



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
الموضوع

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

4	المعامل	NS26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعبة أو المسلك

تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها

. 1

- يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح.
- تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

. 2

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- ينبغي عليك تبرير النتائج وتعليلها (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...)

التمرين الأول (نقطتان)

0.5 | 1. تحقق أن لكل x من $\{-2\}$: $x^2 - 2x + 7 - \frac{10}{x+2} = \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2}$.

1.5 | 2. استنتج حساب التكامل : $I = \int_0^1 \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2} dx$.

التمرين الثاني (أربع نقط ونصف)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{4}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

0.5 | 1. احسب u_1 و u_2 .

1 | 2. أ. بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $0 \leq u_n < 1$.

0.5 | ب. بين أن $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{4}(1 - u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

0.5 | ج. استنتج أن $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية تزايدية و أنها متقاربة .

3. نضع : $v_n = u_n - 1$ لكل n من \mathbb{N} .

1 | أ. بين أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ واحسب حدها الأول .

0.5 | ب. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n لكل n من \mathbb{N} .

0.5 | ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث (تسع نقط ونصف)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = -1 + \frac{1}{x} - 2 \ln x$.

ولیکن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 | 1. أ. احسب النهاية $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$.

0.25 | ب. أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

2 | 2. أ. احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

0.25 | ب. أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

1 | 3. أ. بين أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = -\left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}\right)$.

0.75 | ب. ادرس إشارة $f'(x)$ على $]0; +\infty[$ وضع جدول تغيرات الدالة f .

1.5 | 4. أ. بين أن : $f''(x) = 2\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}\right)$ لكل x من $]0; +\infty[$ واستنتج تقعر المنحنى (C) .

0.75 | ب. انقل الجدول التالي على ورقة التحرير ثم أتمم ملأه :

x	$\frac{1}{2}$	1	e
$f(x)$			

- ج . بين أن $y = -3x + 3$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1;0)$. 0.5
- 5 . أنشئ نقط المنحنى (C) التي أفاصيلها على التوالي $\frac{1}{2}$ و 1 و e و المماس للمنحنى في النقطة A ثم أنشئ المنحنى (C) (نأخذ $\frac{1}{e} \approx 0,4$ و $\ln 2 \approx 0,7$). 1.5

التمرين الرابع (أربع نقط)

ملحوظة : تعطى جميع النتائج على شكل كسر.

- يحتوي كيس على ثمان كرات غير قابلة للتمييز باللمس ، ثلاث منها بيضاء وأربع خضراء وواحدة حمراء. نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الكيس في آن واحد. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد ألوان الكرات المسحوبة.
- 1 . تحقق أن القيم التي يأخذها X هي 1 و 2 و 3 . 0.5
- 2 . بين أن $p(X=1) = \frac{5}{56}$. 1
- 3 . احسب $p(X=2)$ ثم $p(X=3)$. 2
- 4 . احسب الأمل الرياضي لـ X . 0.5



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
عناصر الإجابة

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

4	المعامل	NR26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعبة أو المسلك

التمرين الأول (نقطتان)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
. 1		0,5	0,5	
. 2	$\int_0^1 \frac{dx}{(x+2)} = [\ln(x+2)]_0^1$	0,5	1,5	
	$\int_0^1 (x^2 - 2x + 7) dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + 7x \right]_0^1$	0,5		
	$I = \frac{19}{3} - 10 \ln \frac{3}{2}$	0,5		

التمرين الثاني (أربع نقط ونصف)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
. 1	$u_2 = \frac{15}{16}$ و $u_1 = \frac{3}{4}$	2×0.25	0.5	
. 2 أ.	إثبات أن: $\forall n; 0 \leq u_n$	0.5	1	تمنح النقطة كاملة في حالة إثبات المترشح للنتيجتين في أن واحد.
	إثبات أن: $\forall n; u_n < 1$	0.5		
. 2 ب.	إثبات أن: $\forall n; u_{n+1} - u_n = \frac{1}{4}(1 - u_n)$	0.5	0.5	
. 2 ج.	استنتاج أن (u_n) تزايدية	0.25	0.5	
	استنتاج أن (u_n) متقاربة	0.25		
. 3 أ.	إثبات أن (v_n) هندسية	0.75	1	
	$v_0 = -1$	0.25		
. 3 ب.	$v_n = \frac{-1}{4^n}$	0.25	0.5	
. 3 ج.	$u_n = \frac{-1}{4^n} + 1$	0.25	0.5	
. 3 ج.	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$	0.5	0.5	تقبل النتيجة دون إثبات

التمرين الثالث (تسع نقط ونصف)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
1. أ .	التعليل	0.75	1	تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلًا لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0.25		
1. ب .	التأويل الهندسي	0.25	0.25	
2. أ .	التعليل	0.75	2	تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلًا لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة : $\lim_{+\infty} f(x) = -\infty$	0.25		
	التعليل	0.75	2	تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلًا لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة : $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	0.25		
2. ب .	التأويل الهندسي	0.25	0.25	
3. أ .		1	1	
3. ب .	إثبات أن $f'(x) < 0$	0.5	0.75	جدول التغيرات
	جدول التغيرات	0.25		
4. أ .	إثبات تعبير $f''(x)$	1	1.5	استنتاج التقعر
	استنتاج التقعر	0.5		
4. ب .	ملء الجدول	×3	0.75	ملء الجدول
	ملء الجدول	0.25		
4. ج .	إثبات معادلة المماس	0.5	0.5	
5 .	إنشاء النقط الثلاث	×3	1.5	إنشاء المنحنى
	إنشاء المنحنى	0.25		
	إنشاء المماس في النقطة $A(1;0)$	0.5		

التمرين الرابع (أربع نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
1 .	التحقق	0.5	0.5	يقبل كل تفسير صحيح
2 .	إثبات أن : $p(X=1) = \frac{5}{56}$	1	1	تقبل كل طريقة صحيحة
3 .	الصيغة صحيحة	0.5	2	تقبل كل طريقة صحيحة
	$p(X=3) = \frac{12}{56}$	0.5		
	الصيغة صحيحة	0.5		
	$p(X=2) = \frac{39}{56}$	0.5		
4 .	$E(X) = \frac{119}{56}$	0.5	0.5	تمنح النقطة 0.25 إذا اكتفى التلميذ بذكر الصيغة العامة لـ $E(X)$