

Exercice n°1 : (3.5pts)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{3u_n + 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
- 2. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = \frac{u_n + 2}{1 + u_n}$
- 0.25 2.a. Calculer v_0
- 1 2.b. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} = \frac{1 + 2u_n}{1 + u_n}$ et en déduire que $v_{n+1} \leq v_n$
- 0.5 2.c. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n \leq 3n$
- 0.5 3.a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n \leq \frac{v_n + 2}{v_n + 1}$
- 0.25 3.b. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n \leq \frac{3n + 2}{3n + 1}$
- 0.5 4. Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

Exercice n°2 : (3pts)

On considère dans $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ les solutions z_1 et z_2 de $z^2 - 2z + 1 = 0$

- 1 1.a. Résoudre dans $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ l'équation (Les solutions z_1 et z_2 sont telles que $\text{Im}(z_1) > 0$ et $\text{Im}(z_2) < 0$)
- 0.5 1.b. Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.
- 0.5 1.c. Montrer que : $z_1^4 + z_2^4 = 1 + 8i$
- 2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A(1 + i)$ et $B(1 - i)$
- 0.5 2.a. Donner $\frac{1 - i}{1 + i}$ sous forme algébrique.
- 0.5 2.b. En déduire que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O

Exercice n°3 : (3pts) (N.B : Tous les résultats doivent être donnés sous forme de fraction)

Un sac contient 12 boules indiscernables au toucher : 4 rouges, 6 blanches et 2 vertes. On tire simultanément trois boules du sac.

On considère les deux événements suivants :

A : « Les trois boules tirées sont de la même couleur »

B : « R c t o k " n g u " v t q k u " d q w n g u " v k t ^ 2 g u " k n " { ø c " g z c e v g o

- 0.75 1. Montrer que $P(A) = \frac{6}{55}$
- 0.75 2. Calculer $P(B)$
- 3. On définit la variable aléatoire X en procédant au jeu suivant :
 - Si les trois boules tirées sont de même couleur, on gagne 3 points.
 - Si les trois boules tirées sont de couleurs deux à deux différentes, on perd 3 points.
 - U k " r c t o k " n g u " v t q k u " d q w n g u " v k t ^ 2 g u " f g w z " u q p v " f g on gagne 0 point.

1 3.a. Copier et compléter le tableau ci-contre:
 0.5 5 0 d 0 " F q p p g t " n ø g u r ² t c p e g
 de la variable aléatoire

	3	0	-3

Exercice n°4 :(2pts)

N ø g u r c e g " g u v " t c f l o r i q t k l ? " « " w p " t g r ³ t g " "
 Soient la droite passant par le point et dont un vecteur directeur est
 et la droite dont une représentation paramétrique est :

- 0.5 1. Montrer que le point appartient à
- 1.5 2. Donner une équation cartésienne du plan défini par et

Exercice n°5 :(8.5 pts)

Soit la fonction numérique de la variable réelle "définie sur par
 et soit sa courbe représentative dans un repère orthonormé

- 1 1.a. Calculer et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1 1.b. Calculer
- 1 1.c. Calculer et donner une interprétation géométrique du résultat.

On pourra remarquer que :

- 1 2.a. Montrer que : pour tout de
- 1.5 2.b. Etudier le signe de et dresser le tableau de variations de
- 1 5 0 " F ² v g t o k p g t " n ø c d u e k u u g g " v f " w " g r " q n k e p " v f " t f ø k k v p g v " g f t ø u ² g s e w c k v q
- 4. Dans la figure ci-dessous est la courbe représentative de
- 0.5 4.a. Vérifier que pour tout de :
- 1.5 6 0 d 0 " F ² v g t o k p g t " n ø c . k t g " f g " n c " r c t v k g " j c e j w t ² g

