I. المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

أمثلة:

لمزيد من الدروس تمارين امتحانات ... موقع قلمي

مثال 1: $2x-22=0$

مثال 2: $3(2x+5)=6x-8$

مثال 3: $4(x-2)=6x-2(x+4)$

مثال 4: حل في المعادلات التالية:

$$(2x+3)(9x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$$

مثال 5: حل في المعادلات التالية:

$$\frac{2x+2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5x-2}{2}+\frac{1}{3}$$

مثال 6: $7x^3-x=0$

II. المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

1. تعريف و خاصية:

تعريف: المعادلة $ax^2+bx+c=0$ حيث x هو المجهول و a و b و c أعداد حقيقية معلومة $(a\neq 0)$ تسمى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد.

مثال 1:

العدد 1- حل للمعادلة $3x^2+5x+2=0$

لأن: $3(-1)^2+5(-1)+2=0$

مثال 2:

العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $x^2+\left(1-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{3}=0$

لأن: $\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(1-\sqrt{3}\right)\sqrt{3}-\sqrt{3}=3+\sqrt{3}-3-\sqrt{3}=0$

ملاحظة :

كل عدد حقيقي x_0 يحقق المتساوية $ax^2+bx+c=0$ هو حل للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ و يسمى جذر للحدودية ax^2+bx+c.

تعريف:

لتكن ثلاثية الحدود $P(x)=ax^2+bx+c$.

العدد الحقيقي b^2-4ac يسمى مميز ثلاثية الحدود أو مميز المعادلة $ax^2+bx+c=0$ و نرمز له بالرمز Δ.

مثال:

نعتبر المعادلة $(E):3x^2-5x+7=0$

لنحسب مميز المعادلة (E)

لدينا: $a=3$ و $b=-5$ و $c=7$ بما أن: $\Delta=b^2-4ac$

فان: $\Delta=(-5)^2-4\times 7\times 3=25-84=-59$

ملاحظة : الرمز Δ يقرأ: دلتا delta.

2. خاصية:

نعتبر المعادلة $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ و ليكن Δ مميزها.

Moutamadris.ma

- ✓ إذا كان $\Delta \prec 0$ فان المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$.
- ✓ إذا كان $\Delta = 0$ فان المعادلة تقبل حلا وجيدا هو: $-\frac{b}{2a}$
- ✓ إذا كان $\Delta \succ 0$ فان المعادلة تقبل حلين مختلفين هما: $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

نرمز لمجموعة حلول المعادلة بالرمز S.

مثال1:

المعادلة $3x^2+x+2=0$ ليس لها حلا في $\mathbb{R}$. لأن $\Delta \prec 0$ $(\Delta = 1-4\times3\times2 = -23)$ و بالتالي مجموعة حلولها هي $S=\phi$.

مثال 2:

المعادلة $x^2-10x+25=0$ لها حل وحيد لأن $\Delta = 0$ $(\Delta = 10^2-4\times25=0)$.

حل هذه المعادلة هو: $-\frac{b}{2a}=5$ و بالتالي مجموعة حلولها هي $S=\{5\}$.

مثال 3:

نعتبر المعادلة $x^2-3x+2=0$ لدينا $\Delta = 9-4\times2=1$ بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\frac{3-1}{2}=1$ و $x_2=\frac{3+1}{2}=2$ و منه $S=\{1;2\}$.

3. تعميل ثلاثية الحدود ax^2+bx+c:

خاصية:

نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c و ليكن Δ مميزها.

1. إذا كان: $\Delta \succ 0$ فان المعادلة $ax^2+bx+c=0$ تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2.

   و لدينا: $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

2. إذا كان: $\Delta = 0$ فان: $ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$

3. إذا كان: $\Delta \prec 0$ فان: ax^2+bx+c لا يمكن تعميلها إلى حدوديتين من الدرجة الأولى.

مثال:

نعتبر الحدودية $R(x)=6x^2-x-1$ مميز الحدودية $R(x)$ هو $\Delta = 1+24=25$.

إذن حلا المعادلة $R(x)=0$ هما $x_1=\frac{1+5}{12}=\frac{1}{2}$ و $x_2=\frac{1-5}{12}=-\frac{1}{3}$. و بالتالي: $R(x)=6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$

III. المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

إشارة الحدانية: $ax+b$ $\quad a\neq 0$

ملخص:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	عكس إشارة a	0	إشارة a

مثال 1: لنحدد إشارة $2x+1$

لدينا $2x+1=0$ يكافئ $x=-\frac{1}{2}$

و بما أن $a=2$ و $a\succ 0$ جدول إشارة $2x+1$ هو كالتالي:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x+1$	$-$	0	$+$

Moutamadris.ma

مثال 2: لنحدد إشارة $-x+2$

لدينا $-x+2=0$ يكافئ $x=2$

و بما أن: $a=-1$ و $a<0$ فان جدول إشارة $-x+2$ هو كالتالي:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$-x+2$	$-$	0	$+$

مثال 3: حدد إشارة: $2x-4$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $2x-4\geq 0$

مثال 4: حدد إشارة: $-3x+9$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $-3x+9<0$

IV. متراجحات تؤول في حلها الى متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

مثال 1: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

$(-5x+20)(3x-7)\geq 0$

مثال 2: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $9x^2-25<0$

مثال 3:

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $x^2-5x+6=0$
2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $x^2-5x+6\geq 0$

V. النظمات:

1. معادلات من الدرجة الأولى بمجهولين:

مثال و أنشطة:

حل في $\mathbb{R}^2$ المعادلة: $5x+7y+3=0$

2. نظمة معادلتين:

طريقة التعويض:

مثال: حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة التالية: $\begin{cases}4x+y=10\\5x+2y=-19\end{cases}$

طريقة الخطية:

مثال: حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة التالية: $\begin{cases}4x-3y=-1\\9x-5y=3\end{cases}$

طريقة المحددة:

مثال:

حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة: $(1)\begin{cases}x+2y=4\\-x+4y=2\end{cases}$

محددة النظمة (1) هي: $D=\begin{vmatrix}1&2\\-1&4\end{vmatrix}=6$ و منه النظمة تقبل حلا وحيدا:

هو $x=\dfrac{\begin{vmatrix}4&2\\2&4\end{vmatrix}}{6}=\dfrac{12}{6}=2$ و $y=\dfrac{\begin{vmatrix}1&4\\-1&2\end{vmatrix}}{6}=\dfrac{6}{6}=1$ و منه حل النظمة هو الزوج $(2,1)$

Moutamadris.ma