

1- L'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$:

Activité : (1- serie)

Définition: Tout les nombres entiers naturels composent un ensemble. On note : $\mathbb{N}$,
et on écrit : $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$

Vocabulaire et symbole :

- Le nombre 0 est le nombre entier naturel nul.
- Les nombres entiers naturels non nuls composent un ensemble, nous le notons par le symbole : $\mathbb{N}^*$
- $\mathbb{N}^* = \{1, 2, \dots\}$ est l'ensemble des entiers naturels non nuls .
- 7 est un nombre entier naturel, on écrit : $7 \in \mathbb{N}$
- (-8) n'est pas un nombre entier naturel, on écrit : $-8 \notin \mathbb{N}$

Exercice d'application : (2- serie)

2- Les nombres paires et impaires :

Définition: - a est un nombre entier naturel paire, s'il existe un entier naturel k tel que : $a = 2k$
- a est un nombre entier naturel impaire, s'il existe un entier naturel k tel que : $a = 2k+1$

Exercice d'application : (3 - serie)

Remarques : Un nombre entier naturel est soit paire soit impaire, et on a les résultats suivants :

$a \times b$	a-b	a+b	b	a	Nombres
			paire	paire	Parité des nombres
			impaire	impaire	
			paire	impaire	
			impaire	paire	

Pour tout $k \in \mathbb{N}$
 $2k$ est paire
 $2k+1$ est impaire

Exercice d'application : (7- serie)

3- Diviseurs - Multiples d'un nombre :

Activité : Déterminer les dix premiers multiples du nombre 4 .

Définition : a et b deux éléments de $\mathbb{N}$, on dit que a est un multiple de b, s'il existe un nombre entier naturel n tel que : $a = b \cdot n$

Exemple : On a : $145 = 5 \cdot 29$ alors : 145 est un multiple du nombre 5

Exercice d'application : (8 - serie)

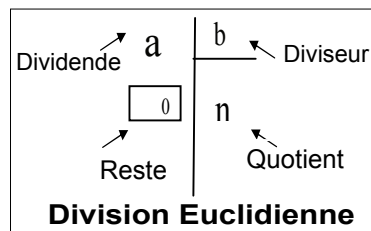
Pour tout $k \in \mathbb{N}$
 $3k$ est un multiple de k

Définition: a et b deux éléments de $\mathbb{N}$, on dit que b est un diviseur de a, s'il existe un nombre entier naturel n tel que : $a = b \cdot n$

Exemple : On a : $145 = 5 \cdot 29$ alors : 5 et 29 sont des diviseurs de 145

Remarques : - Le nombre 0 est un multiple de tout les nombres entiers naturels .
 - Le nombre 1 est un diviseur de tout les nombres entiers naturels .

Exercices d'application : (9,10,14 - serie)



4- Critère de la divisibilité :

Propriété : soit n un nombre entier naturel , n est divisible par :

- 2 si et seulement si son nombre d'unités est : 0, 2, 4, 6 ou 8.
- 3 si et seulement si la somme de ces chiffres est divisible par 3 .
- 4 si et seulement si le nombre formé par ces deux derniers chiffres est divisible par 4.
- 5 si et seulement si son nombre d'unités est : 0 ou 5.
- 9 si et seulement si la somme de ces chiffres est divisible par 9 .

Exemple : Le nombre 4725 est divisible par 5 car son nombre d'unités est 5 .

- Le nombre 4725 est divisible par 3 et 9 car le nombre $18 = (4+7+2+5)$ est un multiple de 3 et de 9 .

- Le nombre 1628 est divisible par 2 car son nombre d'unités est 2 .

- Le nombre 1628 est un multiple de 4 car le nombre 28 formé par ces deux derniers chiffres est un multiple de 4 .

Exercice d'application : (15 - serie)

5- Les nombres premiers et la factorisation :

1- Propriétés :

Propriété 1 : Un nombre entier naturel p non nul et différent de 1 est dit premier, si ses seuls diviseurs sont 1 et lui-même.

Exemple : Les nombres premiers inférieurs à 30 sont : 29, 23, 19, 17, 13, 11, 7, 5, 3, 2

Propriété 2 : On admet que tout nombre entier naturel non nul et différent de 1, s'écrit sous la forme d'un produit des facteurs premiers.

Exemple : On a : $640 = 64 \times 10 = 8^2 \times 2 \times 5$, alors $640 = (2^3)^2 \times 2 \times 5$, d'où : $640 = 2^7 \times 5$
alors les facteurs de ce produit sont les nombres premiers 2 et 5

L'écriture $640 = 2^7 \times 5$ est appelée la décomposition en facteurs premiers du nombre 640

2- Technique de la décomposition en facteurs premiers :

1344	2
672	2
336	2
168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

Exemple : Décomposer le nombre 1344 :

Exercices d'application : (18, 19, 20, 21, 22 - serie)

6- PGCD - PPCM :

Définition 1 : a et b deux éléments de $\mathbb{N}$ non nuls.

$PGCD$ de a et b est le plus grand diviseur commun des nombres a et b . On note : $PGCD(a; b)$

Exemple : Les diviseurs du nombre 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12. et pour le nombre 15 sont : 1, 3, 5, 15. alors $PGCD(12; 15) = 3$

Définition 2 : a et b deux éléments de $\mathbb{N}$.

Si le plus grand diviseur commun des nombres a et b est 1. Alors on dit que a et b sont premiers entre eux

Exemple : Les diviseurs du nombre 8 sont : 1, 2, 4, 8. et pour le nombre 15 sont : 1, 3, 5, 15. alors $PGCD(8; 15) = 1$, d'où 8 et 15 sont premiers entre eux.

Définition 3 : a et b deux éléments de $\mathbb{N}$.

$PPCM$ de a et b est le plus petit multiple commun des nombres a et b . On note : $PPCM(a; b)$

Exemple : Les multiples du nombre 12 sont : 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Les multiples du nombre 8 sont : 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, ... alors $PPCM(12; 8) = 24$.

Propriété 1 : Le plus grand diviseur commun de deux nombres est un produit des facteurs communs munis du plus petit des exposants trouvés dans la décomposition de a et b .

Propriété 2 : Le plus petit multiple commun de deux nombres est un produit des facteurs communs munis du plus grand des exposants trouvés dans la décomposition de a et b .

7- ALGORITHME D'EUCLIDE ET PGCD :

Propriété : ALGORITHME D'EUCLIDE

Algorithme d'Euclide est une suite d'opérations (division euclidienne), qui permet de retrouver le $PGCD$ de deux « grands » nombres en se ramenant à des nombres plus petits. Le $PGCD$ est toujours le dernier reste non nul trouvé.

Exemple : On peut présenter ces résultats sous forme d'un tableau pour calculer par exemple le $PGCD(1053, 325) = 13$

Étapes	a	b	r	$a - bq = r$
1	1 053	325	78	$\leftarrow 1\ 053 - 325 \times 3 = 78$ (1 ^{ÈRE} ÉTAPE)
2	325	78	<u>13</u>	$\leftarrow 325 - 78 \times 4 = 13$ (2 ^{ÈME} ÉTAPE)
3	78	13	0	$\leftarrow 78 - 13 \times 6 = 0$ (3 ^{ÈME} ÉTAPE)

Exercices d'application : (25 - serie)