

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2017

- الموضوع -

†.ዕ.ዘ.ቁ.፤ ከ.ዕ.ሮ.፩
ተ.ሪ.ሸ.ቁ.፤ ይ.ዕ.ሩ.፩ እ.ዕ.ሮ.፩
ለ. ይ.ዕ.ቃ.ቁ.፤ የ.ች.ሮ.፩
ለ. ይ.ዕ.ሙ.ቁ.፤ እ.ሸ.ሮ.፩ ሌ.ዕ.፩



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقدير والامتحانات والتوجيه

NS 26

الرقم	العنوان	الكلية	المادة
2	مدة الإنجاز	الرياضيات	
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي (باللغتين العربية والفرنسية)	الشعبة أو المسلك

Instructions au candidat(e)

تعليمات للمترشح(ة)

Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها

Le document que vous avez entre les mains est de 5 pages : la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet en langue arabe et les pages 4 et 5 au sujet en langue française. Choisissez une des deux langues pour répondre aux questions.

الوثيقة التي بين يديك من 5 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات، والصفحتان 2 و 3 للموضوع باللغة العربية، والصفحتان 4 و 5 لنفس الموضوع باللغة الفرنسية. اختر إحدى اللغتين للإجابة على الأسئلة.

- Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;
 - Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable ;
 - **Vous devez justifier les résultats** (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...);
 - Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet;
 - Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;
 - Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;
 - L'écriture au stylo rouge est à éviter;
 - Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.
- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
 - يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
 - **ينبغي عليك تعلييل النتائج** (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...);
 - يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛
 - ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
 - يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضماناً لتسهيل عملية التصحيح؛
 - يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
 - تحفظ(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول: 4.5 نقطة

\square $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ و $u_0 = 6$ المعرفة بما يلي: لكل n من	نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$
\square احسب u_1 و u_2 .	1. أ. احسب u_1 و u_2 . 0.5
\square ب. بين بالترجع أن لكل n من $u_n > \frac{1}{2}$:	1. ب. بين بالترجع أن لكل n من $u_n > \frac{1}{2}$: 0.75
\square ج . تحقق أن لكل n من $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$:	1. ج . تتحقق أن لكل n من $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$: 0.5
\square د. استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تنقصية وأنها متقاربة.	1. د. استنتاج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تنقصية وأنها متقاربة. 0.5
\square 2. نضع لكل n من $v_n = u_n - \frac{1}{2}$:	2. نضع لكل n من $v_n = u_n - \frac{1}{2}$: 0.25
\square أ. بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها.	2. أ. بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها. 0.25
\square ب. احسب حدها الأول v_0	2. ب. احسب حدها الأول v_0 0.25
\square ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتاج أن:	2. ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتاج أن: 0.75
\square د. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	2. د. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.25
$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$	3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$
$S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$ بين أن:	$S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$ بين أن: 0.75

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: 0 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 2 ؛ 2 ؛ 2 ؛ 2 .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

- | | |
|--|---------------------------------------|
| <p>1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36</p> <p>2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتين.</p> <p>أ. بين أن $p(X=2) = \frac{12}{36}$</p> | <p>0.75</p> <p>0.75</p> |
|--|---------------------------------------|

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$			$\frac{12}{36}$		

2. ج . احسب ($E(X)$) الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X | 0.5

التمرين الثالث : (8.5 نقطة)
الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0; +\infty)$ بما يلي :

- | | |
|--|------|
| 1. احسب $(x)' g$ واستنتج أن g تزايدية على $[0; +\infty[$ | 1.5 |
| 2. أ. احسب $(1) g$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب) | 1.25 |
| 2. ب. استنتاج إشارة الدالة g على كل من المجالين: $[0; 1]$ و $[1; +\infty[$ | 1 |

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0; +\infty[$ بما يلي :

1. بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ 0.75

2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.75

3.أ. بين أن لكل x من $[0; +\infty[$ 0.75

3.ب. احسب $f(1)$ و $f(2)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0; +\infty[$ 1.5

3.ج. باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال f بالدالة $\left[\frac{1}{e}; 2\right]$ 1

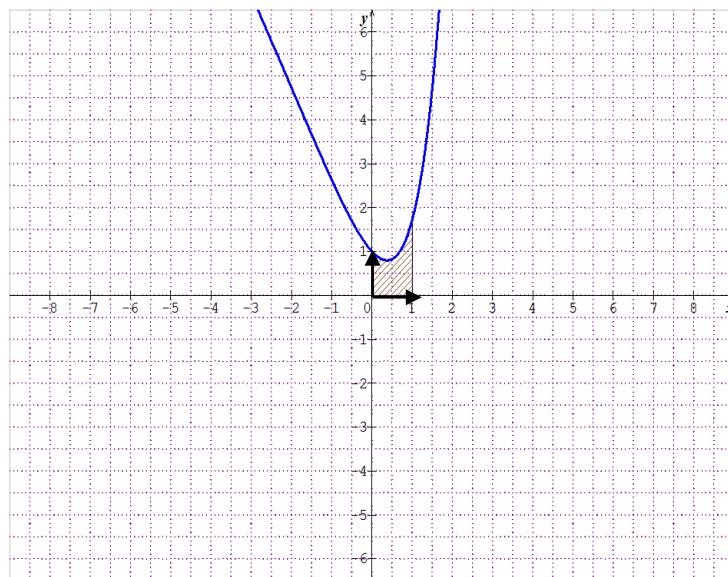
التمرين الرابع : (3 نقط)

المستوى منسوب إلى معلم متعمد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي :

1. باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx = 1$ 1.5

2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المباني للدالة h في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ احسب مساحة الحيز المدخش. 1.5



Exercice n°1:(4.5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par: $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ pour tout n de \mathbb{N}

0.5 1.a. Calculer u_1 et u_2

0.75 1.b. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n > \frac{1}{2}$

0.5 1.c. Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$

0.5 1.d. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante et qu'elle est convergente.

2. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

0.25 2.a. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique en précisant sa raison.

0.25 2.b. Calculer son premier terme v_0

0.75 2.c. Calculer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n + 1\right)$

0.25 2.d. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3. On pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

0.75 Montrer que $S_n = \frac{55}{8}\left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right) + \frac{n}{2}$

Exercice n°2 :(4pts)

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les nombres : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

0.75 1. Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées.

0.75 2.a. Montrer que $P(X=2) = \frac{12}{36}$

2.b. Copier le tableau ci – contre et le compléter en justifiant la réponse.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 2.c. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice n°3 :(8.5pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par

$$g(x) = 2 - \frac{2}{x} + \ln x$$

- 1.5 1. Calculer $g'(x)$ et en déduire que g est croissante sur $]0; +\infty[$
- 1.25 2.a. Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de la fonction g (Le calcul des limites en 0 et en $+\infty$ n'est pas demandé)
- 1 2.b. En déduire le signe de g sur chacun des intervalles $]0; 1]$ et $[1; +\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1 + (x - 2) \ln x$$

- 0.75 1. Montrer que : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$
- 0.75 2. Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- 0.75 3.a. Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1.5 3.b. Calculer $f(1)$, $f(2)$ et $f\left(\frac{1}{e}\right)$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$
- 1 3.c. En utilisant le tableau de variations déterminer l'image par f de l'intervalle $\left[\frac{1}{e}; 2\right]$

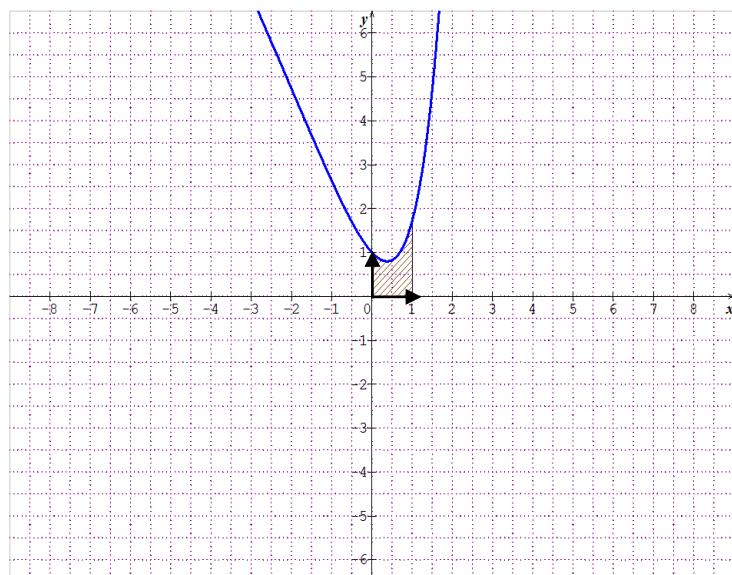
Exercice n°4 :(3pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur IR par :

$$h(x) = xe^x - 2x + 1$$

- 1.5 1. En utilisant une intégration par parties montrer que : $\int_0^1 xe^x dx = 1$
- 1.5 2. Dans la figure ci-dessous (C_h) est la courbe représentative de h dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1.5 Calculer l'aire de la partie hachurée



الثانية اقتصاد وتدبير

تصحيح الامتحان الوطني 2017

التمرين الأول : (4,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ لكل n من \mathbb{N}	
1. أ- أحسب u_1 و u_2	0,5
ب- بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n > \frac{1}{2}$	0,75
ج- تحقق أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$	0,5
د- استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناسبية وأنها متقاربة	0,5
2. نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - \frac{1}{2}$	
أ- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية محددا أساسها	0,25
ب- أحسب v_0 حدها الأولى	0,25
ج- أحسب v_n بدلالة n ثم استنتاج أن	0,75
د- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	0,25
3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$	
$S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right) + \frac{n}{2}$ بين أن	0,75

التمرين الثاني : (4 ن)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: 2;2;2;1;1;1;0;0	
سحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس .	
1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36	0,75
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان	

أ- بين أن $p(X = 0) = \frac{12}{36}$

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>$p(X = x_i)$</td><td></td><td></td><td>$\frac{12}{36}$</td><td></td><td></td></tr> </table>	x_i	0	1	2	3	4	$p(X = x_i)$			$\frac{12}{36}$			بـ انقل الجدول جابه على ورقة التحرير ثم أتم ملأه معللا جوابك . جـ أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X	2 0,5
x_i	0	1	2	3	4									
$p(X = x_i)$			$\frac{12}{36}$											

التمرین الثالث : (8,5 ن)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0, +\infty]$ بما يلي :	1,5
1. أحسب (g') واستنتج أن g تزايدية على $[0, +\infty]$	1,5
2. أـ أحسب (1) g ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)	1,25
بـ استنتاج إشارة الدالة g على كل من المجالين $[0,1]$ و $[1, +\infty]$	1

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0, +\infty]$ بما يلي :	0,75
1. بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0,75
2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0,75
3. أـ بين أن لكل x من $[0, +\infty]$ $f'(x) = g(x)$:	0,75
بـ أحسب (1) f و (2) f ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0, +\infty]$	1,5
جـ باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال f بالدالة $\left[\frac{1}{e}, 2 \right]$	1

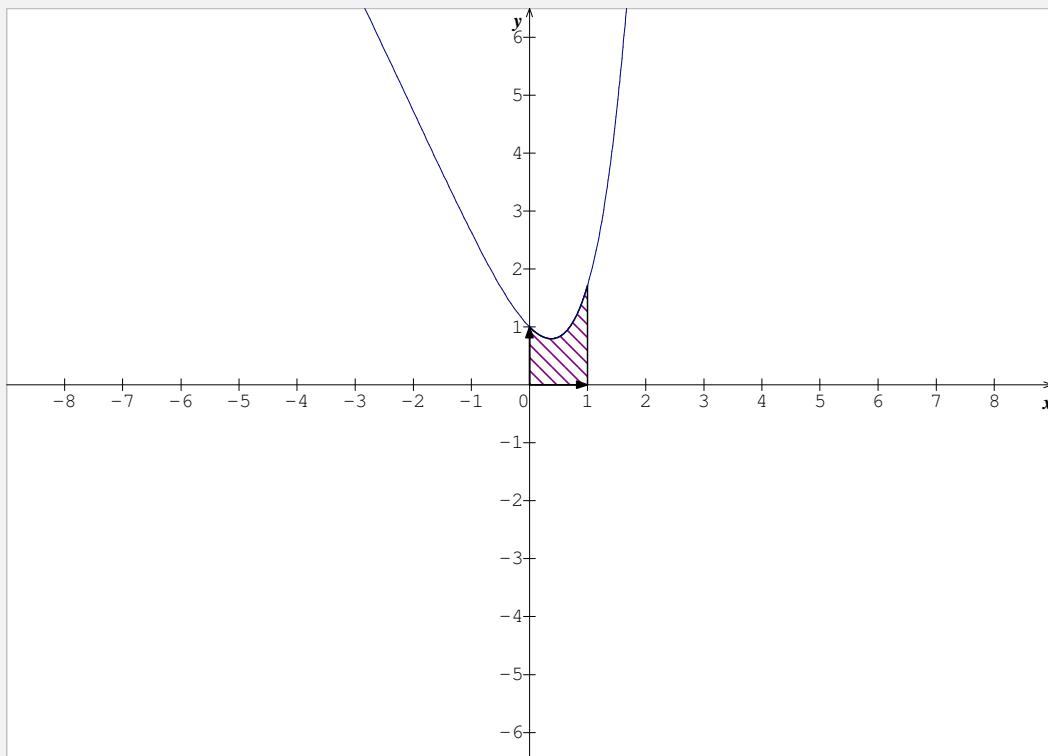
التمرین الرابع : (3 ن)

المستوى منسوب إلى معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j})	1,5
نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :	1,5
1. باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx = 1$	1,5

2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المباني للدالة h في المعلم

1,5

أحسب مساحة الحيز المدخش



تصحيح التمرين الأول

$$u_1 = \frac{1}{5}u_0 + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(6) + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} + \frac{2}{5} = \frac{8}{5} . \quad 1$$

$$u_2 = \frac{1}{5}u_1 + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}\left(\frac{8}{5}\right) + \frac{2}{5} = \frac{8}{25} + \frac{10}{25} = \frac{18}{25}$$

-ب-

1. من أجل $n = 0$

لدينا : $u_0 = 6$

إذن : $u_0 > \frac{1}{2}$

2. ليكن $n \in \mathbb{N}$

نفترض أن : $u_n > \frac{1}{2}$ •

و نبين أن : $u_{n+1} > \frac{1}{2}$ •

لدينا حسب الافتراض $u_n > \frac{1}{2}$

إذن $\frac{1}{5}u_n > \frac{1}{10}$

إذن $\frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} > \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$

إذن : $u_{n+1} > \frac{1}{2}$

3. نستنتج أن : لكل n من \mathbb{N} $u_n > \frac{1}{2}$

ليكن $n \in \mathbb{N}$ -ج-

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} - u_n = \left(\frac{1}{5} - 1\right)u_n + \frac{2}{5} = \frac{-4}{5}u_n + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right) \quad \text{لدينا :}$$

$$\text{إذن : لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5}\left(\frac{1}{2} - u_n\right)$$

-د-

4. ليكن $n \in \mathbb{N}$

لدينا : $u_n > \frac{1}{2}$

إذن : $\frac{1}{2} - u_n < 0$

إذن : $\frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right) < 0$

إذن : لكل n من \mathbb{N}
و منه متتالية تناقصية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

5. بما أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية تناقصية و مصغورة (بالعدد $\frac{1}{2}$) فإن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة
أ- ليمون $n \in \mathbb{N}$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{5}u_n - \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \left(u_n - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{5}v_n$$

لدينا :

إذن : لكل n من \mathbb{N}

و منه المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها

$$v_0 = u_0 - \frac{1}{2} = 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

ب-

-ج

6. ليمون $n \in \mathbb{N}$

لدينا : $v_n = v_0 q^n$

$$v_n = \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^n$$

إذن : لكل n من \mathbb{N}

$$v_n = u_n - \frac{1}{2}$$

لدينا :

$$u_n = v_n + \frac{1}{2}$$

إذن :

$$u_n = \frac{11}{2} \left(\frac{1}{5} \right)^n + \frac{1}{2}$$

$$u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right)$$

و منه

$$-1 < \frac{1}{5} < 1 \quad \text{لدينا :}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} \right)^n = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right) = \frac{1}{2} \quad \text{و منه}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2} \quad \text{وبالتالي :}$$

3. لنحسب $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$:

$$u_n = v_n + \frac{1}{2} \quad \text{لدينا :}$$

$$S_n = v_0 + \frac{1}{2} + v_1 + \frac{1}{2} + v_2 + \frac{1}{2} + \dots + v_{n-1} + \frac{1}{2} \quad \text{إذن :}$$

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1} + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{((n-1)-0+1)fois} \quad \text{إذن :}$$

$$S_n = v_0 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5} \right)^{(n-1)-0+1}}{1 - \left(\frac{1}{5} \right)} + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{((n-1)-0+1)fois} \quad \text{إذن :}$$

$$S_n = \frac{11}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n}{\frac{4}{5}} + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{(n)fois} \quad \text{إذن :}$$

$$S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2} \quad \text{و منه}$$

تصحيح التمرين الثاني

1. التجربة "سحب كرتين في آن واحد من الكيس "
ليكن Ω كون إمكانيات التجربة

$$card \Omega = C_9^2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36 \quad (\text{عدد حالات السحب الممكنة})$$

2. X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبان

$$X = 2 \rightarrow \begin{cases} \boxed{0} \boxed{2} \\ \boxed{1} \boxed{1} \end{cases}$$

$$p(X = 2) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 + C_4^2}{36} = \frac{2 \times 3 + 6}{36} = \frac{12}{36}$$

-ب-

$$X = 0 \rightarrow \boxed{0} \boxed{0} .8$$

$$p(X = 0) = \frac{C_2^2}{36} = \frac{1}{36}$$

$$X = 1 \rightarrow \boxed{0} \boxed{1} .9$$

$$p(X = 1) = \frac{C_2^1 \times C_4^1}{36} = \frac{2 \times 4}{36} = \frac{8}{36}$$

$$p(X = 2) = \frac{12}{36} .10 \text{ حسب نتيجة السؤال (2) أ- :}$$

$$X = 3 \rightarrow \boxed{1} \boxed{2} .11$$

$$p(X = 3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1}{36} = \frac{4 \times 3}{36} = \frac{12}{36}$$

$$X = 4 \rightarrow \boxed{2} \boxed{2} .12$$

$$p(X = 4) = \frac{C_3^2}{36} = \frac{3}{36}$$

قانون احتمال X

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{3}{36}$

ج- ($E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X) :

$$E(X) = \left(0 \times \frac{1}{36}\right) + \left(1 \times \frac{8}{36}\right) + \left(2 \times \frac{12}{36}\right) + \left(3 \times \frac{12}{36}\right) + \left(4 \times \frac{3}{36}\right) = \frac{0+8+24+36+12}{36} = \frac{80}{36} = \frac{20}{9}$$

تصحيح التمرين الثالث

الجزء الأول :

.1

13. ليكن $x \in]0, +\infty[$

$$g'(x) = \left(2 - \frac{2}{x} + \ln x\right)' = 0 - 2 \cdot \frac{-1}{x^2} + \frac{1}{x} : \text{ لدينا}$$

$$\text{إذن } x \in]0, +\infty[\text{ لكل } x \text{ من } g'(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}$$

$$\text{لدينا } 0 < x \text{ إذن } \frac{1}{x} > 0 \text{ و } \frac{2}{x^2} > 0 \text{ إذن } 0 < x < 0 \text{ لدينا}$$

إذن $0 < x < 0 \text{ كل } x \text{ من } g'(x) > 0$

و منه الدالة g تزايدية قطعا على $]0, +\infty[$

.2 .أ-

$$g(1) = 2 - \frac{2}{1} + \ln 1 = 2 - 2 + 0 = 0 .15$$

16. جدول تغيرات الدالة : g

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	\nearrow	

ب-

على المجال $[0, 1]$ لدينا : $0 < x \leq 1$ و الدالة g تزايدية ✓

إذن : $g(x) \leq g(1)$

و منه : $g(x) \leq 0$

على المجال $[1, +\infty[$ لدينا : $x \geq 1$ و الدالة g تزايدية ✓

إذن : $g(x) \geq g(1)$

و منه : $g(x) \geq 0$

الجزء الثاني :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x - 1 + (x - 2) \ln x = +\infty .1$$

$$\begin{cases} \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x - 1 = -1 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x - 2 = -2 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty \end{cases} \quad \text{لأن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 + (x - 2) \ln x = +\infty .2$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 2 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \end{cases} \quad \text{لأن :}$$

.3 .أ- ليكن $x \in]0, +\infty[$
لدينا :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + (x - 2)' \ln x + (x - 2) \cdot \ln'(x) \\ &= 1 + \ln x + \frac{x - 2}{x} \\ &= 1 + \ln x + 1 - \frac{2}{x} \\ &= \ln x + 2 - \frac{2}{x} \\ &= g(x) \end{aligned}$$

$$f'(x) = g(x) :]0, +\infty[$$

-ب-

$$\begin{aligned} f(1) &= 1 - 1 + (1 - 2) \ln 1 = 0 \quad \checkmark \\ f(2) &= 2 - 1 + (2 - 2) \ln 2 = 1 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} - 1 + \left(\frac{1}{e} - 2\right)\ln\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} - 1 - \frac{1}{e} + 2 = 1 \quad \checkmark$$

$$f\left(\left[\frac{1}{e}, 2\right]\right) = [0, 1] \quad \text{جـ}$$

(على المجال $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$: القيمة الدنيا للدالة f هي 0 و القيمة القصوى للدالة f هي 1 و f متصلة على

تصحيح التمرين الرابع

.1

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \nwarrow \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases} \uparrow \\ \int_0^1 xe^x dx &= \left[xe^x \right]_0^1 - \int_0^1 e^x dx \\ &= \left[xe^x \right]_0^1 - \left[e^x \right]_0^1 \\ &= (e - 0) - (e - 1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

.2

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 h(x) dx .(UA) \\ &= \int_0^1 (xe^x - 2x + 1) dx .(UA) \\ &= \left(\left(\int_0^1 xe^x dx \right) + \left(\int_0^1 (-2x + 1) dx \right) \right) .(UA) \\ &= \left(1 + \left[-x^2 + x \right]_0^1 \right) .(UA) \\ &= 1 .(UA) \end{aligned}$$

つづく