

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكتها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكتها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكتها وشعبة الفلاحة بمسالكتها	الشعبة المسلك

<u>Instructions au candidat</u>	<u>تعليمات للمترشح</u>
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations	هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها
Le sujet est constitué de 4 pages dont la première est réservée aux instructions.	يتكون الموضوع الذي بين يديك من 4 صفحات، الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
Répondre aux questions du sujet avec précision et soin.	يرجى منك الإجابة على أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé.	يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
<u>Vous devez justifier les résultats</u>	<u>ينبغي عليك تحليل النتائج</u>
Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre qui vous convient, mais veuillez numérotter les exercices et les questions.	يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible.	ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
Il est souhaitable que les pages soient numérotées afin de faciliter la correction.	يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح؛
Eviter l'écriture au stylo rouge.	تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.	تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

**Exercice n°1 : (4pts)**

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5

1. Calculer u_1 et u_2

0.75

2.a. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n < 3$

0.5

2.b. Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.

0.25

2.c. Dire pourquoi la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.3. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = 3 - u_n$

0.25

3.a. Calculer v_0

0.5

3.b. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$

0.5

3.c. Donner l'expression de v_n en fonction de n

0.5

4.a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$

0.25

4.b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ **Exercice n°2 : (2.5pts)**

Une usine de confection textile a délivré à un établissement scolaire 100 tenues réparties selon la taille et la couleur comme suit:

Taille \ Couleur	S	M	L	XL	Total
Rouge	10	15	12	13	50
Verte	10	15	13	12	50
Total	20	30	25	25	100

Un élève choisit aléatoirement une tenue.

1. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

0.5

1.a. A : « La tenue choisie est de taille XL »

0.5

1.b. B : « La tenue choisie est de couleur verte »

0.5

1.c. C : « La tenue choisie est de couleur verte et de taille XL »

1

2. Montrer que $p(A \cup B) = \frac{63}{100}$ **Exercice n°3 : (3pts)**

1.5

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 4z + 20 = 0$

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectifs $a = -1$, $b = 2 - 4i$ et $c = 2 + 4i$

0.5

2.a. Montrer que $\overline{b - a} = c - a$



1 | 2.b. En déduire que le triangle ABC est isocèle en A

Exercice n°4 : (2.5pts)

L'espace est rapporté à un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

On considère les points $A(2;0;2)$, $B(2;0;0)$ et $C(0;2;0)$

Soit (P) le plan d'équation $x - y + 2z - 2 = 0$

0.5 1.a. Montrer que $\overrightarrow{AB} = -2\vec{k}$ et que $\overrightarrow{AC} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$

0.75 1.b. Montrer que $x + y - 2 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0.5 2.a. Vérifier que $A \notin (P)$ et que $B \in (P)$

0.75 2.b. Montrer que les plans (P) et (ABC) se coupent suivant une droite, puis donner une représentation paramétrique de cette droite.

Exercice n°5: (5.5pts)

Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^{2x} - 2e^x - 3$$

et (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

0.75 1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

1.25 1.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.

1 2.a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $g'(x) = 2e^x(e^x - 1)$

0.5 2.b. Etudier le signe de $g'(x)$

0.5 2.c. En déduire que la fonction g est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et qu'elle est croissante sur $[0; +\infty[$

1 2.d. Calculer $g(\ln 3)$ puis dresser le tableau de variations de g

0.5 2.e. En déduire l'image de l'intervalle $[0; \ln 3]$ par la fonction g

Exercice n°6: (2.5pts)

On considère l'équation $(E): e^x = 1 - x$

0.25 1. Vérifier que 0 est une solution de l'équation (E)

2. Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x$

Ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de la fonction f et (D) la droite d'équation :

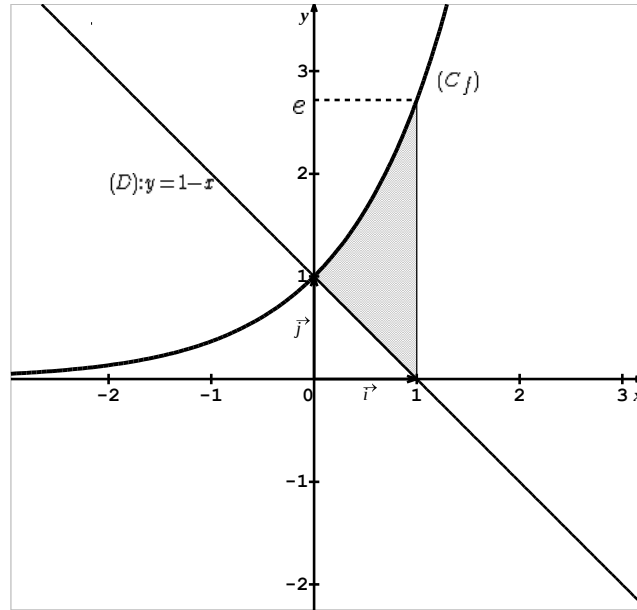
$$y = 1 - x \text{ dans un repère orthonormé } (O; \vec{i}; \vec{j})$$

0.75 2.a. En utilisant le graphique ci-dessous, montrer que l'équation (E) admet une solution unique dans $\mathbb{R}$



1.5

2.b. Montrer que l'aire A de la partie hachurée est $A = \left(e - \frac{3}{2}\right) u.a$



3h

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة
هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها

الشعبة أو المسلك

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	$p(A) = \frac{1}{4}$	0.5	0.5	
1.b	$p(B) = \frac{1}{2}$	0.5	0.5	
1.c	$p(C) = \frac{3}{25}$	0.5	0.5	



2	$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(C) = \frac{63}{100}$	0.5 pour la formule et 0.5 pour le résultat	1	
---	---	---	---	--

Exercice n°3:(3pts)

1	Les solutions de l'équation (E): $z^2 - 4z + 20 = 0$ Sont : $2+4i$ et $2-4i$	0.5x3	1.5	Dont 0.5 pour le calcul du discriminant On attribue la note entière pour toute autre méthode correcte
2.a	On montre que $\overline{b-a} = c-a$	0.5	0.5	
2.b	On déduit que le triangle ABC est isocèle en A	1	1	

Exercice n°4:(2.5pts)

1.a	$\overline{AB} = -2\vec{k}$ et $\overline{AC} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$	2x0.25	0.5	
1.b	Une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x + y - 2 = 0$	0.75	0.75	
2.a	$A \notin (P)$ et $B \in (P)$	2x0.25	0.5	
2.b	(P) et (ABC) se coupent suivant une droite car $A \notin (P)$ et $B \in (P)$	0.25	0.75	Accepter toute représentation paramétrique correcte
	Une représentation de la droite d'intersection	0.5		

Exercice n°5:(5.5pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -3$	0.5	0.75	
	La droite d'équation $y = -3$ est une asymptote horizontale à (C_g) au voisinage de $-\infty$	0.25		
1.b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = +\infty$	0.5x2	1.25	0.25 pour chaque justification
	Une interprétation géométrique du résultat obtenu.	0.25		



2.a	On montre que $g'(x) = 2e^x(e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$	1	1	
2.b	Etudier le signe de $g'(x)$	0.5	0.5	
2.c	g est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et elle est croissante sur $[0; +\infty[$	0.5	0.5	
2.d	$g(\ln 3) = 0$	0.25	1	
	Le tableau de variations de la fonction g	0.75		
2.e	$g([0; \ln 3]) = [-4; 0]$	0.5	0.5	

Exercice n° 6(2.5pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
On considère l'équation $(E): e^x = 1 - x$				
1	0 est une solution de l'équation (E)	0.25	0.25	
2.a	En utilisant le graphique, on montre que l'équation (E) admet une solution unique dans $\mathbb{R}$	0.75	0.75	On donne une justification graphique
2.b	$A = \left(e - \frac{3}{2}\right)u.a$	1.5	1.5	Démarche et justification :1 Résultat : 0.5 On accepte le résultat même sans unité d'aire