

**I. مفهوم دالة عددية**

**تعريف:** ليكن  $D$  جزءا من  $\mathbb{R}$ . نسمي  $f$  دالة عددية معرفة على  $D$  (أو  $f$  دالة من  $D$  نحو  $\mathbb{R}$ )، كل علاقة تربط كل عنصر  $x$  من  $D$  بعنصر وحيد من  $\mathbb{R}$ ، يرمز له بالرمز  $f(x)$ .

**مثال:** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة كالتالي:  $f(x) = -2x$   
أنقل و أتمم الجدول التالي:

		$\frac{5}{2}$			1	$x$
13	$\frac{2}{7}$		-1	-6		$f(x)$

**II. مجموعة تعريف دوال عددية:****تعريف:**

لتكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$ . مجموعة تعريف الدالة  $f$  هي المجموعة المكونة من جميع الأعداد الحقيقية  $x$  بحيث  $f(x)$  موجود أي  $f(x)$  قابلة للحساب. و يرمز لها غالبا بالرمز  $D_f$  بمعنى:  $x \in D_f$  تكافئ  $f(x) \in \mathbb{R}$ .

**ملحوظة:** نقول إن  $f$  دالة عددية معرفة على  $A$  إذا كان  $A$  جزءا من  $D_f$ .

**اصطلاحات:** لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $D$  نكتب:  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x)$$

- المجموعة  $D$  تسمى مجموعة تعريف الدالة  $f$ .
- ليكن  $x$  عنصرا من  $D$ ، بحيث:  $y = f(x)$   
←  $y$  يسمى صورة  $x$  بالدالة  $f$ .
- ← العنصر  $x$  يسمى سابق العنصر  $y$ .
- الدالة  $f$  تسمى كذلك دالة عددية لمتغير حقيقي.
- المستوى المنسوب إلى معلم  $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$  غالبا يكون متعامدا منظمًا.

**مثال:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي:  $f(x) = \frac{2x}{4x^2 - 1}$

حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

**III. التمثيل المبياني لدالة عددية:****تعريف:**

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على جزء  $D$  من  $\mathbb{R}$ . التمثيل المبياني  $C_f$  للدالة  $f$  (أو منحنى الدالة  $f$ ) هو مجموعة النقط  $M(x; y)$  من المستوى بحيث:

- الأفصول  $x$  يتغير في مجموعة التعريف  $D$ .
- الأرتوب  $y$  هو صورة  $x$  بالدالة  $f$ .

بمعنى  $x \in D$  و  $y = f(x)$ .

هذا التعريف يعني: إذا كان  $M(x, y) \in C_f$  فإن  $x \in D$  و  $y = f(x)$ .

إذا كان  $x \in D$  و  $y = f(x)$  فإن  $M(x, y) \in C_f$ .

العلاقة  $y = f(x)$  تسمى معادلة ديكراتية للمنحنى  $C_f$  في المعلم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

مثال: نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كالتالي:  $f(x) = x^2$

أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$ .

#### IV. الدالة الزوجية- الدالة الفردية:

##### أ) الدالة الزوجية:

**تعريف:** لنكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  و  $D_f$  مجموعة تعريفها.

نقول إن  $f$  دالة زوجية إذا تحقق الشرطان التاليان:

❖ لكل  $x$  من  $D_f$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $D_f$ .

❖ لكل  $x$  من  $D_f$  لدينا:  $f(-x) = f(x)$

**خاصية:** (التأويل المبياني لدالة زوجية)

لنكن  $f$  دالة عددية لمتغير  $x$  حقيقي و  $C_f$  منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

تكون  $f$  دالة زوجية إذا و فقط إذا كان محور الأرتيب محور تماثل المنحنى  $C_f$ .

**ملاحظة:** إذا كانت  $f$  دالة زوجية (على التوالي فردية) فإنه يكفي إنشاء  $C_f$  على  $\mathbb{R}^+ \cap D_f$  و بالتماثل بالنسبة لمحور الأرتيب (على

التوالي بالنسبة لأصل المعلم) نحصل على المنحنى  $C_f$  بكامله.

##### ب) الدالة الفردية:

لنكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  و  $C_f$  منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

##### تعريف:

لنكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  و  $D_f$  مجموعة تعريفها

نقول أن  $f$  دالة فردية إذا تحقق الشرطان التاليان:

❖ لكل  $x$  من  $D_f$  لدينا:  $-x$  تنتمي إلى  $D_f$ .

❖ لكل  $x$  من  $D_f$  لدينا:  $f(-x) = -f(x)$

**خاصية:** (التأويل المبياني لدالة فردية)

لنكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي و  $C_f$  منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

تكون  $f$  دالة فردية إذا و فقط إذا كانت النقطة 0 مركز تماثل المنحنى  $C_f$ .

#### V. تغيرات دالة عددية:

##### 1. تعريف:

لنكن  $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $I$ .

❖ نقول إن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً (تناقصية قطعاً) على المجال  $I$ , إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1 < x_2$  فإن  $f(x_1) < f(x_2)$

$$(f(x_1) > f(x_2))$$

❖ نقول إن الدالة  $f$  ثابتة على المجال  $I$ , إذا و فقط إذا كان لكل  $x_1$  و  $x_2$  من  $I$  لدينا:  $f(x_1) = f(x_2)$

##### 2. جدول تغيرات دالة:

لنكن  $f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  و  $D_f$  مجموعة تعريفها.

دراسة منحنى تغيرات الدالة  $f$ , يعني تجزئ المجموعة  $D_f$  إلى أكبر مجالات ممكنة تكون فيها الدالة  $f$  تزايدية أو تناقصية قطعاً أو ثابتة.

و نلخص نتائج هذه الدراسة في جدول, يسمى جدول تغيرات الدالة  $f$ , بحيث السهم (تصاعدي) يعني أن  $f$  تزايدية قطعاً, و السهم

(تنازلي) يعني أن تناقصية  $f$  قطعاً, و السهم (أفقي) يعني أن  $f$  ثابتة. →

##### 3. رتبة دالة $f$ على مجال:

## تعريف:

لتكن دالة عددية معرفة على مجال  $I$ .  
نقول إن  $f$  رتيبة قطعا على المجال  $I$  إذا كانت تزايدية قطعا على  $I$  أو تناقصية قطعا على  $I$ .

## VI. دراسة بعض الدوال الاعتيادية

**الدالة:**  $x \mapsto ax + b$  ( $a \neq 0$ )

مثال 1: نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = 2x + 1$

أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$ .

**ملاحظة:** التمثيل المبياني للدالة  $f$  هو مستقيم

مثال 2:  $f(x) = 4x$

و تحديد جدول التغيرات.

**الدالة:**  $x \mapsto ax^2$  ( $a \neq 0$ )

ليكن  $a$  عددا حقيقيا غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = ax^2$  و  $(P)$  تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم.

## زوجية الدالة $f$ :

ليكن  $x \in \mathbb{R}$ : لدينا  $f(-x) = a(-x)^2 = ax^2 = f(x)$ , إذن  $f(-x) = f(x)$  و منه  $f$  دالة زوجية.

## تغيرات $f$ :

### خاصية:

▪ إذا كانت  $a > 0$ : الدالة  $f$  تزايدية قطعا على  $[0, +\infty[$  و تناقصية قطعا على  $]-\infty, 0]$ .

▪ إذا كانت  $a < 0$ : الدالة  $f$  تناقصية قطعا على  $[0, +\infty[$  و تزايدية قطعا على  $]-\infty, 0]$ .

**الحالة:**  $a < 0$

**الحالة:**  $a > 0$

$x$	$-\infty$	$0$	$-\infty$
$f$		$0$	

$x$	$-\infty$	$0$	$-\infty$
$f$		$0$	

كل منحنى يقبل معادلة على شكل  $Y = aX^2$  حيث  $a \neq 0$  في معلم  $(\Omega; \vec{i}; \vec{j})$  يسمى شلجما رأسه  $\Omega$  و محور تماثله هو محور الأرتايب  $(\Omega Y)$ .

**حالة:**  $a < 0$

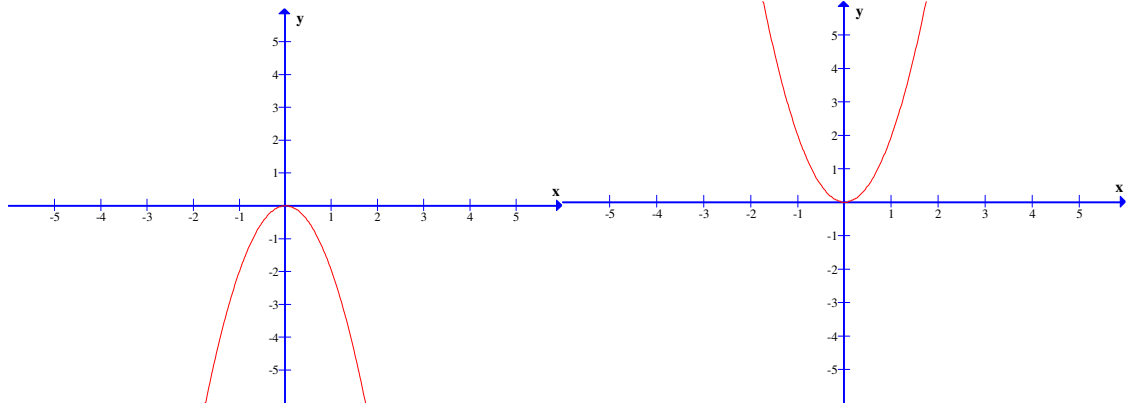
## التمثيل المبياني للدالة $f$ :

بما أن  $f$  دالة زوجية فانه يكفي أن نمثلها على  $\mathbb{R}^+$ .  
ثم نتم المنحنى  $(P)$  باستعمال التماثل المحوري بالنسبة لمحور الأرتايب.

**تعريف:** المنحنى الممثل للدالة  $x \mapsto ax^2$  ( $a \neq 0$ ) يسمى شلجما.

النقطة أصل المعلم تسمى رأس الشلجم.

**حالة:**  $a > 0$



الأستاذ: عثمانى نجيب

الدالة:  $(a \neq 0) x \mapsto \frac{a}{x}$

ليكن  $a$  عددا حقيقيا غير منعدم

$f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  و المعرفة بما يلي:  $f(x) \mapsto \frac{a}{x}$  و  $(H)$  التمثيل المبياني للدالة  $f$  في معلم متعامد  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ .

مجموعة التعريف: مجموعة تعريف الدالة  $f$  هي:  $D_f = ]-\infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$

زوجية الدالة  $f$ : ليكن  $x \in D_f$ , لدينا  $-x \in D_f$  و  $f(-x) = f(x)$  إذن  $f$  دالة فردية.

تغيرات  $f$ :

خاصية:

▪ إذا كان  $a > 0$  فإن الدالة  $f$  تناقصية قطاعا على كل من المجالين  $]0, +\infty[$  و  $]-\infty, 0[$ .

▪ إذا كان  $a < 0$  فإن الدالة  $f$  تزايدية قطاعا على كل من المجالين  $]0, +\infty[$  و  $]-\infty, 0[$ .

الحالة:  $a < 0$

الحالة:  $a > 0$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f$			

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f$			

التمثيل المبياني للدالة  $f$ :

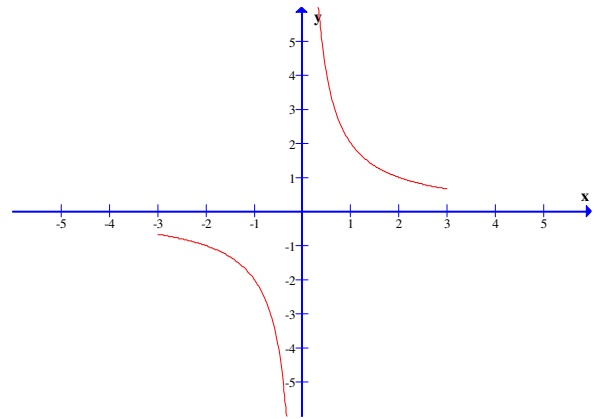
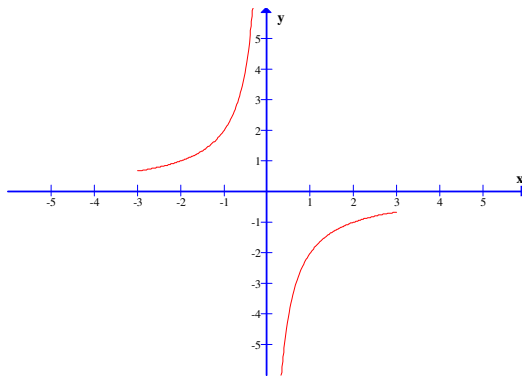
بما أن  $f$  دالة فردية فإنه يكفي أن نمثل  $f$  على  $]0, +\infty[$ , ثم ننتم منحنى الدالة  $f$  على باستعمال التماثل المركزي الذي مركزه  $O$  أصل المعلم.

تعريف:

منحنى الدالة  $(a \neq 0) x \mapsto \frac{a}{x}$  يسمى هذلوليا مركزه  $O$  أصل المعلم و مستقيماه المقاربان هما  $x = 0$  و  $y = 0$ .

الحالة:  $a < 0$

حالة:  $a > 0$



مثال 1: دراسة و تمثيل الدالة  $f$  المعرفة ب:  $f(x) = \frac{2}{x}$

مثال 2: دراسة و تمثيل الدالة  $f$  المعرفة ب:  $f(x) = \frac{-3}{x}$

التمثيل المبياني و تغيرات الدالة:  $x \mapsto ax^2 + bx + c$

مثال: نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة كالتالي:  $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$

1. أنقل و أتمم الجدول التالي:

الأستاذ: عثمانى نجيب

-4	-3	-2	-1	0	1	2	$x$
							$f(x)$

2. أرسم التمثيل المبياني للدالة  $f$ .  
ملاحظة: التمثيل المبياني للدالة  $f$  يسمى شلجما رأسه  $S(-1;0)$  و محوره  $x = -1$ :  $(D)$ .