Chapitre 16

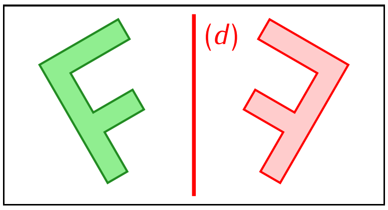
Symétrie axiale

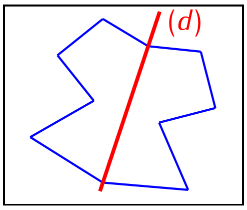
I — Définitions

Définitions

- **Deux figures sont symétriques par rapport à la droite (d) si elles se superposent par pliage selon (d).**
- **La droite (d) est un axe de symétrie si en pliant la feuille suivant (d), la figure se superpose à elle-même : la figure et son symétrique ne forment donc qu'une seule figure et non deux distinctes !**

Exemples : Sur le dessin de gauche, la figure verte était donnée et on a construit la figure rouge symétrique de la verte par rapport à l'axe (d). Sur celui de droite, la figure admet la droite (d) comme axe de symétrie :





Remarque

Puisque les figures se superposent par pliage, il est normal qu'elles aient exactement la même forme et les mêmes dimensions.

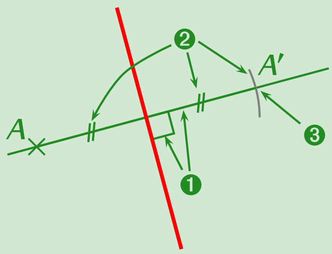
Oral :	En classe :	À la maison :
14, 15, 16, 21, 22 p. 222	27 p. 223 + 35 p. 224	36, 37, 38, 39 p. 224

II — Symétrique d'un point

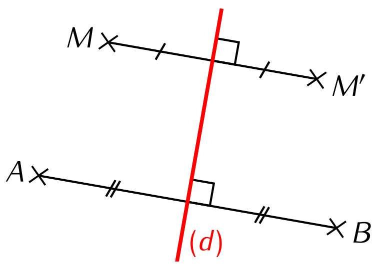
Méthode (construction du symétrique d'un point)

Pour construire le symétrique (que l'on notera A') d'un point A par rapport à une droite (d), on procède de la manière suivante :

1. **On trace la perpendiculaire à (d) passant par A à l'équerre ;**
2. **On reporte la distance de A à la droite (d) de l'autre côté de cette droite à l'aide du compas ;**
3. **On obtient le point A' recherché. On n'oublie pas le codage !**



Exemple : M' est le symétrique de M par rapport à la droite (d). B est le symétrique de A par rapport à la droite (d) :



■ **Exercice :** On peut encore faire deux phrases analogues à celles-ci, lesquelles ?

Solution : M est le symétrique de M' par rapport à la droite (d) et A est le symétrique de B par rapport à la droite (d).

Remarque

Puisque toutes les figures sont constituées de points, **cette méthode est absolument essentielle**, c'est en fait elle qui permettra de construire le symétrique de n'importe quelle figure !!

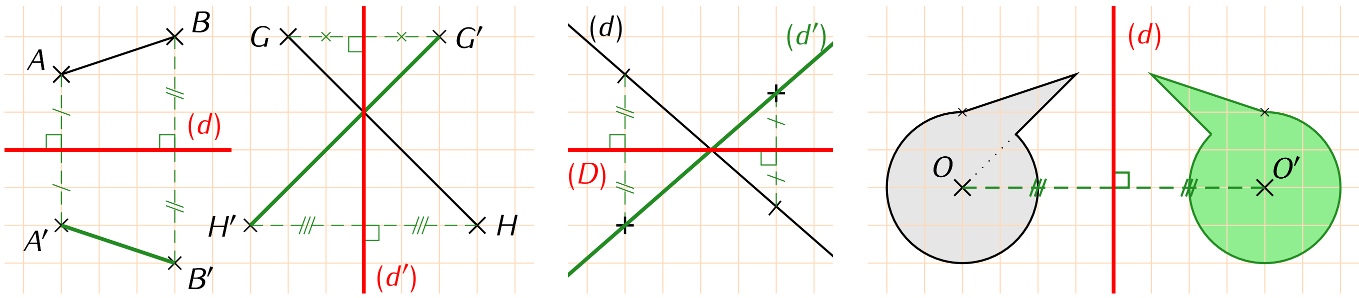
Oral :	En classe :	À la maison :
17 p. 222	2 p. 217 + 44, 45 p. 224	3, 4, 5 p. 217 + 46, 47 p. 225

III — Symétrique d'une figure

Méthode (construire le symétrique d'une figure)

Pour construire le symétrique :
- **d'un segment → on construit le symétrique des deux extrémités et on les relie ;**
- **d'une droite → on choisit deux points sur cette droite (s'il n'y en a pas, évidemment !), on construit leurs symétriques et on les relie *sans s'arrêter* ;**
- **d'un cercle → on construit le symétrique du centre et on reporte le rayon.**

Exemples : Voici trois exemples pour lesquels on a laissé la grille afin de mieux comprendre :



Propriété

La symétrie axiale conserve les distances, les angles, l'alignement et les aires.

Remarque

Cela signifie par exemple qu'un segment et son symétrique ont forcément la même longueur (mesurer sur les figures précédentes pour s'en convaincre), ou encore que si trois points sont alignés alors leurs symétriques le seront aussi…

Oral :	En classe :	À la maison :
–	29 p. 223 + 50, 52 p. 225 + 7 p. 219	30, 32 p. 223 + 51, 53 p. 225 + 8 p. 219

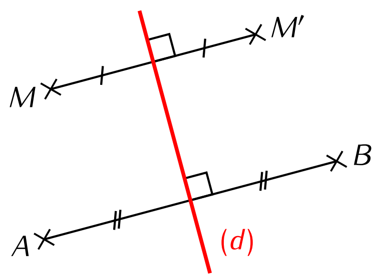
IV — Médiatrice d'un segment

1. Définition et construction

Définition

La <u>médiatrice</u> d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Exemple : Reprenons la figure vue au paragraphe II. Grâce au codage, la droite rouge est perpendiculaire au segment $[MM']$ et passe par son milieu : c'est donc la médiatrice de ce segment $[MM']$:



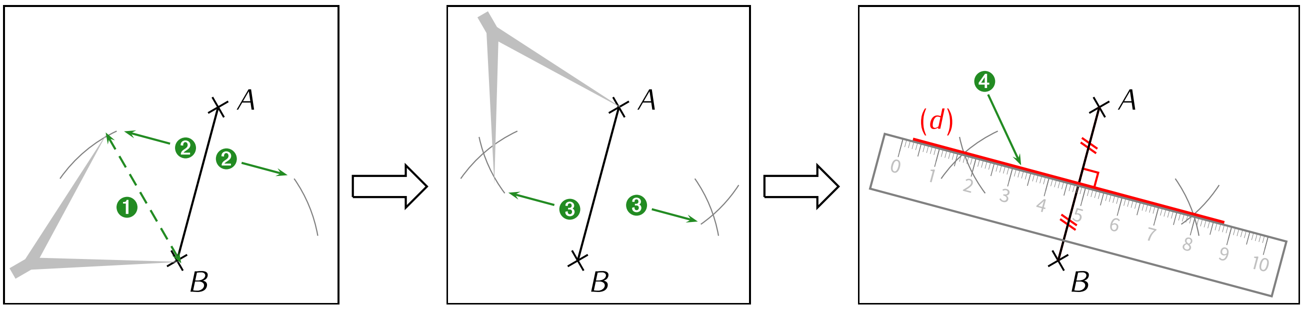
■ **Exercice :** De quel autre segment la droite rouge est-elle la médiatrice ?

<u>Solution</u> : La droite (d) est aussi la médiatrice du segment $[AB]$ et pour la même raison : d'après le codage, (d) passe par le milieu de $[AB]$ et est perpendiculaire à $[AB]$.

Méthode (CONSTRUCTION DE LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT $[AB]$ AU COMPAS)

1. **On ouvre le compas d'une longueur égale à au moins la moitié de AB (AB est l'idéal).**
2. **On pique sur l'une des extrémités et on trace un arc de cercle de chaque côté du segment $[AB]$.**
3. **On répète l'étape précédente, mais en piquant sur l'autre extrémité et *sans changer l'ouverture du compas*.**
4. **Ces 4 arcs de cercle doivent se couper en deux points que l'on relie : c'est la médiatrice ! Si les arcs ne se coupent pas, il faut répéter les étapes 2 et 3 afin de les prolonger.**

Illustration :



Oral : 18 p. 222	En classe : 10 p. 221	À la maison : 11, 13 p. 221

2. Propriétés de la médiatrice

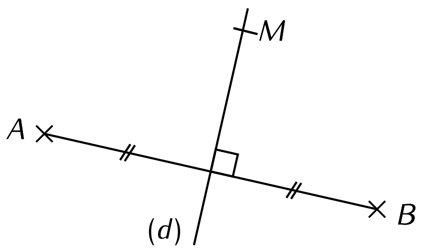
Propriétés (de la médiatrice)

- Si un point se trouve sur la médiatrice d'un segment, alors il est ***équidistant*** (= à égale distance) de ses extrémités ;
- Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il se trouve sur la médiatrice de ce segment.

Rappel

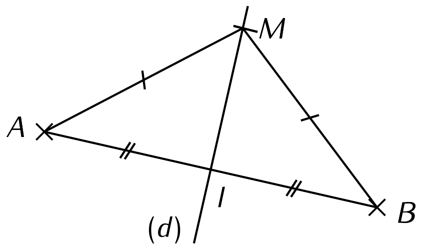
Encore une fois, ce sont des propriétés : il ne faudra pas oublier de faire un schéma DPC pour les utiliser ! ! Voir ci-dessous.

■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-contre dans laquelle $M \in (d)$. Prouver que AMB est un triangle isocèle en M.



Solution :
D : (d) est la médiatrice du segment $[AB]$ (d'après le codage).
P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :
C : $MA = MB$, donc AMB est un triangle isocèle en M.

■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-contre. Prouver que le triangle MIB est rectangle en I.



Solution :
D : $AM = MB$ (d'après le codage) et $AI = IB$ (codage aussi).
P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :
C : M et I se trouvent sur la médiatrice sur $[AB]$, donc (MI) est la médiatrice,
ce qui entraîne que $(MI) \perp (IB)$ et donc le triangle MIB est rectangle en I.

Oral : 20 p. 222	En classe : 54 p. 225	À la maison : 55 p. 225 (+ « Vers quel lieu doivent-ils aller pour marcher le moins possible ? »)

Problème ouvert : 81 p. 229 / Tâches complexes : 90, 91 p. 59