

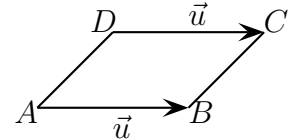
I - Définition

Définition Soit A et B deux points distincts. Le vecteur \overrightarrow{AB} est caractérisé par

- sa direction : celle de la droite (AB)
- son sens : de A vers B
- sa longueur, ou norme, notée AB ou $\|\overrightarrow{AB}\|$: la distance de A à B

Vecteurs égaux : Deux vecteurs non nuls sont égaux si et seulement si ils ont même direction, même sens et même longueur.

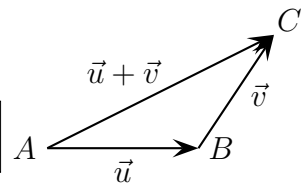
Propriété $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ si et seulement si $ABCD$ est un parallélogramme.



II - Addition

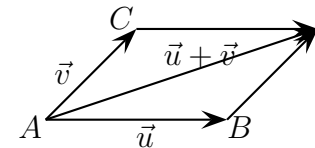
1) Relation de Chasles

Soient $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ deux vecteurs, alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



2) Autre construction : règle du parallélogramme

Soient $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ deux vecteurs, alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$



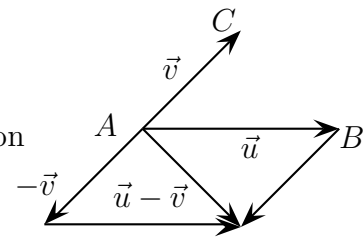
3) Opposé d'un vecteur

D'après la relation de Chasles, on a, pour tout point A et B , $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ (vecteur nul).
Ainsi, $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$: on dit que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BA} sont opposés.

4) Soustraction

Soient $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ deux vecteurs, alors on définit la soustraction de \vec{u} et \vec{v} par :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \overrightarrow{AB} + (-\overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$$



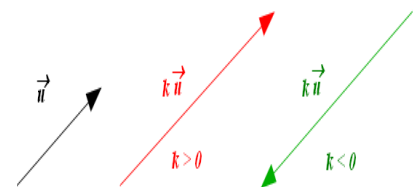
Exercices d'application : (1, 2, 3 - Serie)

III - Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

1- Définition :

Soit \vec{u} un vecteur quelconque (non nul) et k un nombre réel non nul.
On appelle **produit du vecteur \vec{u} par le nombre réel k** , le vecteur noté $k\vec{u}$ ayant :

- la même direction que \vec{u} ;
- le même sens si $k > 0$; et de sens contraire si $k < 0$;
- une norme égale à k fois la norme de \vec{u} si $k > 0$; et à $(-k)$ fois la norme de \vec{u} si $k < 0$.



Remarque :

Si $k = 0$ ou si $\vec{u} = \vec{0}$, alors : $0 \cdot \vec{u} = \vec{0}$ et $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$.

Exercices d'application : (4, 5 - Serie)

2- Calcul vectoriel

Théorème 1:

Pour tous vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} ; et tous nombres réels a et b , on a les propriétés suivantes :

- | | |
|---|--|
| P1) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ On peut changer l'ordre des vecteurs ; | P5) $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ |
| P2) $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ On peut faire des groupements ; | P6) $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$ |
| P3) $\vec{0} + \vec{u} = \vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ | P7) $(k \times k')\vec{u} = k(k'\vec{u})$ |
| P4) $\vec{u} + (-\vec{u}) = (-\vec{u}) + \vec{u} = \vec{0}$ | P8) $1\vec{u} = \vec{u}$ |

Exercices d'application : (6,10 - Serie)

3- Vecteurs colinéaires

Définition :

On dit que deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont **colinéaires** lorsqu'ils ont la même direction.

Théorème 2:

Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont **colinéaires** si et seulement si, il existe un nombre réel k , tel que : $\vec{v} = k\vec{u}$, si et seulement si, il existe un nombre réel k' , tel que : $\vec{u} = k'\vec{v}$

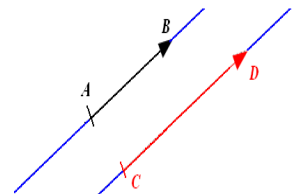
Exercices d'application : (9 - Serie)

4. Conséquences :

4.1) parallélisme et alignement

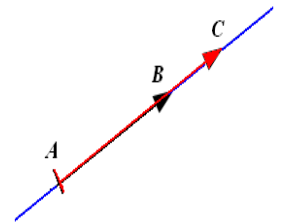
Théorème 3:

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Les deux vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires, si et seulement si, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Théorème 4:

Soient $A, B,$ et C trois points du plan. Les trois points A, B et C sont alignés, si et seulement si, deux des trois vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} sont colinéaires.



4.2) Milieu d'un segment

Théorème 5:

Soit A, B et I trois points du plan. Le point I est le milieu du segment $[AB]$ si et seulement si, l'une des conditions suivantes est réalisée :

$$1^\circ) \vec{AI} = \vec{IB} \quad 2^\circ) \vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB} \quad 2^\circ\text{bis}) \vec{IB} = \frac{1}{2}\vec{AB} \quad 3^\circ) \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$$

Exercices d'application : (7, 11, 12 - Serie)