Travail et énergie potentielle de pesanteur
Energie mécanique

I- Energie potentielle de pesanteur

1-Définition :

L'énergie potentielle d'un solide est l'énergie qu'il possède du fait de sa position rapport à la terre.

Exemple

L'eau possède une énergie potentielle due à sa position par rapport à la surface de la terre. Cette énergie est utilisée dans les barrages pour produire de l'électricité.

2- L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur

Dans le repère $\Re(O,\vec{k})$, l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} d'un solide est définit par :

$$\boldsymbol{E_{pp} = m.g.z + C} \quad avec: \begin{cases} m: masse\ du\ solide\ en\ (kg) \\ g: intensité\ de\ pesanteur\ en\ (N/kg) \\ z: altitude\ du\ centre\ de\ gravité\ du\ solide\ en\ (m) \end{cases}$$

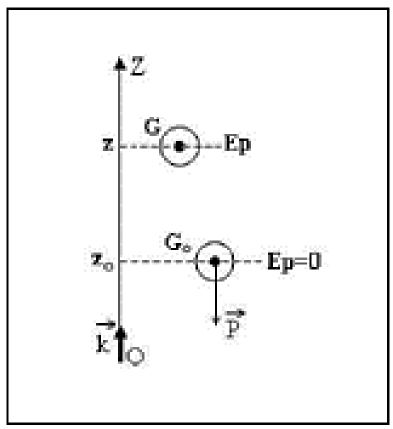
L'unité de l'énergie potentielle dans le (SI) est le joule (J).

C est une constante qui représente la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur à l'état de référence.

3- L'état de référence

L'état de référence est un état qu'on choisit arbitrairement et pour lequel l'énergie potentielle est nulle.

Application :



Déterminons l'expression de l'énergie potentielle en choisissant l'état de référence ($E_{pp} = 0$) à $z = z_0$

Donc : $m.g.z_0 + C = 0$ d'où : $C = -m.g.z_0$

L'expression de l'énergie potentielle devient :

$$E_{pp} = m.g.z - m.g.z_0 \quad \text{donc :} \quad \boldsymbol{E_{pp} = m.g.(z - z_0)}$$

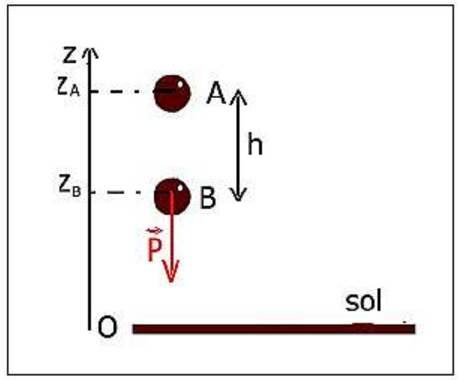
Si on prend $z_0 = 0$ alors l'expression de l'énergie potentielle devient :

$$\boldsymbol{E_{pp} = m.g.z}$$

Remarque

- Si $z > z_0$: on a $E_{pp} > 0$
- Si $z < z_0$: on a $E_{pp} < 0$
- L'énergie potentielle de pesanteur d'un solide augmente avec l'altitude z.

3- Variation de l'énergie potentielle de pesanteur :



Quand un corps solide se déplace d'un point A d'altitude z_A à un point B d'altitude z_B, la variation de l'énergie de pesanteur du corps est :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppA} - E_{ppB} = m.g.z_A + C - (m.g.z_B + C) = m.g.(z_B - z_A)$$

$$\boldsymbol{\Delta E_{pp} = -W_{A \to B}(\vec{P})}$$

La variation de l'énergie potentielle de pesanteur entre deux points est égale à l'opposé du travail du poids lors du déplacement entre ces deux points.

II- Energie mécanique :

1- Définition :

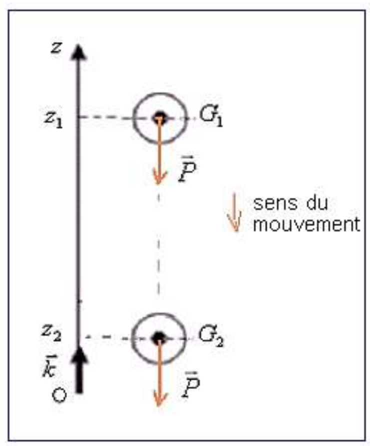
L'énergie mécanique d'un solide, à chaque instant, est égale à la somme de son énergie cinétique E_c et de son énergie potentielle de pesanteur E_{pp} :

$$\boldsymbol{E_m = E_c + E_{pp}}$$

Cas de chute libre :

$$\boldsymbol{E_m = \frac{1}{2} m.V^2 + m.g.z + C}$$

2- Conservation de l'énergie mécanique :



2-1- Le chute libre

Un corps solide (S) en chute libre (il n'est soumis qu'a son poids), se déplace d'un point A à un point B.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A \to B}(\vec{P})$$

On sait que :

$$\Delta E_{PP} = -W_{A\to B}(\vec{P})$$

Donc :

$$\Delta E_C = -\Delta E_{PP}$$

$$E_{CB} - E_{CA} = E_{PPA} - E_{PPB}$$

$$E_{CB} + E_{PPB} = E_{CA} + E_{PPA}$$

$E_{mB} = E_{mA}$ → Il y a conservation de l'énergie mécanique

Conclusion :

L'énergie mécanique du solide en chute libre reste constante, on dit qu'elle se conserve.

Le poids est une forces conservative, son travail ne varie pas la valeur de l'énergie mécanique.

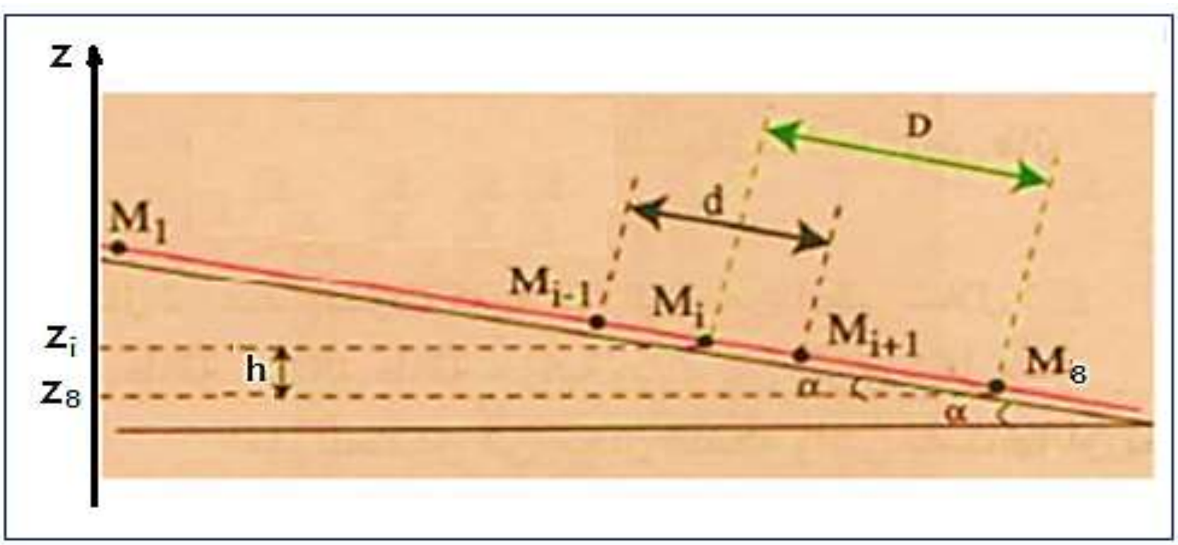
2-2- Cas d'un corps solide soumis à plusieurs forces sans frottement :

2-2-1- Activité expérimentale :

Etude du mouvement d'un autoporteur sur une table à coussin d'air inclinée

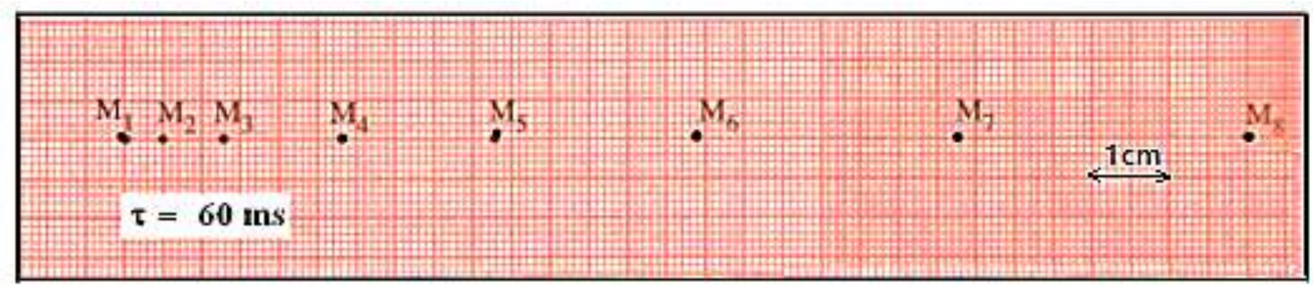
On dispose d'un autoporteur de masse $m = 732\ g$, posé sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle $\alpha = 10°$ par rapport à l'horizontale.

On prend $g = 9{,}8\ N/kg$.



L'autoporteur est abandonné sans vitesse initiale.

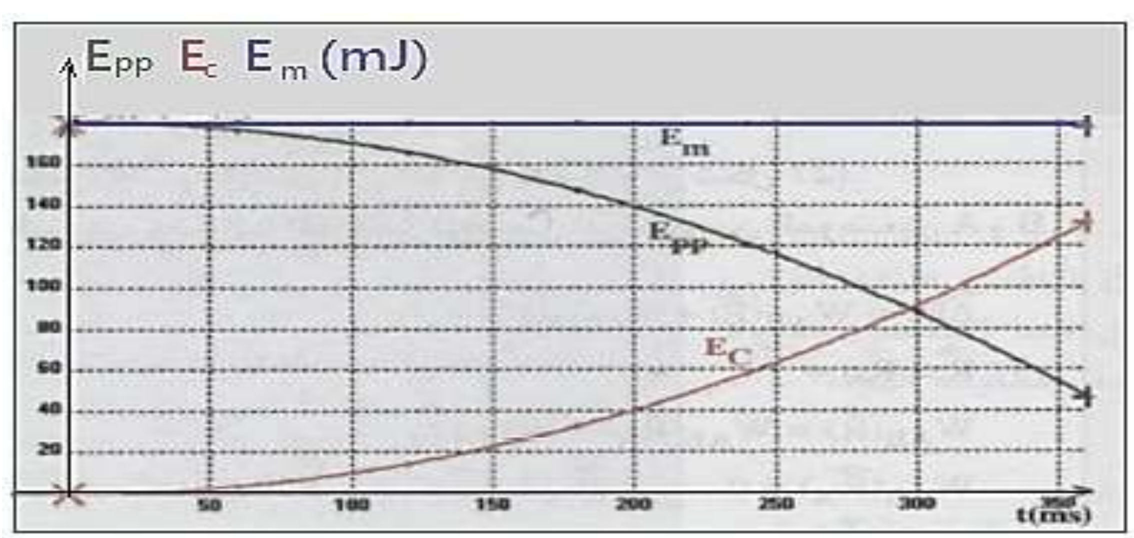
On enregistre les positions du centre d'inertie de l'autoporteur pendant des durées consécutifs et égaux $\tau = 60\,ms$, On obtient l'enregistrement suivant :



2-2-2- Le tableau des résultats :

$Position\ \ M_i$	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
$t(ms)$	0	60	120	180	240	300	360	420
$d = M_{i-1}M_{i+1}$	***	1,30	2,30	3,50	4,60	5,90	7,10	***
$D = M_iM_8(10^{-1}m)$	1,45	1,40	1,32	1,17	0,97	0,71	0,38	***
$E_c(mJ)$	***	4,295	13,445	31,135	53,782	88,475	128,125	***
$E_{pp}(mJ)$		174,395	164,43	145,745	120,831	88,443	47,336	***
$E_c + E_{pp}(mJ)$	***	178,69	177,875	176,88	174,613	176,918	175,461	

2-2-3- Représentation des énergies $\boldsymbol{E_c}$, $\boldsymbol{E_{pp}}$et $\boldsymbol{E_m}$ en fonction du temps :



2-3- Conclusion :

Lorsqu'un système est soumis sous l'action des forces conservatives ou non conservatives, et que le travail des forces non conservatives et nul, alors son énergie mécanique se conserve.

3- Non conservation de l'énergie mécanique :

3-1-Etude du mouvement d'un corps solide avec frottement sur un plan incliné :

La variation de l'énergie mécanique s'écrit :

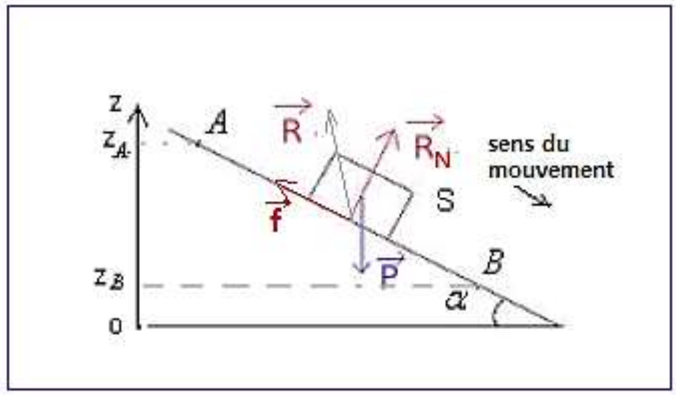
$$\Delta E_m = E_{mB} - E_{mA}$$

$$\Delta E_m = E_{CB} + E_{PPB} - E_{CA} - E_{PPA}$$

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R})$$



On sait que :

$$\Delta E_{PP} = -W_{A\to B}(\vec{P})$$

Donc :

$$\Delta E_C = -\Delta E_{PP} + W_{A\to B}(\vec{R})$$

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP}$$

$$\boldsymbol{\Delta E_m = W_{A\to B}(\vec{R})}$$

On a : $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = W_{A\to B}(\vec{R}_N) + W_{A\to B}(\vec{f})$$

$\vec{R}_N \perp \overrightarrow{AB}$ Donc : $W_{A\to B}(\vec{R}_N) = 0$ et $W_{A\to B}(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB} = -f.AB$

Donc :

$$\boldsymbol{\Delta E_m = W_{A\to B}(\vec{f}) = -f.AB < 0}$$

Conclusion :

La variation de l'énergie mécanique est égale au travail des forces de frottement. Une partie de l'énergie mécanique du système est convertie en chaleur Q :

$$\boldsymbol{\Delta E_m = W_{A\to B}(\vec{f}) = -Q}$$

3-2- Application :

Un corps solide (S) de masse $m = 0{,}4\ kg$, peut glisser sans frottement sur un plan incliné AB de longueur $L = 1{,}2\ m$, d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale.

Le solide (S) part du point A avec une vitesse $V_A = 2\ m/s$ et passe par le point B avec une vitesse $V_B = 1\ m/s$.

1- Calculer la variation de l'énergie mécanique ΔE_m

2- En appliquant la variation de l'énergie cinétique, montrer que : $\Delta E_m = W_{A\to B}(\vec{f})$

Solution :

Calcul de ΔE_m

On sait que $\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP}$

Avec $\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = \frac{1}{2}.m.(\mathrm{v}_B^2 - \mathrm{v}_A^2) = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \times (2^2 - 1^2) = 0{,}3\ J$

$\Delta E_{pp} = -W_{A\to B}(\vec{P}) = -m.g.h$ avec $h = L.sin\alpha$

$\Delta E_{pp} = -m.g.L.sin\alpha = -0{,}2 \times 10 \times 0{,}2 \times \sin(30°) = -0{,}4\ J$

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_{PP} = 0{,}3 - 0{,}4 = -0{,}1\ J$$

2- On applique le T.E.C entre les deux points A et B :

$$\Delta E_C = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R})$$

$$\Delta E_{PP} = -W_{A\to B}(\vec{P})$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_{PP} + W_{A\to B}(\vec{R})$$

$$\Delta E_C + \Delta E_{PP} = W_{A\to B}(\vec{R})$$

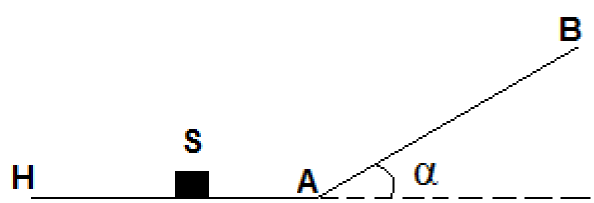
$$\Delta E_m = W_{A\to B}(\vec{R})$$

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \underbrace{W_{A\to B}(\vec{R}_N)}_{=0} + W_{A\to B}(\vec{f}) = W_{A\to B}(\vec{f})$$

$$\Delta E_m = W_{A\to B}(\vec{f}) = -0{,}1\ J < 0$$

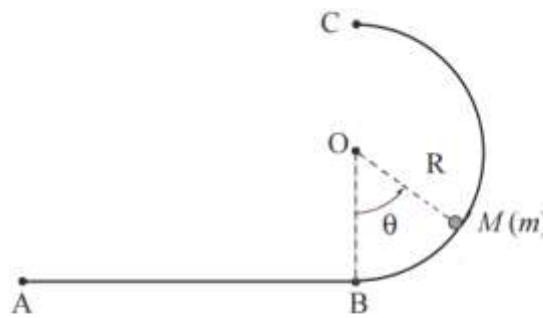
Exercice 1 :

Un objet ponctuel S, de masse $m = 2{,}00\ kg$, glisse sans frottement sur une piste horizontale (HA). Il aborde au point A une piste plane (AB) inclinée d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale. Sa vitesse au point A est $\mathrm{v}_A = 8{,}00\ m.s^{-1}$. Déterminer la



longueur $L = AB$ dont l'objet remonte sur la piste AB.

Exercice 2 :



Un solide ponctuel de masse m est lancé du point A sur une piste horizontale prolongée par un demi-cercle vertical de rayon R.

On donne : $AB = 1m$; $R = 1m$; $m = 0{,}5\ kg$; $g = 9{,}81\ \ N/kg$

1- Les frottements étant négligeable, calculer en A la vitesse minimale v_{min} que doit avoir l'objet pour qu'elle atteigne le pont C.

2- Même question lorsque les frottements entre l'objet et la piste sont assimilables à une force constante de norme $f = 1N$.

.