}$$

وبالتالي:

$$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

أو

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$$

وبالمحسبة نجد:

$$\begin{aligned}\alpha &\approx 11.31^\circ + 180^\circ \\ &= 191.31^\circ\end{aligned}$$

أو

$$\alpha \approx 11.31^\circ$$

ملاحظة هامة:

لا يمكن تحديد إشارة $\sin \alpha$ من خلال إشارة $\tan \alpha$ وبالتالي هناك قيمتان متقابلتان **التمرين السادس: (7 نقط)**

الجدول التالي يعطينا أوزان تلاميذ أحد أقسام الجذع المشترك العلمي (بالكيلو غرام)

الصنف I_i	الحصيص n_i	[45;50[	[50;55[	[55;60[	[60;65[	[65;70[
		10	10	15	3	2

- 1) أنشئ مدرجا للمتسلسلة ومضلع باستعمال الحصيصات في نفس المبيان
- 2) احسب: المعدل الحسابي $\bar{x}$ والانحراف الطرازي σ .
- 3) أنشئ مضلعا الحصيصات المتراكمة ثم حدد القيمة الوسطية M

حلول:

(1) مدرجا ومضلع الحصيصات للمتسلسلة.



(2) المعدل الحسابي للمتسلسلة:

67.5	62.5	57.5	52.5	47.5	مركز الصنف c_i
2	3	15	10	10	الحصيص n_i

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^5 n_i c_i}{N} \\ &= \frac{475+525+862.5+187.5+135}{40} \\ &= \frac{2185}{40} \\ &= 54.625\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

المغايرة:

$$\begin{aligned}g &= \frac{\sum_{i=1}^5 n_i (c_i)^2}{N} - \bar{x}^2 \\ &= \frac{10 \times 47.5^2 + 10 \times 52.5^2 + 15 \times 57.5^2 + 3 \times 62.5^2 + 2 \times 67.5^2}{40} \\ &= \frac{2256.25+2756.25+3306.25+3906.25+4556.25}{40} - 54.625^2 \\ &= 3013.75 - 2983.89063 \\ &= 29.859375\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

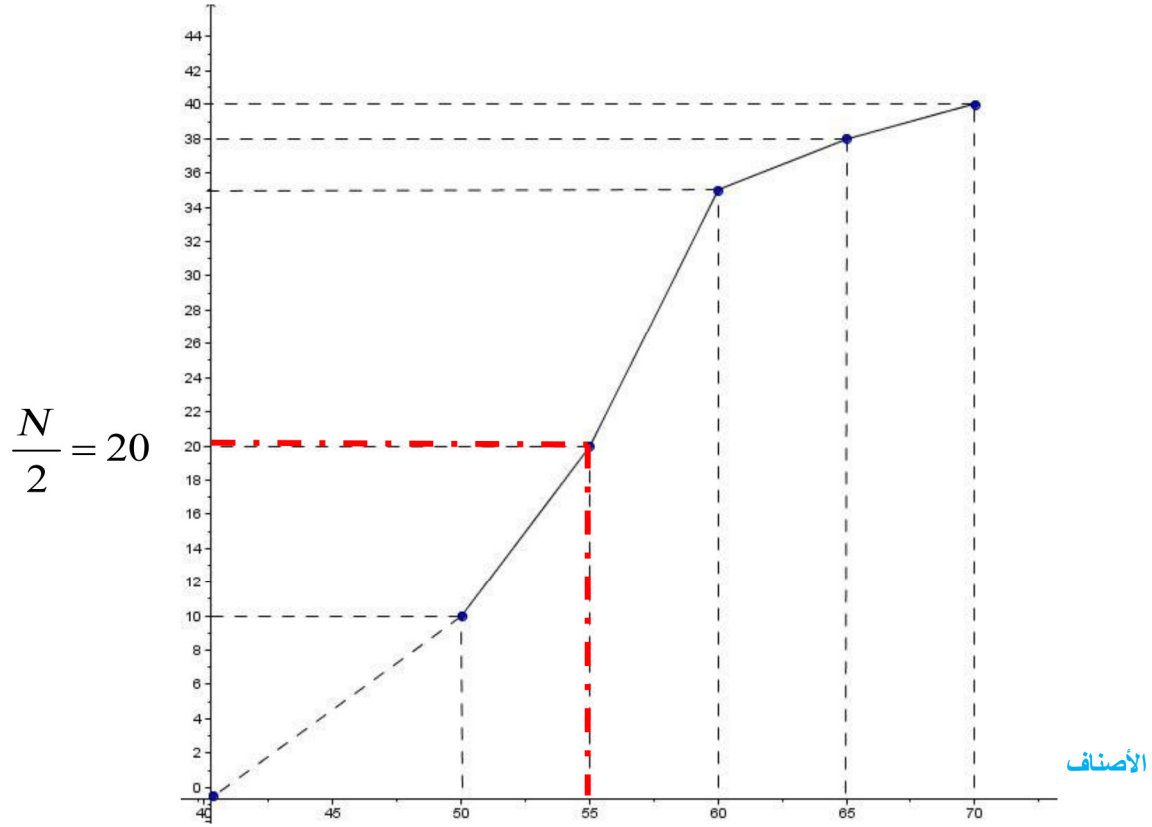
$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{g} \\ &= \sqrt{29.859375} \\ &= 5.46437325 \\ &\approx 5.46\end{aligned}$$

(3) جدول الحصص المتراكمة:

[65; 70[	[60; 65[	[55; 60[	[50; 55[	[45; 50[	الصنف I_i
2	3	15	10	10	الحصيص n_i
40	38	35	20	10	الحصيص المتراكم N_i

مضلع الحصيصات المتراكمة:

الحصيصات المتراكمة



القيمة الوسطية هي $M = 55$ لأن $\frac{N}{2}$ هي أرتوب معلوم على المضلع