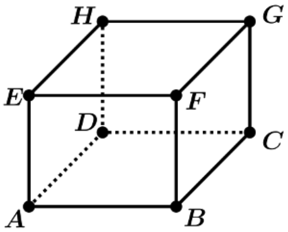
Géométrie dans l'espace Vecteur et repere : Exercices

Placer un point dans un repère de l'espace

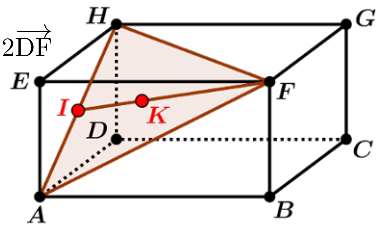
ABCDEFGH est un cube d'arête 1. Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$,
on considère les points $M\left(1;1;\frac{3}{4}\right)$, $N\left(0;\frac{1}{2};1\right)$, $P\left(1;0;-\frac{5}{4}\right)$.
Placer M, N et P sur la figure.



Déterminer les coordonnées d'un point dans un repère de l'espace

ABCDEFGH est un pavé droit. I est le milieu de [AH].
K est le centre de gravité du triangle (AHF).
On considère les points M et N définis par : $\overrightarrow{FM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{DF}$

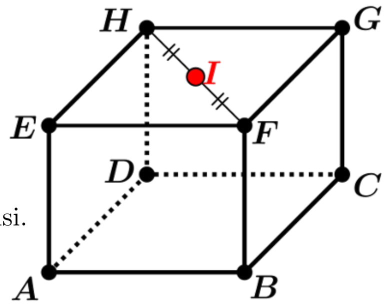
1) On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$.
   Déterminer les coordonnées de tous les points de cet exercice.
2) Refaire la question 1) en se plaçant dans le repère $(B; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BD}; \overrightarrow{BG})$.



Points alignés dans l'espace

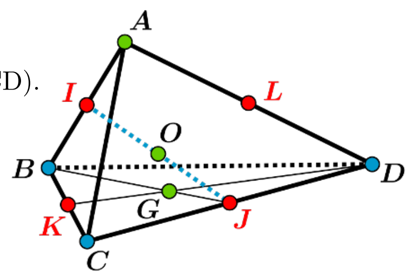
ABCDEFGH est un cube. I est le milieu de [HF].
Le point M vérifie : $2\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{MA}$.

1) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AI}$.
   Placer le point M sur la figure.
2) Démontrer que E, M et C sont alignés sans utiliser de repère.
3) Démontrer que E, M et C sont alignés en utilisant un repère bien choisi.



ABCD est un tétraèdre.
I, J, K, L sont les milieux respectifs de [AB], [CD], [BC], [AD].
O est le milieu de [IJ]. G est le centre de gravité du triangle (BCD).

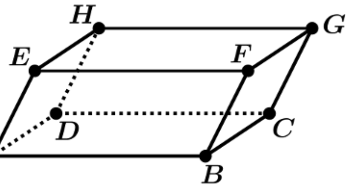
1) Démontrer que IKJL est un parallélogramme.
2) Démontrer que les points G, O et A sont alignés.



Droites parallèles dans l'espace

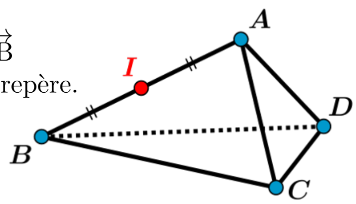
ABCDEFGH est un parallélépipède. I est le symétrique de D par rapport à E

1) Démontrer que les droites (IF) et (CE) sont parallèles sans utiliser de repère.
2) Refaire la question 1) en utilisant un repère bien choisi.



ABCD est un tétraèdre. I est le milieu de [AB].
E est le symétrique de D par rapport à C. F est le point tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DB}$

1) Démontrer que les droites (IC) et (EF) sont parallèles sans utiliser de repère.
2) Refaire la question 1) en utilisant un repère judicieusement choisi.



L'espace est muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) On considère les points A(1 ;-1 ;2), B(3 ;3 ;8) et C(-3 ;5 ;4). A, B et C sont-ils alignés ?

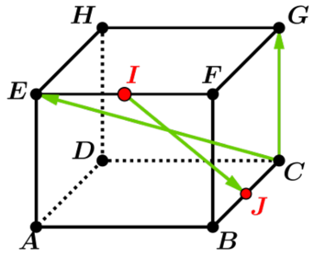
2) On considère le point D(a,b,9).
Existe-t-il des nombres a et b tels que les droites (AC) et (BD) soient parallèles ?

Vecteurs coplanaires

ABCDEFGH est un cube. I et J sont les milieux respectifs de [EF] et [BC].

1) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CG}$ sont coplanaires à l'aide d'une décomposition.

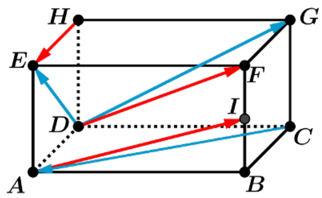
2) Refaire la question 1) à l'aide d'un repère judicieusement choisi.



ABCDEFGH est un pavé droit. I est le milieu de [BF].

1) les vecteurs $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DG}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.

2) les vecteurs $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{HE}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.



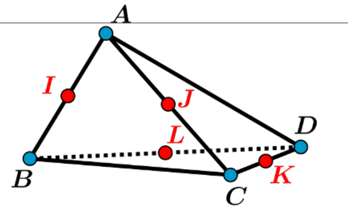
Points coplanaires

Dans un repère de l'espace, on considère les points $A(1;2;7)$, $B(-3;-2;3)$, $C(0;5;22)$, $D(4;0;-10)$.
Ces quatre points sont-ils coplanaires ? Justifier.

ABCD est un tétraèdre.
I, J, K, L sont les milieux respectifs de [AB], [AC], [CD], [BD].

1) Les points I, J, K, L sont-ils coplanaires ?
Justifier sans utiliser de repère.

2) Refaire la question 1) à l'aide d'un repère bien choisi.



ABCD est un tétraèdre. I et K sont les milieux respectifs de [AB] et [CD].
On considère les points J et L définis par : $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.
Les points I, J, K et L sont-ils coplanaires ? Justifier.
