

الإمتحان الموحد للملحة في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

المستوى: الثالثة ثانوي إعدادي

- ملاحظة : 1- تقبل الإجابات الدقيقة والواضحة فقط
2- يمنع منعا باتا استعمال الآلة الحاسبة العلمية
3- يمنع منعا باتا استعمال الهاتف النقال

التمرين الأول (10 نقط)

1. بسط و أحسب مايلي : $a = \sqrt{81}$ و $b = (-1)^3 \times \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{12}}{1 + \sqrt{4}}$ و $c = 3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{98}$ (ن 1,25)

2. احذف الجذر المربع من مقام الأعداد التالية : $\frac{1}{\sqrt{11}}$ و $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{13} + 5}$ (ن 1)

3. انشر و بسط مايلي : $A = (3 + \sqrt{7})^2$ و $B = (3x - 2)^2$ و $C = (1 - x)(x - \frac{1}{2})$ (ن 1,5)

4. عمل مايلي : $E = 9x^2 + 12x + 4$ و $F = 3 - 2x\sqrt{3} + x^2$ و $G = 3 - 9x^2$ (ن 1,25)

5. قارن العددين : $7\sqrt{2}$ و $4\sqrt{6}$ ثم استنتج مقارنة $7\sqrt{2} - 2018$ و $4\sqrt{6} - 2018$ (ن 1)

6. حدد الكتابة العلمية للعدد التالي : $M = \frac{0,3 \times 10^9 \times 10^{-7}}{2 \times (10^3)^{-1}}$ (ن 1)

7. نعتبر العددين الحقيقيين a و b بحيث : $1 \leq a \leq 3$ و $-5 \leq b \leq -3$
أطر مايلي : $a + b$ و $a - b$ و $\frac{a + 3}{2b}$ (ن 3)

التمرين الثاني (5 نقط)

في الشكل أسفله: $AB = 5$ و $AC = 6$ و $AM = 2,5$ و $AN = 3$

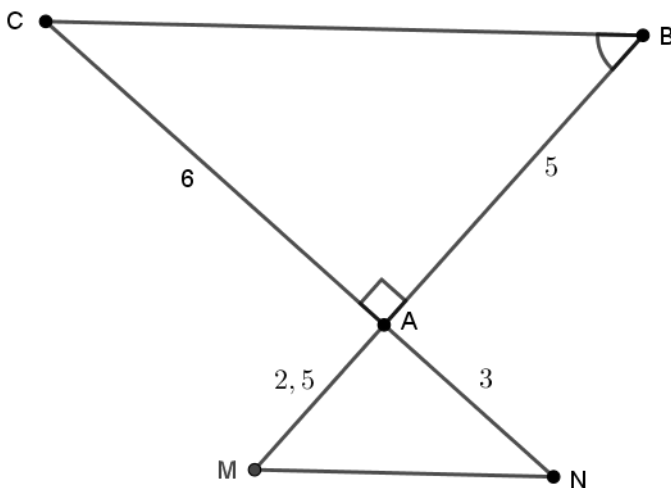
1. أحسب BC (ن 0,75)

2. أحسب $\cos(\widehat{ABC})$ و $\sin(\widehat{ABC})$ ثم استنتج $\tan(\widehat{ABC})$ (ن 1,25)

3. بين أن : $(MN) \parallel (BC)$ (ن 1)

4. أحسب MN (ن 1)

5. بين أن المثلثين AMN و ABC متشابهان (ن 1)



التمرين الثالث (3 نقط)

1. بسط التعبير : $M = 7 \sin(27^\circ) + \sin^2(50^\circ) - 7 \cos(63^\circ) + \sin^2(40^\circ)$ (ن 1)

2. ليكن x قياس زاوية حادة غير منعدمة ، بحيث : $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، أجب : $\sin(x)$ و $\tan(x)$ (ن 1)

3. ليكن y قياس زاوية حادة غير منعدمة :

$[\cos y + 3 \sin y] [\cos y - 3 \sin y] + 10 \sin^2 y = 1$ بين أن :

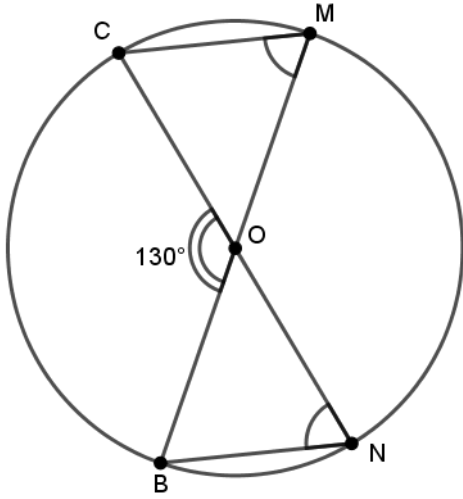
التمرين الرابع (2 نقط)

نعتبر الشكل الآتي حيث O مركز الدائرة. و $\widehat{BOC} = 130^\circ$

1. أجب : \widehat{BNC} ، معللا جوابك . (ن 0,75)

2. أجب : \widehat{BMC} ، معللا جوابك . (ن 0,75)

3. بين أن المثلثين OCM و OBN متقايسان (ن 0,5)



﴿ نصائح الامتحان الموحّد المالكي في مادة الرياضيات ﴾

التمرين الأول (10 نقط)

1. بسط وأحسب مايلي : $a = \sqrt{81}$ و $b = (-1)^3 \times \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{12}}{1 + \sqrt{4}}$ و $c = 3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{98}$ (ن 1,25)
الجواب

$$a = \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$$

$$b = (-1)^3 \times \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{12}}{1 + \sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{36}}{1+2} = -\frac{6}{3} = -2$$

$$c = 3\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{98} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

2. احذف الجذر المربع من مقام الأعداد التالية : $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{13} + 5}$ و $\frac{1}{\sqrt{11}}$ (ن 1)
الجواب

$$\frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11}$$

$$\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{13} + 5} = \frac{(2 + \sqrt{3})(\sqrt{13} - 5)}{(\sqrt{13})^2 - 5^2} = \frac{(2 + \sqrt{3})(\sqrt{13} - 5)}{13 - 25} = \frac{(2 + \sqrt{3})(\sqrt{13} - 5)}{-12}$$

3. انشر وبسط مايلي : $A = (3 + \sqrt{7})^2$ و $B = (3x - 2)^2$ و $C = (1 - x)(x - \frac{1}{2})$ (ن 1,5)
الجواب

$$A = (3 + \sqrt{7})^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 = 9 + 6\sqrt{7} + 7 = 16 + 6\sqrt{7}$$

$$B = (3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$C = (1 - x)(x - \frac{1}{2}) = x - \frac{1}{2} - x^2 + \frac{1}{2}x = -x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

4. عمل مايلي : $E = 9x^2 + 12x + 4$ و $F = 3 - 2x\sqrt{3} + x^2$ و $G = 3 - 9x^2$ (ن 1,25)
الجواب

$$E = 9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = (3x + 2)^2$$

$$F = 3 - 2x\sqrt{3} + x^2 = (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times x + x^2 = (\sqrt{3} - x)^2$$

$$G = 3 - 9x^2 = (\sqrt{3})^2 - (3x)^2 = (\sqrt{3} - 3x)(\sqrt{3} + 3x)$$

5. قارن العددين : $4\sqrt{6}$ و $7\sqrt{2}$ ثم استنتج مقارنة $4\sqrt{6}-2018$ و $7\sqrt{2}-2018$

(ن 1)

الجواب

✓ لتقارن : $4\sqrt{6}$ و $7\sqrt{2}$

لدينا : $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$ و $4\sqrt{6} = \sqrt{96}$ وبما أن : $98 > 96$

فإن : $\sqrt{98} > \sqrt{96}$ ومنه : $7\sqrt{2} > 4\sqrt{6}$

✓ استنتاج مقارنة : $7\sqrt{2}-2018$ و $4\sqrt{6}-2018$

لدينا : $7\sqrt{2} > 4\sqrt{6}$ إذن : $7\sqrt{2}-2018 > 4\sqrt{6}-2018$

6. حدد الكتابة العلمية للعدد التالي : $M = \frac{0,3 \times 10^9 \times 10^{-7}}{2 \times (10^3)^{-1}}$

(ن 1)

الجواب

$$M = \frac{0,3 \times 10^9 \times 10^{-7}}{2 \times (10^3)^{-1}} = \frac{0,3 \times 10^{9+(-7)}}{2 \times 10^{3 \times (-1)}} = \frac{0,3 \times 10^2}{2 \times 10^{-3}} = \frac{0,3}{2} \times \frac{10^2}{10^{-3}} = 0,15 \times 10^5 = 1,5 \times 10^4$$

7. نعتبر العددين الحقيقيين a و b بحيث : $1 \leq a \leq 3$ و $-5 \leq b \leq -3$

أطر مايلي : $a+b$ و $a-b$ و $\frac{a+3}{2b}$

(ن 3)

الجواب

✓ لتؤطر : $a+b$

لدينا : $1 \leq a \leq 3$ و $-5 \leq b \leq -3$ إذن : $1 + (-5) \leq a+b \leq 3 + (-3)$

ومنه : $-4 \leq a+b \leq 0$

✓ لتؤطر : $a-b$

لدينا : $a-b = a + (-b)$ • لتؤطر أولا : $-b$

لدينا : $3 \leq -b \leq 5$ و $1 \leq a \leq 3$ إذن : $1 + 3 \leq a + (-b) \leq 3 + 5$

ومنه : $4 \leq a-b \leq 8$

✓ لتؤطر : $\frac{a+3}{2b}$ لدينا : $\frac{a+3}{2b} = (a+3) \times \frac{1}{2b}$

• لتؤطر أولا : $a+3$

لدينا : $1 \leq a \leq 3$ إذن : $4 \leq a+3 \leq 6$

• لتؤطر ثانيا : $\frac{1}{2b}$

ولدينا : $-10 \leq 2b \leq -6$ إذن : $\frac{1}{-6} \leq \frac{1}{2b} \leq \frac{1}{-10}$

ومنه : $\frac{1}{10} \leq -\frac{1}{2b} \leq \frac{1}{6}$ وبالتالي : $\frac{1}{10} \times 4 \leq -\frac{1}{2b} \times (a+3) \leq \frac{1}{6} \times 6$

$$-1 \leq \frac{a+3}{2b} \leq -\frac{4}{10}$$

أي :

$$\frac{4}{10} \leq -\frac{a+3}{2b} \leq \frac{6}{6}$$

أي :

التمرين الثاني (5 نقط)

في الشكل أسفله: $AN=3$ و $AM=2,5$ و $AC=6$ و $AB=5$

1. أحسب BC

(ن 0,75)

الجواب

لدينا المثلث ABC قائم الزاوية في A وحسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

وبما أن $BC > 0$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$BC = \sqrt{61}$$

فإن :

2. أحسب $\cos(\widehat{ABC})$ و $\sin(\widehat{ABC})$ ثم استنتج $\tan(\widehat{ABC})$

(ن 1,25)

الجواب

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{\sqrt{61}}$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{BA}{BC} = \frac{5}{\sqrt{61}}$$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\sin(\widehat{ABC})}{\cos(\widehat{ABC})} = \frac{\frac{6}{\sqrt{61}}}{\frac{5}{\sqrt{61}}} = \frac{6}{5}$$

استنتج :

3. بين أن $(MN) \parallel (BC)$

(ن 1)

الجواب

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

إذن :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

و

$$\frac{AM}{AB} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$$

لدينا :

والنقط A و B و M في نفس ترتيب النقط A و C و N وحسب مبرهنة طاليس العكسية $(MN) \parallel (BC)$

4. أحسب MN

(ن 1)

الجواب

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

لدينا : $(MN) \parallel (BC)$ وحسب مبرهنة طاليس المباشرة

$$MN = \frac{3 \times \sqrt{61}}{6} = \frac{\sqrt{61}}{2}$$

ومنه

$$\frac{2,5}{5} = \frac{3}{6} = \frac{MN}{\sqrt{61}}$$

إذن

5. لنبين أن المثلثين ABC و AMN متشابهان

الجواب

لدينا : الزاويتان $B\hat{A}C$ و $M\hat{A}N$ متقابلتان بالرأس A إذن $B\hat{A}C = M\hat{A}N$

ولدينا : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$ ومنه المثلثان ABC و AMN متشابهان.

التمرين الثالث (3 نقط)

1. بسط التعبير : $M = 7 \sin(27^\circ) + \sin^2(50^\circ) - 7 \cos(63^\circ) + \sin^2(40^\circ)$

الجواب

$$M = 7 \sin(27^\circ) + \sin^2(50^\circ) - 7 \cos(63^\circ) + \sin^2(40^\circ) = 7 \sin(27^\circ) - 7 \cos(63^\circ) + \sin^2(50^\circ) + \sin^2(40^\circ)$$

$$M = 7 \sin(27^\circ) - 7 \sin(27^\circ) + \sin^2(50^\circ) + \cos^2(50^\circ) = 0 + 1 = 1$$

2. ليكن x قياس زاوية حادة غير منعدمة ، بحيث : $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ أحسب : $\sin(x)$ و $\tan(x)$

الجواب

$$\sin^2(x) + \frac{3}{9} = 1$$

يعني

$$\sin^2(x) + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1$$

يعني

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

لدينا :

$$0 < \sin(x) < 1$$

وبما أن

$$\sin^2(x) = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9}$$

يعني

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

ولدينا

$$\sin(x) = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

فإن

3. ليكن y قياس زاوية حادة غير منعدمة :

$$[\cos(y) + 3 \sin(y)] [\cos(y) - 3 \sin(y)] + 10 \sin^2(y) = 1$$

بين أن :

الجواب

$$[\cos(y) + 3 \sin(y)] [\cos(y) - 3 \sin(y)] + 10 \sin^2(y) = \cos^2(y) - 9 \sin^2(y) + 10 \sin^2(y)$$

$$= \cos^2(y) + \sin^2(y) = 1$$

التمرين الرابع (2 نقط)

1. أحسب : $B\hat{N}C$ ، معللا جوابك .
الجواب

(ن 0,75)

لدينا الزاوية $B\hat{N}C$ محيطية مرتبطة بالزاوية المركزية $B\hat{O}C$ تحصران نفس القوس \widehat{BC}

$$B\hat{N}C = \frac{B\hat{O}C}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ \quad \text{إذن}$$

2. أحسب : $B\hat{M}C$ ، معللا جوابك .
الجواب

(ن 0,75)

لدينا الزاويتان $B\hat{M}C$ و $B\hat{N}C$ محيطيتان تحصران نفس القوس \widehat{BC}

$$B\hat{M}C = B\hat{N}C = 65^\circ \quad \text{إذن :}$$

3. لنبين أن المثلثين OBN و OCM متقايسان
الجواب

(ن 0,5)

لدينا $B\hat{M}C = B\hat{N}C$ إذن $O\hat{M}C = B\hat{N}O$ (1)

ولدينا $C\hat{O}M = B\hat{O}N$ (2) زاويتان متقابلتان بالرأس O

و $OM = ON$ (3) لأن $[OM]$ و $[ON]$ شعاعين لهذه الدائرة.

من (1) و (2) و (3) نستنتج أن المثلثين OCM و OBN متقايسان