C: NS28

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة العادية 2008-
الموضوع

المادة:	الفيزياء والكيمياء	المعامل:	7
الشعب(ة):	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية	مدة الإنجاز:	3س

يسمح باستعمال الحاسبة غير القابلة للبرمجة

تعطى الصيغ الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العدديـة

مكونات الموضوع

الكيمياء (7 نقط):

❋ **دراسة خاصيات حمض كربوكسيلي**

الفيزياء (13 نقطة):

تمرين 1: (2 نقط)

❋ **التحولات النووية** – تطبيقات في مجال الطب

تمرين 2: (5 نقط)

❋ **الكهرباء** – استعمالات مكثف

تمرين 3: (6 نقط)

❋ **الميكانيك** – دراسة سقوط جسم صلب في مجال الثقالة المنتظم

أجزاء جميع التمارين مستقلة

الكيمياء : خاصيات حمض كربوكسيلي

الإيبوبروفين (Ibuprofène) حمض كربوكسيلي، صيغته الإجمالية $C_{13}H_{18}O_2$ ، دواء يعتبر من المضادات للالتهابات إضافة إلى كونه مسكنا للآلام ومخفضا للحرارة.
تباع مستحضرات الإيبوبروفين في الصيدليات على شكل مسحوق في أكياس تحمل المقدار 200 mg قابل للذوبان في الماء.
نرمز للإيبوبروفين ب RCOOH و لقاعدته المرافقة ب $RCOO^-$.
نعطي الكتلة المولية للحمض RCOOH : $M(RCOOH) = 206\ g.mol^{-1}$
تمت جميع العمليات عند درجة الحرارة 25°C .

1) الجزء I - تحديد ثابتة التوازن لتفاعل حمض الإيبوبروفين مع الماء:

نذيب محتوى كيس من الإيبوبروفين والذي يحتوي على 200 mg من الحمض في كأس من الماء الخالص، فنحصل على محلول مائي (S_0) تركيزه C_0 و حجمه $V_0= 100\ mL$.

1.1- احسب C_0 . **(0,75 ن)**

1.2- أعطى قياس pH المحلول (S_0) القيمة pH=3,17 .

1.2.1- تحقق، باستعانتك بالجدول الوصفي، أن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء تفاعل محدود. **(1,25 ن)**

1.2.2- اكتب تعبير خارج التفاعل Q_r لهذا التحول. **(0, 5 ن)**

1.2.3- بين أن تعبير Q_r عند التوازن يكتب على الشكل التالي: $Q_{r,eq} = \dfrac{x_{max}.\tau^2}{V_0.(1-\tau)}$

حيث τ : نسبة التقدم النهائي للتفاعل و x_{max} : التقدم الأقصى ويعبر عنه بالمول. **(1 ن)**

1.2.4- استنتج قيمة ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة التفاعل المدروس. **(0,75 ن)**

2) الجزء II- التحقق من صحة المقدار المسجل على كيس الإيبوبروفين:

للتحقق من صحة المقدار المسجل على الكيس، نأخذ حجما $V_B = 60,0\ mL$ من محلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{aq} + HO^-_{aq})$ تركيزه $C_B = 3,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$، ونذيب فيه كليا محتوى كيس من الإيبوبروفين، فنحصل على محلول مائي(S).
(نعتبر أن حجم المحلول (S) هوV_B)

2.1- اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتفاعل بين الحمض RCOOH والمحلول (S_B) والذي نعتبره كليا. **(0,75 ن)**

2.2- بين أن $n_i(HO^-)$ كمية مادة الأيونات HO^- البدئية المتواجدة في المحلول (S_B) أكبر من $n_i(RCOOH)$ كمية مادة الحمض RCOOH المذابة. (نعتبر أن المقدار المسجل على الكيس صحيح). **(0, 5 ن)**

2.3- لمعايرة الأيونات HO^- المتبقية في المحلول (S)، نأخذ حجما $V = 20,0\ mL$ من هذا المحلول ونضيف إليه محلولا مائيا (S_A) لحمض الكلوريدريك تركيزه $C_A = 1,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$.

نحصل على التكافؤ عند صب الحجم $V_{AE} = 27,7\ mL$ من المحلول (S_A).

نعتبر أن الأيونات HO^- المتبقية في المحلول (S) هي الوحيدة التي تتفاعل مع الأيونات H_3O^+ الواردة من المحلول (S_A) أثناء المعايرة، وفق المعادلة الكيميائية التالية:

$$H_3O^+aq + HO^-aq \longrightarrow 2H_2O(\ell)$$

2.3.1- أوجد كمية مادة الأيونات HO^- التي تفاعلت مع الحمض RCOOH المتواجد في الكيس. **(1 ن)**

2.3.2- احسب الكتلة m لحمض الإيبوبروفين المتواجدة في الكيس. استنتج. **(0,5 ن)**

الفيزياء:

تمرين 1: التحولات النووية - تطبيقات في مجال الطب

يعتبر الطب أحد المجالات الرئيسية التي عرفت تطبيقات عدة للأنشطة الإشعاعية؛ ويُستعمل في هذا المجال عدد من العناصر المشعة لتشخيص الأمراض ومعالجتها. ومن بين هذه العناصر الصوديوم $^{24}_{11}Na$ الذي يُمكّن من تتبع مجرى الدم في الجسم.

1- نويدة الصوديوم $^{24}_{11}Na$ إشعاعية النشاط وينتج عن تفتتها نويدة المغنزيوم $^{24}_{12}Mg$.

1.1- اكتب معادلة تفتت نويدة الصوديوم، وحدد طبيعة هذا الإشعاع. **(0,5 ن)**

1.2- احسب ثابتة النشاط الإشعاعي λ لهذه النويدة علما أن عمر النصف للصوديوم 24 هو $t_{1/2} = 15h$. **(0,25 ن)**

2- فقدَ شخص ، إثر حادثة سير، حجما من الدم. لتحديد حجم الدم المفقود نُحقن الشخص المصاب عند اللحظة $t_0 = 0$، بحجم $V_0 = 5,00\ mL$ من محلول الصوديوم 24 تركيزه $C_0 = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$.

2.1- حدد n_1 كمية مادة الصوديوم $^{24}_{11}Na$ التي تبقى في دم الشخص المصاب عند اللحظة $t_1 = 3h$. **(0,5 ن)**

2.2- احسب نشاط هذه العينة عند هذه اللحظة t_1.

(ثابتة أفوكادرو $N_A = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$) **(0,25 ن)**

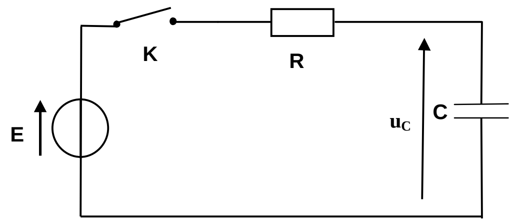
2.3- عند اللحظة $t_1 = 3h$ ؛ أعطى تحليل الحجم $V_2 = 2,00\ mL$ من الدم المأخوذ من جسم الشخص المصاب كمية المادة $n_2 = 2,1.10^{-9}\ mol$ من الصوديوم 24 .

استنتج الحجم V_p للدم المفقود باعتبار أن جسم الإنسان يحتوي على $5,00\ L$ من الدم وأن الصوديوم موزع فيه بكيفية منتظمة. **(0,5 ن)**

تمرين 2: الكهرباء - استعمالات مكثف

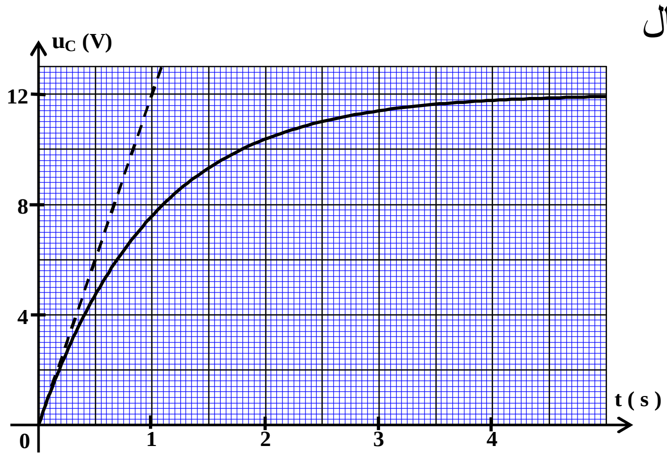
تتميز المكثفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية وإمكانية استرجاعها عند الحاجة. وتُمكّن هذه الخاصية من استعمال المكثفات في عدة أجهزة منها تشغيل مصباح وامض بعض آلات التصوير.

1) الجزء I- شحن مكثف:



الشكل 1

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (1) والمكون من مكثف سعته C ، غير مشحون بدئيا، مركب على التوالي مع موصل أومي مقاومتـــه الكهربائية R وقاطع التيار K.
يخضع ثنائي القطب RC لرتبة توتر معرفة كالتالي:
- بالنسبة ل $t<0$ $U = 0$ ،
- بالنسبة ل $t \geq 0$ $U = E$ حيث: $E = 12$ V .
نغلق الدارة عند اللحظة $t = 0$ ونعاين ، باستعمال وسيط معلوماتي على شاشة حاسوب ، تغيرات التوتر u_C بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.
يعطي الشكل (2) المنحنى $u_c = f(t)$.



الشكل 2

1.1- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$. (1 ن)

1.2- تحقق أن التعبير $u_C(t) = E.(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$ حل للمعادلة التفاضلية بالنسبة ل $t \geq 0$ ؛ حيث τ ثابتة الزمن. (0, 5 ن)

1.3- حدد تعبير τ و بيّن ، باعتماد معادلة الأبعاد، أن ل τ بعدا زمنيا. (0, 5 ن)

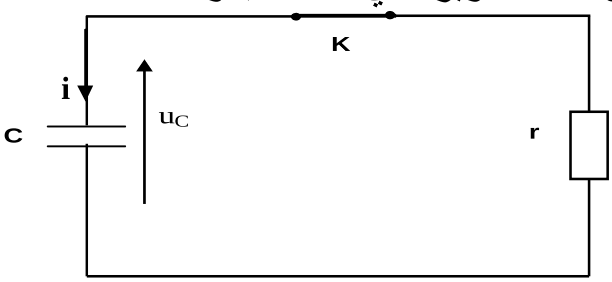
1.4- عيّن مبيانيا τ واستنتج أن قيمة C هي $C = 100$ µF . نعطي $R = 10$ kΩ . (0,75 ن)

1.5- احسب الطاقة الكهربائية التي يختزنها المكثف في النظام الدائم. (0,7 5 ن)

2) الجزء II - تفريغ مكثف :

يتطلب تشغيل وامض آلة تصوير طاقة عاليــة لا يمكن الحصول عليها باستعمال المولد السابق. للحصول على الطاقة اللازمة، يُشحن المكثف السابق بواسطة دارة إلكترونية تُمكّن من تطبيق توتر مستمر بين مربطي المكثف قيمته $U_C = 360$ V .

نفرغ المكثف، عند اللحظة $t = 0$، في مصباح وامض آلة التصوير الذي ننمذجه بموصل أومي مقاومته r (الشكل 3)؛ فيتغير التوتر بين مربطي المكثف وفق المعادلة : $u_C = 360.e^{\frac{-t}{\tau'}}$ ؛
حيث τ' ثابتة الزمن و $u_C(t)$ معبر عنها بالفولط (V)



الشكل 3

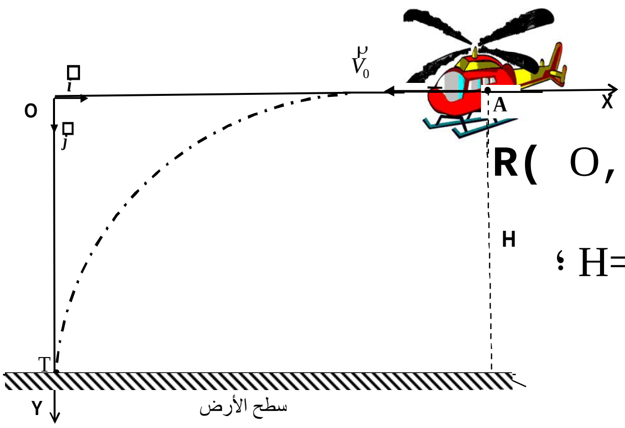
2.1- أوجد قيمة r مقاومة مصباح وامض آلة التصوير علما أن التوتر بين مربطي المكثف يأخذ القيمة $u_C(t) = 132,45\ V$ عند اللحظة $t = 2\ ms$. **(1 ن)**

2.2-اشرح كيف يجب اختيار مقاومة وامض آلة التصوير لضمان تفريغ أسرع للمكثف. **(0, 5 ن)**

تمرين 3 - الميكانيك – دراسة سقوط جسم صلب في مجال الثقالة المنتظم :

تُستعمل الطائرات المروحية في بعض الحالات لإيصال مساعدات إنسانية إلى مناطق منكوبة يتعذر الوصول إليها عبر البر.

تتحرك طائرة مروحية على ارتفاع ثابت H من سطح الأرض بسرعة أفقية $\vec{V_0}$ ثابتة وتُسقِط صندوق مواد غذائية، مركز قصوره G_0 ، فيرتطم بسطح الأرض في النقطة T . (الشكل1)



الشكل 1

ندرس حركة G_0 في معلم متعامد وممنظم $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ مرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا.

نعطي : $g = 10\ m.s^{-2}$ (شدة الثقالة) و $H = 405\ m$ ؛

نهمل أبعاد الصندوق.

1) الجزء I- دراسة السقوط الحر:

نهمل القوى المرتبطة بتأثير الهواء على الصندوق.

يسقط الصندوق ،عند اللحظة $t = 0$، انطلاقا من النقطة $A(x_A=450\ m ; y_A = 0)$ بالسرعة البدئية الأفقية $\vec{V_0}$ ذات القيمة $V_0 = 50\ m.s^{-1}$.

1.1- أوجد ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G_0 في المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j})$. **(1,5 ن)**

1.2- حدد لحظة ارتطام الصندوق بسطح الأرض. **(0,75 ن)**

1.3- أوجد معادلة مسار حركة G_0. **(0,5 ن)**

2) الجزء II- دراسة السقوط باحتكاك:

لكي لا تُتلف المواد الغذائية عند الارتطام بسطح الأرض؛ تم ربط صندوق بمظلة تُمكنه من النزول ببطء. تبقى المروحية ساكنة على نفس الارتفاع H السابق في النقطة O .

يسقط الصندوق ومظلته رأسيا بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t_0 = 0$.

يطبق الهواء قوى الاحتكاك المعبر عنها بالعلاقة $\vec{f} = -100.\vec{v}$. حيث $\vec{v}$ تمثل متجهة سرعة الصندوق عند اللحظة t .

نهمل دافعة أرخميدس خلال السقوط.

نعطي كتلة المجموعة {الصندوق والمظلة}: $m = 150\ kg$.

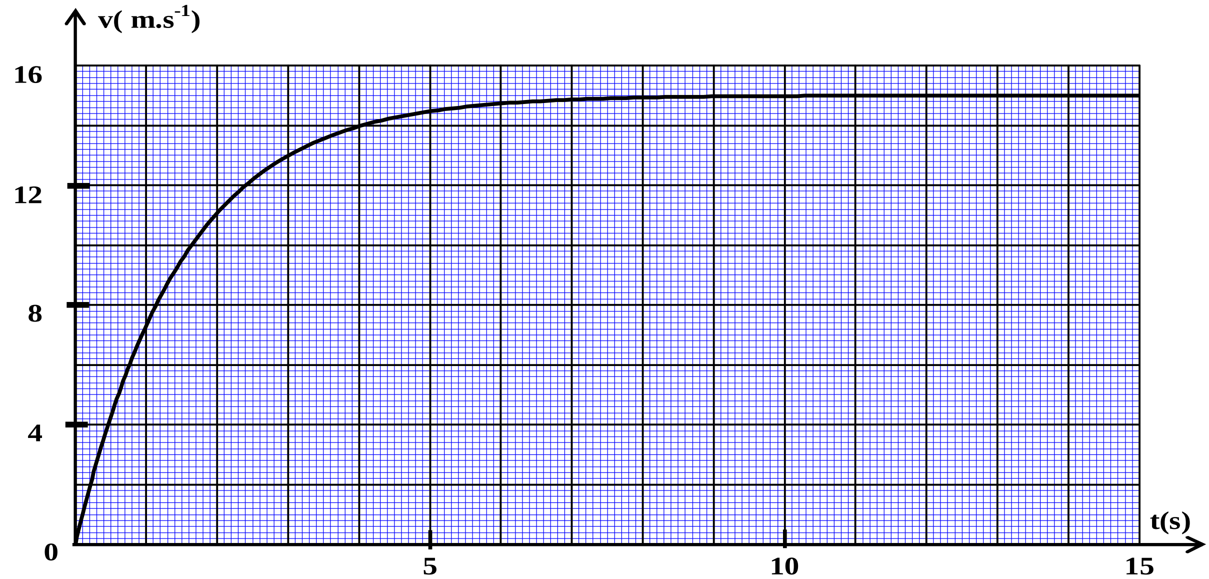
2.1- أوجد المعادلة التفاضلية في المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ التي تحققها سرعة G_1 مركز قصور المجموعة. **(1,25 ن)**

2.2- يمثل منحنى الشكل2 تغير سرعة G_1 بدلالة الزمن؛ حدد السرعة الحدية V_{lim} وكذا الزمن المميز τ للسقوط . **(0,5 ن)**

2.3- أعط قيمة تقريبية لمدة النظام البدئي. **(0,5 ن)**

2.4- باعتماد طريقة أولير والجدول التالي، حدد قيمتي السرعة v_4 و التسارع a_4 . **(1 ن)**

$t_i(s)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$v_i(m.s^{-1})$	0	1,00	1,93	2,80	$\mathbf{v_4}$	4,37	5,08
$a_i(m.s^{-2})$	10,00	9,33	8,71	8,12	$\mathbf{a_4}$	7,07	6,60



الشكل 2

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2008

الكيميا (7نقط) : خاصيات حمض كربوكسيلي

1. تحديد ثابتة التوازن لتفاعل حمض الإيبوبروفين مع الماء

1.1. حساب C_0 تركيز المحلول S_0

تعبير تركيز المحلول S_0 هوكالتالي : $C_0 = \dfrac{n_0(RCOOH)}{V_0}$

تعبير كمية المادة هو : $n_0(RCOOH) = \dfrac{m_0(RCOOH)}{M(RCOOH)}$

نقوم بتعويض $n_0(RCOOH)$ بعبارتها فنجد : $C_0 = \dfrac{m_0(RCOOH)}{V_0 M(RCOOH)}$

أي أن : $C_0 = \dfrac{200.10^{-3}}{100.10^{-3} \times 206}$

ومنه فإن : $C_0 = 9,7.10^{-3} molL^{-1}$

1.2.1. التحقق من أن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء تفاعل محدود .

الجدول الوصفي لتفاعل الإيبوبروفين مع الماء.

معادلة التفاعل		$RCOOH_{(aq)} + H_2O(\ell) \rightleftharpoons RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	تقدم التفاعل		كميات المادة بالمول		
الحالة البدئية	**0**	C_0V_0	وافر	**0**	**0**
حالة وسيطة	**x**	$C_0V_0 - x$	وافر	**x**	**x**
الحالة النهائية	x_f	$C_0V_0 - x_f$	وافر	x_f	x_f

التحقق من أن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء تفاعل محدود :

نحسب τ نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل بحيث : $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

حسب الجدول الوصفي يتبين أن : $n(H_3O^+) = x_f$

نعلم أن : $\left[H_3O^+\right] = 10^{-PH}$

و : $\left[H_3O^+\right] = \dfrac{n\ H_3O^+}{V_0}$ أي : $\dfrac{x_f}{V_0} = 10^{-PH}$

ومنه فإن : $x_f = V_0.10^{-PH}$

وحيث أن الماء يوجد بوفرة فإن الإيبوبروفين متفاعل محد ومنه التقدم الأقصى هو : $C_0V_0 = x_{max}$

وبالتالي فإن نسبة التقدم النهائي لهذا التفاعل هي : $\tau = \frac{10^{-PH}}{C_0}$

يعني أن : $\tau = \frac{10^{-3,17}}{9,7.10^{-3}}$

أي أن : $\tau = 0,07$

ونعلم أن $\tau \prec 1$ إذن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء تفاعل محدود.

.1.2.2 تعبير خارج التفاعل Q_r

يعبر عن خارج التفاعل ، لتفاعل الإيبوبروفين مع الماء كما يلي : $Q_r = \frac{\left[H_3O^+\right]\left[RCOO^-\right]}{RCOOH}$

.1.2.3 تعبير Q_r بدلالة τ و V_0 و x_{max}

خارج التفاعل عند التوازن يعبر عنه ب : $Q_r = \frac{\left[H_3O^+\right]_{éq}\left[RCOO^-\right]_{eq}}{RCOOH_{eq}}$

حسب الجدول الوصفي فإن الحالة النهائية توافق حالة التوازن أي أن $x = x_{éq}$.

وبما أن : $n\ H_3O^+ = n_{eq}\ RCOO^- = x_{éq}$ فإن : $\left[H_3O^+\right]_{eq} = \left[RCOO^-\right]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V_0}$ حيث :

$\tau = \frac{\left[H_3O^+\right]_{eq}}{C_0}$

وبالتالي فإن : $\left[RCOO^-\right]_{eq} = \left[H_3O^+\right]_{eq} = \tau.C_0$

من خلال السطر الأخير في الجدول الوصفي يلاحظ أن : $n_{eq}\ RCOOH = C_0V_0 - x_{eq}$

إذن $RCOOH_{eq} = C_0 - \frac{x_{eq}}{V_0}$: حيث $\left[H_3O^+\right]_{eq} = \frac{x_{éq}}{V_0}$: أي $RCOOH_{éq} = C_0 - \left[H_3O^+\right]_{éq}$

وبالتالي : $RCOOH_{éq} = C_0 - \tau C_0$

أي أن : $RCOOH_{éq} = C_0(1-\tau)$

إذن عبارة $Q_{r,éq}$ تكتب كالتالي : $Q_{r,éq} = \frac{\tau^2 C_0^2}{C_0(1-\tau)}$

أي أن : $Q_{r,éq} = \frac{\tau^2 C_0}{(1-\tau)}$

وبما أن : $x_{max} = C_0V_0$

فإن : $C_0 = \frac{x_{max}}{V_0}$.

نقوم بتعويض C_0 بعبارتها فنجد $Q_{r,éq} = \frac{x_{max}.\tau^2}{V_0(1-\tau)}$

.1.2.4 استنتاج قيمة ثابتة التوازنK المقرونة بمعادلة التفاعل المدروس :

التفاعل المدروس : تفاعل الإيبوبروفين مع الماء.

عند التوازن نجد : $K = Q_{r,éq}$

ومنه فإن : $K = \dfrac{x_{\max}.\tau^2}{V_0(1-\tau)}$ حيث $x_{\max} = C_0 V_0$

إذن : $K = \dfrac{C_0.V_0.\tau^2}{V_0(1-\tau)}$ أي أن : $K = \dfrac{C_0.\tau^2}{(1-\tau)}$

ومنه فإن : $K = \dfrac{9,7.10^{-3} \times (0,07)^2}{-0,07}$

وبالتالي فإن : $K = 5.10^{-5}$

2. التحقق من صحة المقدار المسجل على كيس الإيبوبروفين.

1.2. معادلة تفاعل الإيبوبروفين مع المحلول المائي لهيدروكسيد الصوديوم.

$$RCOOH(aq) + HO^-(aq) \rightleftarrows RCOO^-(aq) + H_2O\ \ell$$

2.2. تحديد كمية المادة البدئية لأيونات HO^- المتواجدة في الحجم V_B

نعلم أن : $n_i\ HO^- = C_B.V_B$ إذن : $n_i\ HO^- = 1,8.10^{-3} mol$

n (H O$^-$)= 1,8 10^{-3} mol : n i (HO$^-$) = 3,0.10^{-2} 60,0.10^{-3}

كمية المادة البدئية للحمض $RCOOH$ المذابة:

هي : $n_i(RCOOH) = \dfrac{m\ RCOOH}{M(RCOOH)}$

أي أن : $n_i(RCOOH) = 9,7.10^{-4} mol$

وبالتالي فإن: $n_i(RCOOH) \prec n_i\ HO^-$

2.3.1. قيمة كمية مادة HO^- التي تفاعلت مع الحمض $RCOOH$.

تفاعل $n_i\ HO^-$ كمية مادة الأيونات HO^- مع الأيونات H_3O^+ : عند التكافؤ لدينا : $n_i\ HO^- = n(H_3O^+)$

$$n_i\ HO^- = C_A.V_{AE}$$

$$n_i\ HO^- = 1,0.10^{-2}.27,7.10^{-3}$$

$$n_i\ HO^- = 2,77.10^{-4} mol$$

كمية مادة الأيونات HO^- المتبقية في الحجم V_B : $n_2\ HO^- = 3n_i\ HO^-$

$n_2\ HO^- = 3 \times 2,77.10^{-4}$ أي : $n_2\ HO^- = 8,31.10^{-4} mol$

كمية مادة أيونات HO^- المتفاعلة مع الحمض RCOOH هي : $n\ HO^- = n_i\ HO^- - n_2\ HO^-$

ت.ع : $n\ HO^- = 1,8.10^{-3} - 8,31.10^{-4}$

أي أن : $n\ HO^- = 9,7.10^{-4} mol$

2.3.2. كتلة حمض الإيبوبروفين المتواجدة في الكيس

حسب السؤال (2.3.1.) فإن : $n(RCOOH) = n\ HO^- = 9,7.10^{-4} mol$

بما أن : $n_i(RCOOH) = \dfrac{m}{M(RCOOH)}$

فإن: $m = n(RCOOH).M(RCOOH)$

ومنه فإن : $m = 9,7.10^{-4}.206$

أي أن : $m = 0,1998g$

إذن : $m \approx 200mg$

الفيزياء

التمرين 1 : التحولات النووية - تطبيقات في مجال الطب

1. تفتت نواة الكربون

1.1. معادلة تفتت نويدة الصوديوم : ${}_{11}^{24}Na \rightarrow {}_{11}^{24}Mg + {}_{Z}^{A}X$

نطبق قانوني سودي للإنحفاظ

- قانون انحفاظ العدد الإجمالي للنويات A = 0

- قانون انحفاظ عدد الشحنة Z = 11+12 ومنه فإن : Z = -1

لدينا رمز الدقيقة المنبعثة هو ${}_{-1}^{0}X$ إذن هذا يوافق انبعاث إلكترون يسمى إشعاع β^-

1.2. حساب ثابتة النشاط الإشعاعي λ لهذه النويدة :

نعلم أن : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ إذن : $\lambda = \frac{\ln 2}{15 \times 3600}$

ومنه فإن : $\lambda = 1,28.10^{-5}$

2.1. تحديد كمية مادة الصوديوم n_1 المتبقي في دم الشخص المصاب عند $t_1 = 3h$.

- عند اللحظة $t_0 = 0$: كمية مادة الصوديوم ${}_{11}^{24}Na$ هي : $n_0\left({}_{11}^{24}Na\right) = C_0.V_0$

- عند اللحظة $t_0 = 0$: عدد النويدات هي : $N_0 = n_0\left({}_{11}^{24}Na\right) N_A$

نعوض : $n_0\left({}_{11}^{24}Na\right)$ فنجد : $N_0 = C_0V_0.Na$

- عند اللحظة $t_1 = 3h$: عدد النويدات هي : $N_1 = n_1\left({}_{11}^{24}Na\right).N_A$

عند اللحظة t_1 : بتطبيق قانون التناقص الإشعاعي نكتب: $N_1 = N_0 e^{-\lambda t_1}$

$n_i\left({}_{11}^{24}Na\right).N_A = C_0V_0.N_A e^{-\lambda t_1}$ إذن : $n_1\left({}_{11}^{24}Na\right) = C_0V_0 e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t_1}$

أي أن: $n_1\left({}_{11}^{24}Na\right) = 10^{-3}.5.10^{-3} e^{\frac{\ln 2}{15}.3}$ $\quad n_1\left({}_{11}^{24}Na\right) = 4.35.10^{-6} mol$

1.1. نشاط العينة عند اللحظة t_1

بما أن : $a_1 = \lambda.N_1$ و $a_1 = \lambda n_1\left({}_{11}^{24}Na\right).N_A$:

أي أن : $a_1 = 1,28.10^{-5} \times 4,35.10^{-6} \times 6,02.10^{23}$

إذن : $a_1 = 3,35.10^{13} Bq$

2.1. حساب V_p حجم الدم المفقود من جسم الإنسان المصاب.

نعتبر V'_1 الحجم المتبقي في جسم الإنسان المصاب و V_1 : حجم الدم الموجود في الإنسان العادي

نعلم أن حجم الدم الموجود في الإنسان العادي هو $5L$

إذن : $V_1 = 5L$ مع : $V'_1 = V_1 - V_P$

نعلم أن الصوديوم موزع في دم الإنسان المصاب بكيفية منتظمة

إذن تركيز نويدات الصوديوم في دم الإنسان عند اللحظة t_1 تكون هي : $C_1 = \frac{n_2}{V_2} = \frac{n_1}{V_1}$

أي : $\frac{n_2}{V_2} = \frac{n_1}{V_1 - V_P}$ يعني أن $n_2 = n_1.V_2 \quad V_1 - V_P$

أي أن : $n_2V_1.n_2V_P = n_1.V$ يعني أن : $-n_2V_P = n_1V_2 - n_2V_1$

يعني : $n_2V_P = n_2V_1 - n_1V_2$ يعني : $V_P = \frac{n_2V_1 - n_1V_2}{n_2}$

ومنه فإن : $V_P = \frac{5\times 2,1.10^{-9} - 4,35\times 2.10^{-3}\times 10^{-6}}{2,1.10^{-9}}$

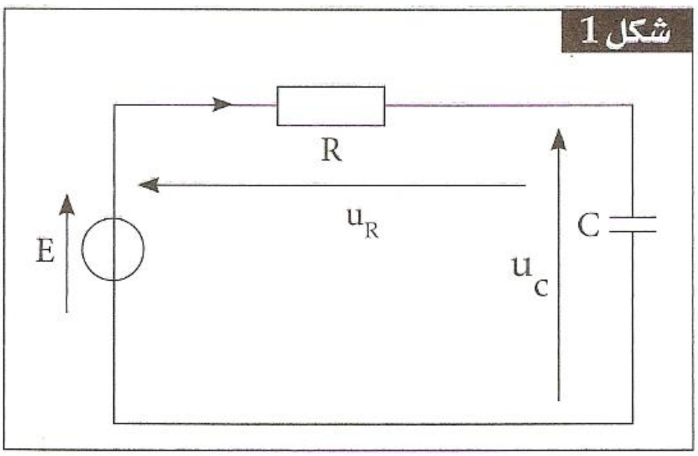
يعني : $V_P = 0,857L$

أي أن : $V_P = 857mL$

التمرين 2 : الكهرباء - استعمالات مكثف

1. الجزء I : شحن مكثف

1.1. إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$



نطبق قانون إضافية التوترات : $E = u_R + u_c$

وبتطبيق قانون أوم بالنسبة للموصل الأومي نكتب : $u_R = R.i$

بما أن : $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_c$ فإن : $i = C\frac{du_c}{dt}$ وبالتالي فإن : $u_R = RC\frac{du_c}{dt}$

نعوض u_R بعبارتها فنجد : $E = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$ هي : $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$

1.2. التحقق من أن التعبير $u_C(t) = E(1-e^{-t/\tau})$ حل المعادلة التفاضلية

نعوض : $u_C(t)$ بعبارتها في المعادلة التفاضلية فنجد :

$$\frac{d}{dt}\left[E(1-e^{-t/\tau})\right] + \frac{E}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}$$

$$\left(\frac{E}{\tau} - \frac{E}{RC}\right)e^{-t/\tau} + \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

وبالتالي فإن : $\left(\frac{E}{\tau} - \frac{E}{RC}\right)e^{-t/\tau} = 0$

إذن : $u_C(t)$ حل للمعادلة التفاضلية ، بحيث $\left(\frac{E}{\tau}-\frac{E}{RC}\right)=0$ بالنسبة للمتغير $t\geq 0$

.1.3 تحديد تعبير τ وإيجاد أبعادها :

حسب السؤال (.1.2) لدينا : $\frac{E}{RC}=\frac{E}{RC}-$ إذن : $\tau=R.C$

إيجاد بعد τ : لأجل دلك نقوم بتحديد بعد R و C :

بعد R :

لدينا : $U=R.I$ و حسب معادلة الأبعاد نكتب : $U = R . I$

أي أن : $R=\frac{U}{I}$

بعد C :

لدينا $U=\frac{q}{C}$ و $q=I.t$

إذن : $U=\frac{I.t}{C}$

ومنه : $U=\frac{I.t}{C}$ و حسب معادلة الأبعاد نكتب $C=\frac{I . t}{U}$

بعد τ هو إذن : $\tau = R . C$

أي أن : $\tau=\frac{I}{I}\times\frac{I . t}{U}=t$

ومنه فإن : $\tau = t$

وبالتالي نستنتج أن للثابتة τ بعدا زمنيا

.1.4 التعيين المبياني للثابتة τ والتحقق من أن قيمة C هي $C=100\mu F$

- مبيانيا : ثابتة الزمن τ تساوي قيمة أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى $u_c(t)$ عند اللحظة t = 0 والمقارب $u_C=E$ أو $u_C=12V$

نجد إذن : $\tau=1s$

- التحقق من قيمة السعة C :

بما أن : $\tau=RC$

فإن : $C=\frac{\tau}{R}$

يعني أن : $C=\frac{1}{10.10^3}$

أي أن : $C=10^{-4}F$ أو $C=100\mu F$

.1.5 حساب الطاقة الكهربائية التي يختزنها المكثف في النظام الدائم.

تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف : $E_e=\frac{1}{2}CU_C^2$

في النظام الدائم : $u_C=E$ حيث $E=12V$

وبالتالي فإن : $E_e=\frac{1}{2}CE^2$

ومنه : $E_e=\frac{1}{2}.10^{-4}.(12)^2$

أي أن : $E_e=7,2.10^{-3}J$

2. الجزء II : تفريغ مكثف

2.1. قيمة r مقاومة مصباح وامض آلة التصوير

بما أن : $u_C = 360e^{-t/\tau'}$ و $\ln\frac{u_C}{360} = -\frac{t}{\tau'}$

فإن : $\tau' = \frac{t}{\ln\frac{u_c}{360}}$

وبما أن : $\tau' = r.\Omega$:

فإن : $r = -\frac{t}{C\ln\frac{u_C}{360}}$

يعني أن : $r = \frac{2.10^{-3}}{10^{-4}\ln\frac{132,45}{360}}$

أي أن : $r = 20\Omega$

2.2. اختيار المقاومة الملائمة ليكون تفريغ المكثف أسرع

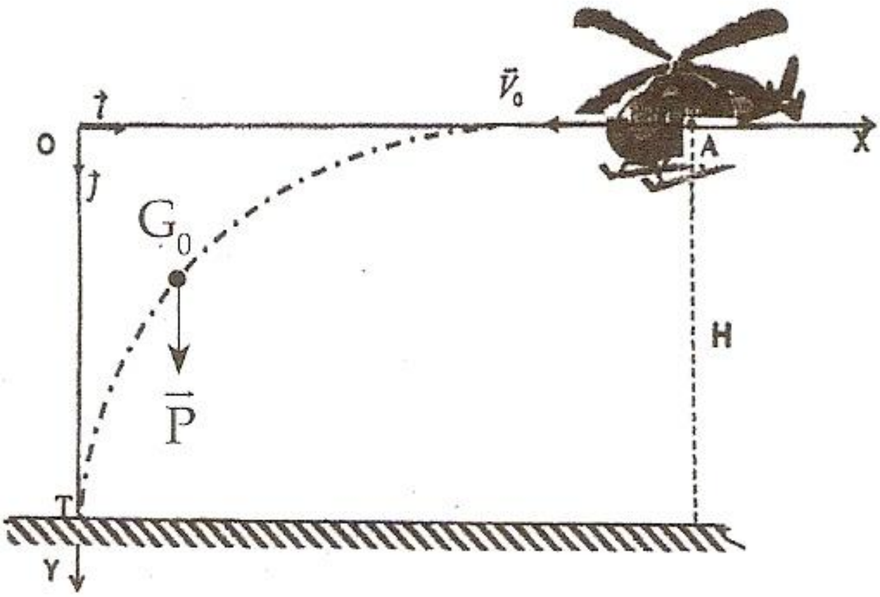
لكي يكونه تفريغ المكثف أسرع نختار قيمة أصغر لأن مدة التفريغ هي المدة اللازمة للمرور من النظام الانتقالي إلى النظام الدائم وتساوي تقريبا $5\tau'$ أي $5rC$

إذن كلما كانت قيمة r أصغر كلما كانت مدة التفريغ أسرع.

التمرين 3 : الميكانيك : دراسة سقوط جسم صلب في مجال الثقالة المنتظم

1. الجزء I : دراسة السقوط الحر

1.1. إيجاد المعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) لحركة G_0 في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j})$



المجموعة المدروسة : الصندوق

جرد القوى :

$\vec{P}$ وزن الصندوق

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\sum\vec{F}ext = m\vec{a_G}$

يعني أن : $\vec{P} = m\vec{a}_G$

يعني أن : $m\vec{g} = m\vec{a}_G$

أي أن : $\vec{a}_G = \vec{g}$

على المحور $(O,\vec{i})$:

نكتب : $a_x = g_x$

بما أن : $g_x = 0$ فإن : $a_x = 0$

بما أن : $\frac{dV_x}{dt} = a_x$ فإن : $\frac{dV_x}{dt} = 0$

بالتكامل نجد $V_x = C_1$

لدينا : $V_x = -V_0$ عند اللحظة $t = 0$

إذن : $C_1 = -V_0$

لدينا $\frac{dx}{dt} = -V_0$

بالتكامل نجد $x = -V_0 t + C_2$

لدينا $x(t=0) = x_A$ عند $t = 0$ أي : $C_2 = x_A$

إذن : المعادلة الزمنية للحركة على المحور $(O,\vec{i})$: $x(t) = -V_0 t + x_A$

أو : (m) $x(t) = -50t + 450$

على المحور $(O,\vec{j})$

نكتب : $a_y = g_y$ وبما أن $g_y = g$ فإن : $a_y = g$

لدينا : $\frac{dV_y}{dt} = a_y$

يعني أن : $\frac{dV_y}{dt} = g$ و بالتكامل نجد $V_y = gt + C_3$

لدينا $V_y(t=0) = C_3$ عند $t = 0$ مع $V_y(t=0) = C_3$

وبالتالي فإن : $C_3 = 0$

إذن: $Vy = gt$

لدينا $\frac{dy}{dt}$ أي $\frac{dy}{dt} = gt$ بالتكامل نجد $y = 1/2gt^2 + C_4$

عند $t = 0$ لدينا $y(t=0) = y_A = 0$

إذن: $C_4 = 0$

إذن المعادلة الزمنية للحركة على المحور $(O,\vec{j})$ $y = \frac{1}{2}gt^2$

$y = 5t^2$

1.2. تحديد لحظة ارتطام الصندوق بسطح الأرض.

ارتطام الصندوق بسطح الأرض يحقق : $y_T = H$

$t = \sqrt{\frac{405}{5}}$ $t = 9s$

1.3. إيجاد معادلة مسار حركة G_0 :

لإيجاد معادلة مسار حركة G_0 نقوم بإقصاء الزمن من المعادلتين الزمنيتين للحركة x(t) و y(t) :

بما أن : $x(t) = -50t + 450$

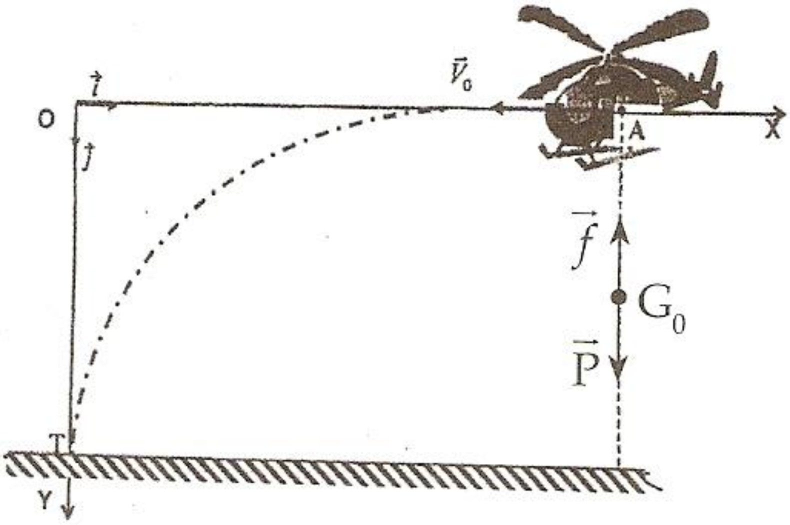
فإن : $t = \dfrac{x(t) - 450}{-50}$

بتعويض t بعبارتها في y(t) نكتب : $y = 5\left(\dfrac{x(t) - 450}{-50}\right)^2 = 5\left(\dfrac{x^2 + 202500 - 900x}{2500}\right)$

أي أن : $y = 2.10^{-3}x^2 - 1,8x + 405 \quad (m)$

2. الجزء II : دراسة السقوط باحتكاك

1.2. إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة G_1 مركز قصور المجموعة في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j})$



المجموعة المدروسة : الصندوق والمظلة

جرد القوى : $\vec{P}$ وزن المجموعة

$\vec{f}$: تأثير قوى الاحتكاك المطبقة من طرف الهواء

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب :

$$\sum \vec{F}ext = m\vec{a_G}$$

يعني أن : $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a_G}$ حيث : $\vec{a_G} = \dfrac{dv}{dt}$ و $\vec{f} = -100\vec{v}$ و $\vec{P} = m\vec{g}$

وبالتالي فإن : $m\vec{g} - 100\vec{v} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$

$$m\vec{g}.\vec{j} - 100\vec{v}\vec{j} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\vec{j}$$

يعني أن : $mg - 100v = m\dfrac{dv}{dt}$

أي أن : $1500 - 100v = 150\dfrac{dv}{dt}$

إذن المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة G_1 مركز قصور المجموعة في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j})$ هي : $\dfrac{dv}{dt} = 10 - \dfrac{2}{3}v$

2.2. تحديد السرعة الحدية $V_{\lim}$ والزمن المميز τ للسقوط :

مبيانيا نجد : السرعة الحدية هي السرعة التي تنتقل بها المجموعة في النظام الدائم $V_{\lim} = 15.m.s^{-1}$

طريقة أخرى : في النظام الدائم v = cte

إذن : $\frac{dv}{dt}=0$

الزمن المميز τ للسقوط يساوي قيمة أفصول نقطة تقاطع مماس المنحنى V = f(t)

عند اللحظة t = 0 والمقارب $v=V_{\lim}$ أو المقارب $v=15m.s^{-1}$.

مبيانيا نجد $\tau=1,5s$

2.3. إعطاء قيمة تقريبية لمدة النظام البدئي

القيمة التقريبية لمدة النظام البدئي هي 5τ أي $7,5s$

2.4. تحديد قيمتي السرعة V_4 والتسارع a_4 باعتماد طريقة أولير حسب المعادلة التفاضلية نكتب:

$$a_i=10-\frac{2}{3}v_i \quad \text{أو} \quad \frac{dv_i}{dt}=10-\frac{2}{3}v_i$$

عند اللحظة t_i التسارع هو : $a_i=\frac{v_{i+1}-v_i}{\Delta t}$

Δt تسمى خطوة الحل .

انطلاقا من الجدول $\Delta t=0,1s$

ومنه فإن : العلاقة السابقة تصبح : $v_{i+1}=v_i+a_i\Delta t$

لدينا : $v_4=v_3+a_3\Delta t$ عند اللحظة $t_3=0,3s$

من الجدول لدينا : $v_3=2,80m.s^{-1}$ و $a_3=8,12m.s^{-2}$

وبالتالي فإن : $v_3=2,80+8,12\times 0,1$ ومنه نجد : $v_4\approx 3,61ms^{-1}$

حسب المعادلة التفاضلية لدينا : $a_4=10-\frac{2}{3}v_4$

أي أن : $a_4=10-\frac{2}{3}.3,61$

وبالتالي فإن : $v_4\approx 7,59ms^{-2}$