## Exercice 1

Montrer que chacune des propositions suivantes est fausse en justifiant par un contre-exemple

$i)\ \left(\forall(a,b)\in\mathbb{R}^2\right)\quad (a+b)^2=a^2+b^2$

$ii)\quad \left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right)\quad |x+y|=|x|+|y|$

$iii)\ (\forall\alpha\in\mathbb{R})\quad \dfrac{\cos 2\alpha}{2}=\cos\alpha$

## Exercice 2

Déterminer la négation des propositions suivantes et donner leurs valeurs de vérité

$p$ " $(\exists x\in\mathbb{Z})(\exists y\in\mathbb{Z})\quad 2x-3y=\sqrt{2}$ "

$q$ " $(\forall y\in\mathbb{R})(\exists x\in\mathbb{R})\quad x^2+xy+y^2=0$ "

$r$ " $(\forall x\in[0,2])\left(\exists y\in\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right]\right)\quad xy-x+2y-1=0$ "

## Exercice 3

Dans chacun des cas suivant , déterminer la proposition vraie parmi les deux propositions $P\ ;\ Q$

1) $P$ " $(\forall x\in\mathbb{N})(\exists y\in\mathbb{N})\quad y=2x+1$ "

$Q$ " $(\forall x\in\mathbb{N})(\exists y\in\mathbb{N})\quad x=2y+1$ "

2) $P$ " $(\forall x\in\mathbb{Z})(\exists y\in\mathbb{Z})\quad x-y=3$ "

$Q$ " $(\forall x\in\mathbb{Z})(\exists y\in\mathbb{Z})\quad x-y=3$ "

3) $P$ " $(\exists x\in\mathbb{Q})(\exists y\in\mathbb{Q})\quad y=\sqrt{x}$ "

$Q$ " $(\exists x\in\mathbb{Q})\quad x^2=3$ "

## Exercice 4

1) soient $a\ et\ b$ deux réels .

Montrer que :

$$\big((\forall x\in\mathbb{R})\ \ ax+b=0\big)\Rightarrow\big(a=0\ \ et\ \ b=0\big)$$

2) soient $a\ et\ b$ deux réels non nuls .

Montrer que : $\ (2x+4y=1)\Rightarrow \dfrac{1}{x^2+y^2}\le 20$

3) soient $a,b\,et\,c$ trois réels , $c>0$

Montrer l'implication :

$$\big(|a+b|\le c\ \ et\ \ |a-b|\le c\big)\Rightarrow\ |ab|\le\frac{c^2}{2}$$

## Exercice 5

En utilisant un raisonnement par contraposée montrer que :

$\left(\forall(a,b)\in\mathbb{R}^2\right):(a\neq-1\ et\ b\neq-1)\Rightarrow ab+a+b\neq-1$

$\left(\forall(x,y)\in\left]2,+\infty\right[^2\right):(x\neq y)\Rightarrow\left(x^2+4x\neq y^2+4y\right)$

$\left[(\forall x\in\mathbb{R}):a<x\Rightarrow b\le x\right]\Rightarrow(a\ge b)$

## Exercice 6

1) soient $a$ , $b\ et\ c$ des entiers relatifs .

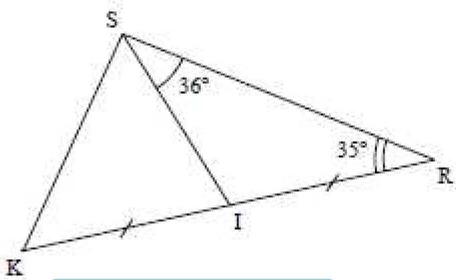
on considère l'équation $(E)\quad ax^2+bx+c=0$

Montrer que si $c$ est impair alors l'équation $(E)$ n'admet pas de solution pair

2) montrer que le système $\begin{cases}4x-2y<0\\ y-2x\le-3\end{cases}$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}^2$

3)

Le point K est le symétrique du point R par rapport au point I.
Le triangle KSR est-il rectangle en S ?




## Exercice 7

Soient $x$ , $y\ et\ z$ des réels strictement positifs tels que $x+y+z=1$ montrer que :

$$\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\le\sqrt{3}$$

## Exercice 8

Soient $a$ , $b\ et\ c$ les mesures des cotés d'un triangle $ABC$ montrer que :

1) $\left(a^3+b^3+c^3=3abc\right)\Leftrightarrow\left(ABC\ équilateral\right)$

2) $\dfrac{3}{2}\le\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}<2$

proposée par : HIBA OUSSI