

Autre exercices

Exercice 1 : P, Q des propositions ; Ecrire la négation des propositions suivantes :

1. Toutes les voitures rapides sont rouges ;
2. Tout triangle rectangle possède un angle droit
3. Dans toutes les prisons tous les détenus détestent tous les gardiens
4. Pour tout entier x il existe un entier y tel que pour tout entier z la relation $z < y$ implique la relation $z < x + 1$.
5. il existe un mouton écossais dont au moins un côté est noir
6. a) (P et Q) b) (non P et non Q) c) (P \Rightarrow Q)

Exercice 2 : Supposons que les chiens aboient et que la caravane passe. Traduisez les propositions suivantes En langage propositionnel. On note p : les chiens aboient et q : la caravane passe.

- a) Si la caravane passe, alors les chiens aboient.
- b) Les chiens n'aboient pas.
- c) La caravane ne passe pas ou les chiens aboient.
- d) Les chiens n'aboient pas et la caravane ne passe pas.

Exercice 3 : Démontrer les énoncés suivants par récurrence :

- 1) $\forall n \in \mathbb{N} \quad n^3 - n$ est divisible par 6
- 2) $\forall n \in \mathbb{N} \quad n^5 - n$ est divisible par 30
- 3) $\forall n \in \mathbb{N} \quad n^7 - n$ est divisible par 42

Exercice 4 : Déterminer les valeurs de vérité des propositions suivantes :

1. (3 est un nombre impair) \Rightarrow (6 est un nombre premier)
2. ($\sqrt{2}$ est un nombre irrationnelle) \Rightarrow [($\forall x \in \mathbb{R}$) (1 + 2x < x²)]
3. (5 est positif) \Rightarrow (3 divise 18)

Exercice 5 :

- 1) Donner une condition nécessaire et pas suffisante pour :
 - a) $x \in [1,2]$
 - b) n divise 6
- 2) Donner une condition suffisante et pas nécessaire pour :
 - a) $x \in [1,2]$
 - b) n divise 6.

Exercice 6 : Etudier la vérité des propositions suivantes :

1. $\forall x \in \mathbb{R} : 2x^2 + x + 3 > 0$
2. $\forall (a;b) \in \mathbb{Q}^{*2} : a\sqrt{2} + b \neq 0$
3. $\forall n \in \mathbb{N}^* : \frac{n+1}{n} \notin \mathbb{N}$

Exercice 7 : écrire la négation des propositions suivantes
Q; ($\exists x \in \mathbb{R}$): $x < 2 \Rightarrow x^2 \geq 2019$

P; ($\forall x \in \mathbb{R}$): $x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$

Exercice 8 : Écrire à l'aide des Quantificateurs la phrase suivante :

- 1) « Pour tout nombre réel, son carré est positif ».
- 2) « Pour chaque réel, je peux trouver un entier relatif tel que leur produit soit strictement plus grand que 1 ».
- 3) « Pour tout entier n, il existe un unique réel x tel que $x > n$ ».

Exercice 9 : Ecrire avec des Quantificateurs les propositions suivantes puis dans chaque cas dire si la proposition est vraie ou fausse.

- 1) Tout entier naturel est pair ou impair.
- 2) Tout entier naturel est pair ou tout entier naturel est impair.
- 3) Il y a un entier plus grand que tous les entiers.

Exercice 10 : Ecrire avec des Quantificateurs les propositions suivantes :

- 1) f est constante sur \mathbb{R} (où f est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}).
- 2) f n'est pas constante sur \mathbb{R}

Exercice 11 : En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que :

$$\text{si } x \in]1; +\infty[\text{ et } y \in]1; +\infty[\\ x \neq y \Rightarrow x^2 - 3x \neq y^2 - 3y$$

Exercice 12 : Etudier la vérité des propositions suivantes :

1. $\exists x \in \mathbb{R} : |x^2 - x| + 3x = 0$
2. $\exists x > 0 : x^2 + 3x = 0$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

