



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2011  
الموضوع



الصفحة
1
3

7	المعامل	RS22	الرياضيات	المادة
3	مئة الإجاز	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب (ة) أو المسلك

### معلومات عامة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛

عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛

يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛

ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛

بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه

ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### معلومات خاصة

يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
2.5	حل معادلات ومتراجحات أسية نيبيرية	التمرين الأول
4	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3.5	المتتاليات العددية	التمرين الثالث
10	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الرابع

– بالنسبة للتمرين الرابع ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

## الموضوع

## التمرين الأول (2.5 ن)

- (1) أ - حل في  $IR$  المعادلة :  $x^2 - 2x - 3 = 0$  . 0.5
- ب - حل في  $IR$  المعادلة :  $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$  . 1
- (2) حل في  $IR$  المتراجحة :  $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$  . 1

## التمرين الثاني (4 ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 6z + 18 = 0$  . 1
- (2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ، النقطتين  $A$  و  $B$  .
- اللتين لحقاهما على التوالي هما :  $a = 3 + 3i$  و  $b = 3 - 3i$  . 0.5
- أ - اكتب على الشكل المثلثي كل من العديدين العقديين  $a$  و  $b$  . 0.75
- ب - بين أن  $b'$  لحق النقطة  $B'$  صورة النقطة  $B$  بالإزاحة التي متجهتها  $\overline{OA}$  هو  $6$  . 0.75
- ج - بين أن :  $\frac{b-b'}{a-b'} = i$  ثم استنتج أن المثلث  $AB'B$  متساوي الساقين وقائم الزاوية في  $B'$  . 1
- د - استنتج مما سبق أن الرباعي  $OAB'B$  مربع . 0.75

## التمرين الثالث (3.5 ن)

- نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{6u_n}{1+15u_n}$  لكل  $n$  من  $IN$  .
- (1) أ - تحقق من أن :  $u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1}$  لكل  $n$  من  $IN$  . 0.5
- ب - بين بالترجع أن :  $u_n > \frac{1}{3}$  لكل  $n$  من  $IN$  . 0.5
- (2) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة بما يلي :  $v_n = 1 - \frac{1}{3u_n}$  لكل  $n$  من  $IN$  . 1.5
- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{6}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  .
- (3) بين أن  $u_n = \frac{1}{3 - 2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$  لكل  $n$  من  $IN$  ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  . 1

## التمرين الرابع (10 ن)

I - نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x - 1 + \ln x$  .

1 أ - بين أن  $g'(x) = \frac{x+1}{x}$  لكل  $x$  من  $I$  . 0.5

ب - بين أن الدالة  $g$  تزايدية على  $I$  . 0.5

2 استنتج أن  $g(x) \geq 0$  على  $[1, +\infty[$  وأن  $g(x) \leq 0$  على  $]0, 1]$  ( لاحظ أن  $g(1) = 0$  ) 1

II - لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $I$  بما يلي :  $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$  .

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة  $1cm$  ) .

1 أ - بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  وأول النتيجة هندسيا . 0.75

ب - بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  ( لاحظ أن  $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right) \frac{\ln x}{x}$  لكل  $x$  من  $I$  ) . 1

ج - استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل فرعا شلجيميا بجوار  $+\infty$  يتم تحديده اتجاهه . 0.5

2 أ - بين أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  لكل  $x$  من  $I$  . 1

ب - استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية على  $[1, +\infty[$  و تناقصية على  $]0, 1]$  . 0.5

ج - أعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $I$  . 0.25

3 أنشئ  $(C)$  ( نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 1,5 و 2 ) . 1

4 أ - بين أن  $H : x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$  دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$  على المجال  $I$  . 0.5

ب - بين أن  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}$  . 0.75

ج - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن  $\int_1^e \ln x dx = 1$  . 1

5 أ - تحقق من أن  $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$  لكل  $x$  من  $I$  . 0.25

ب - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين 0.5

معادلتاهما  $x=1$  و  $x=e$  هي .