

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2024 -الموضوع-		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
1				
4				
**				
◆	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	RS 101		

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها	الشعبة المسلك

Instructions au candidat	تعليمات للمترشح
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations	هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها
Le sujet est constitué de 4 pages dont la première est réservée aux instructions.	يتكون الموضوع الذي بين يديك من 4 صفحات، الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
Répondre aux questions du sujet avec précision et soin.	يرجى منك الإجابة على أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé.	يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
<u>Vous devez justifier les résultats</u>	<u>ينبغي عليك تحليل النتائج</u>
Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre qui vous convient, mais veuillez numérotter les exercices et les questions.	يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible.	ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
Il est souhaitable que les pages soient numérotées afin de faciliter la correction.	يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح؛
Eviter l'écriture au stylo rouge.	تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.	تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

**Exercice n°1 :(4pts)**

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{54}{u_n + 3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 1.a. Calculer u_1 et u_2

0.5 1.b. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n \geq 0$

2. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = \frac{u_n - 6}{u_n + 9}$

0.25 2.a. Calculer v_0

1 2.b. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $-\frac{2}{3}$

0.5 2.c. Montrer que $v_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

0.5 2.d. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{6 + 9v_n}{1 - v_n}$

0.5 3.a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{6 + 9\left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$

0.25 3.b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2 :(2.5pts)

Un sac contient trois boules vertes, deux boules blanches et deux boules rouges. Les sept boules sont indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard deux boules du sac.

On considère les événements suivants :

A : « Les deux boules tirées sont de couleurs différentes »

B : « L'une au moins des deux boules tirées est rouge »

1 1. Calculer $p(\bar{A})$ puis déduire que $p(A) = \frac{16}{21}$ ($\bar{A}$ est l'événement contraire de A)

0.5 2. Montrer que $p(B) = \frac{11}{21}$

0.5 3. Calculer $p(A \cap B)$

0.5 4. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice n°3:(3pts)

1.5 1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 6z + 13 = 0$

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectifs $a = 1$, $b = 3 + 2i$ et $c = 3 - 2i$



- 1 2.a. Donner l'écriture trigonométrique de $b-a$ et celle de $c-a$
- 0.5 2.b. En déduire que le triangle ABC est isocèle rectangle en A

Exercice n°4:(2.5pts)

Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points $A(0;1;1)$, $B(-1;1;2)$

et la droite (Δ) de représentation paramétrique : $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$

- 0.25 1. Déterminer un vecteur directeur de la droite (Δ)
- 0.25 2. Vérifier que $B \in (\Delta)$
- 0.5 3.a. Montrer que les points O , A et B ne sont pas alignés.
- 0.5 3.b. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (OAB) est : $x - y + z = 0$
4. Soit le point $C(2;1;1)$
- 0.5 4.a. Montrer que : $C \in (\Delta)$ et $C \notin (OAB)$
- 0.5 4.b. En déduire que : $(OAB) \cap (\Delta) = \{B\}$

Exercice n°5:(8pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = (\ln x)^2$$

Soit (C_f) la courbe représentative de f et (Δ) la droite d'équation : $y = x - 1$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

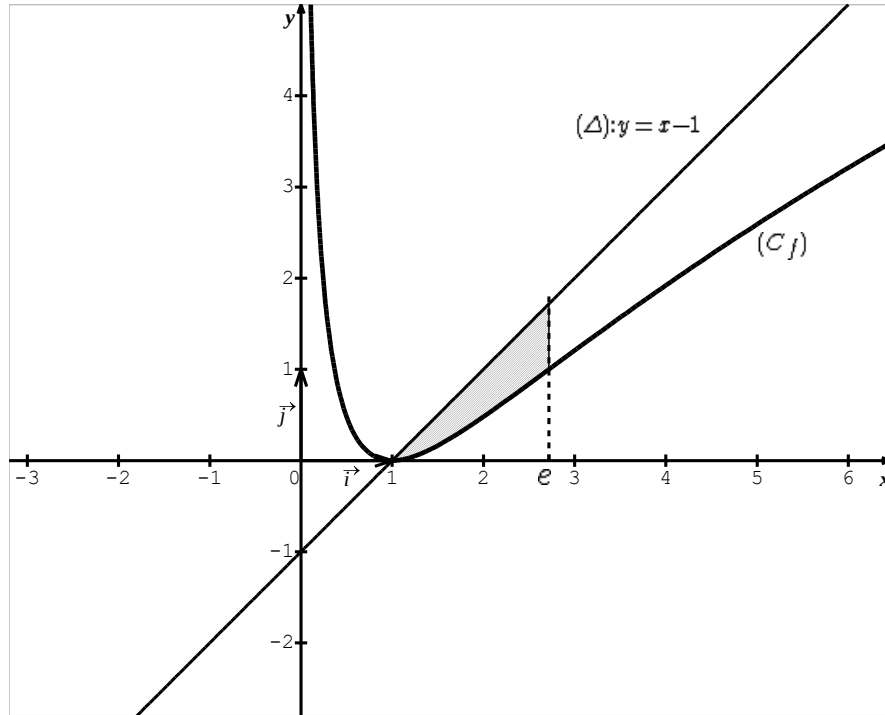
- 0.75 1.a. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 0.5 1.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 0.5 2.a. Vérifier que pour tout x de $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2}{x} \ln x$
- 1.25 2.b. Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$
- 1 2.c. Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variations de f
3. On considère l'inéquation $(E): (\ln x)^2 - (x-1) \leq 0$
- 0.25 Vérifier algébriquement que e est une solution de (E)
4. Ci-dessous, (C_f) est la courbe représentative de f et (Δ) la droite d'équation : $y = x - 1$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 0.75 4.a. Résoudre graphiquement l'inéquation $(E): (\ln x)^2 - (x-1) \leq 0$



1 4.b. En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^e \ln x dx = 1$

1 4.c. En déduire en utilisant une intégration par parties que $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

1 4.d. Calculer l'aire de la partie hachurée.



Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	$p(\bar{A}) = \frac{5}{21}$	0.5	1	0.25 pour la justification
	$p(A) = \frac{16}{21}$	0.5		
2	$p(B) = \frac{11}{21}$	0.5	0.5	0.25 pour la justification



3	$p(A \cap B) = \frac{10}{21}$	0.5	0.5	
4	A et B ne sont pas indépendants car $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$	0.5	0.5	Accorder 0.25 pour la justification

Exercice n°3:(3pts)

1	Les solutions de l'équation $(E): z^2 - 6z + 13 = 0$ sont : $3 + 2i$ et $3 - 2i$	0.5x3	1.5	Dont 0.5 pour le calcul du discriminant Accorder la note entière pour toute autre méthode correcte
2.a	$b - a = \left[2\sqrt{2}; \frac{\pi}{4} \right]$ et $c - a = \left[2\sqrt{2}; -\frac{\pi}{4} \right]$	0.5+0.5	1	
2.b	ABC est isocèle rectangle en A	2x0.25	0.5	

Exercice n°4:(2.5pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	$\vec{u}(3; 0; -1)$ par exemple	0.25	0.25	Ou tout autre vecteur directeur non nul lié à $\vec{u}$
2	$B \in (\Delta)$	0.25	0.25	
3.a	Les points O , A et B ne sont pas alignés.	0.5	0.5	
3.b	Une équation cartésienne du plan (OAB) est : $x - y + z = 0$	0.5	0.5	Accepter toute réponse correcte
4.a	$C \in (\Delta)$ et $C \notin (OAB)$	0.25+0.25	0.5	
4.b	$(OAB) \cap (\Delta) = \{B\}$	0.5	0.5	

Exercice n°5:(8pts)

	On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = (\ln x)^2$			
Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0.5	0.75	0.25 Pour la justification
	L'interprétation géométrique du résultat.	0.25		
1.b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0.5	0.5	0.25 Pour la justification
2.a	Pour tout x de $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2}{x} \ln x$	0.5	0.5	
2.b	L'étude du signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$	1.25	1.25	
2.c	$f(1) = 0$	0.25	1	
	Le tableau de variations de la fonction f	0.75		



3	e est une solution de $(E): (\ln x)^2 - (x-1) \leq 0$	0.25	0.25	
4.a	L'ensemble des solutions de (E) est : $S = [1; +\infty[$	0.75	0.75	
4.b	$\int_1^e \ln x dx = 1$	1	1	
4.c	$\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$	1	1	
4.d	L'aire de la partie hachurée est $\left(\frac{e^2 - 4e + 5}{2} \right) u.a$	1	1	