المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| المـــــادة: | الرياضيات | NS22 | المعامل: | 7 |
| الشعـــب(ة) أو المسلك : | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها | | مدة الإنجاز: | 3 |

## معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : **3** ساعات ؛
- عدد الصفحات : **3** صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

| التمرين | المجال | النقطة الممنوحة |
|---|---|---|
| التمرين الأول | الهندسة الفضائية | 3 نقط |
| التمرين الثاني | الأعداد العقدية | 3 نقط |
| التمرين الثالث | حساب الاحتمالات | 3 نقط |
| التمرين الرابع | المتتاليات العددية | 3 نقط |
| التمرين الخامس | دراسة دالة وحساب التكامل | 8 نقط |

- بالنسبة للتمرين الرابع ( السؤال الثالث ) ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

# الموضـــــــوع

## التمرين الأول ( 3 ن )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(-1,0,3)$ و $B(3,0,0)$
و $C(7,1,-3)$ والفلكة $(S)$ التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$ .

1) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{k}$ واستنتج أن $3x+4z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$ . | 1

2) بين أن $(S)$ هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3,1,0)$ وشعاعها 5 . | 0.5

3) ليكن $(\Delta)$ المستقيم المار من النقطة $\Omega$ والعمودي على المستوى $(ABC)$ .

أ - بين أن : $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \end{cases} \quad (t\in IR)$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم $(\Delta)$ . | 0.5

ب - بين أن المستقيم $(\Delta)$ يقطع الفلكة $(S)$ في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$ . | 1

## التمرين الثاني ( 3 ن )

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$ . | 1

2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$ ، النقط $A$ و $B$ و $C$ التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$ .

ليكن $z$ لحق نقطة $M$ من المستوى و $z'$ لحق النقطة $M'$ صورة $M$ بالدوران $R$ الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ .

أ - بين أن : $z'=iz+2-4i$ . | 0.5

ب - تحقق من أن لحق النقطة $C'$ صورة النقطة $C$ بالدوران $R$ هو $c'=5+3i$ . | 0.25

ج - بين أن : $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث $BCC'$ قائم الزاوية في $B$ و أن $BC=2BC'$ . | 1.25

## التمرين الثالث ( 3 ن )

يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين : | 1

$A$ : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " و $B$ : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

بين أن $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{41}{42}$ .

2) نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي $X$ هي 0 و 1 و 2 و 3 . | 0.25

ب - بين أن $P(X=2)=\frac{3}{10}$ و $P(X=0)=\frac{1}{6}$ . | 1

ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ . | 0.75

## التمرين الرابع (3 ن )

**نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 1}{2u_n}$ لكل $n$ من $I\!N$ .**

0.75 **1) بين بالترجع أن : $u_n > 1$ لكل $n$ من $I\!N$ .**

**2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة بما يلي : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ لكل $n$ من $I\!N$ .**

1 **أ – بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ لكل $n$ من $I\!N$ .**

0.75 **ب – بين أن $u_n = \dfrac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$ .**

0.5 **3) احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n$ حيث $(w_n)$ هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$ لكل $n$ من $I\!N$ .**

## التمرين الخامس ( 8 ن )

**I) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $I\!R$ بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$ .**

0.5 **1) بين أن : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل $x$ من $I\!R$ .**

0.5 **2) بين أن الدالة $g$ تزايدية على المجال $\left[-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$ وتناقصية على المجال $\left]-\infty, -\dfrac{1}{2}\right]$ .**

0.5 **3) أ– بين أن $g\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 1 - \dfrac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\dfrac{1}{2}\right) > 0$ .**

0.25 **ب – استنتج أن : $g(x) > 0$ لكل $x$ من $I\!R$ .**

**II) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $I\!R$ بما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$ .**

**وليكن $(C)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\left(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm\right)$ .**

1 **1) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ( نذكر أن : $\lim\limits_{u \to -\infty} ue^u = 0$ ) .**

0.75 **2) بين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل $x$ من $I\!R$ ثم استنتج أن الدالة $f$ تزايدية قطعا على $I\!R$ .**

0.75 **3) أ – احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ واستنتج أن $(C)$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب .**

0.5 **ب – احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - (x+1)\right]$ واستنتج أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى $(C)$ بجوار $-\infty$ .**

0.5 **ج – حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C)$ ثم بين أن المنحنى $(C)$ يوجد تحت المستقيم $(\Delta)$ على المجال $\left]-\infty, \dfrac{1}{2}\right[$ و فوق المستقيم $(\Delta)$ على المجال $\left]\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$ .**

0.25 **4) أ – بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم $(T)$ مماس المنحنى $(C)$ في النقطة $O$ .**

0.25 **ب – بين أن للمنحنى $(C)$ نقطة انعطاف أفصولها $-\dfrac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب ) .**

0.75 **5) أنشئ المستقيمين $(\Delta)$ و $(T)$ والمنحنى $(C)$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .**

1 **6) أ – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\displaystyle\int_0^1 (2x-1)e^{2x}\,dx = 1$ .**

0.5 **ب – احسب ب $cm^2$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(C)$ و المستقيم $(T)$ المماس للمنحنى $(C)$ والمستقيمين اللذين معادلتاه و .**