EXERCICE (1)

Déterminer en extension les ensembles ci-dessous :

1) $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \,/\, \frac{2|x|-1}{3} \leq 1 \right\}$ 2) $E = \left\{ \frac{x}{x+1} > 1 \,/\, x \in \mathbb{R} \right\}$

3) $C = \left\{ x \in \mathbb{Z} \,/\, \frac{x+6}{x+3} \in \mathbb{Z} \right\}$ 6) $F = \left\{ (x,y) \in \mathbb{Z}^2 \,/\, x^2 - y^2 = 4 \right\}$

4) $D = \left\{ x \in \left]-\pi, \pi\right[\,/\, x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3} \;;\; k \in \mathbb{Z} \right\}$

5) $E = \left\{ (x,y) \in \mathbb{Z}^2 \,/\, xy - 7x - 5y + 9 = 0 \right\}$

7) $G = \left\{ (-1)^n - (-1)^m \,/\, n \in \mathbb{N} \,,\, m \in \mathbb{N} \right\}$

EXERCICE (2)

On pose $A = \left\{ \frac{3x+2}{2x+2} \,/\, x \in \mathbb{R} \right\}$ Et $B = \left\{ \frac{3x+4}{2x+2} \,/\, x \in \mathbb{R} \right\}$ montrer que $A = B$	On pose $A = \left\{ \frac{x}{x+1} \,/\, x \in \mathbb{R}^+ \right\}$ Montrer que $A = \left[0,1\right[$
On pose $A = \left\{ 6k'+1 \,/\, k' \in \mathbb{Z} \right\}$ Et $B = \left\{ 3k-2 \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$ Montrer que $A \subseteq B$	On pose $F = \left\{ \pi + \frac{2k\pi}{3} \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$ Et $E = \left\{ (2k'+1)\pi \,/\, k' \in \mathbb{Z} \right\}$ Montrer que $E \subseteq F$ a-t-on $F \subseteq E$

EXERCICE (3)

On considère les ensembles $E = \left\{ \frac{3k+4}{12} \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$ et $F = \left\{ \frac{6k+1}{12} \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$

a) vérifiez que $\frac{1}{3} \in E$ et $\frac{1}{3} \notin F$

b) montrer que $F \subseteq E$ a-t-on $E = F$?

EXERCICE (4)

On pose $E = \left\{ a + b\sqrt{2} \,/\, (a,b) \in \mathbb{Z}^2 \right\}$

1) montrer que $E \neq \varnothing$

2) soit u un élément de E montrer que $u^2 \in E$

3) montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N})\;\; u^n \in E$

EXERCICE (5)

Soient a et b deux réels de $\mathbb{R}$. on pose $E = \left\{ n \in \mathbb{Z} \,/\, E(na) = E(nb) \right\}$

1) supposons que $a < b$ et on pose $\alpha = \frac{1}{b-a}$ montrer que $E \subseteq \left]-\alpha, \alpha\right[$

2) en déduire que si $E = \mathbb{Z}$ alors $a = b$

EXERCICE (6)

On considère les ensembles :

$A = \{1,4\}$; $B = \{1,2,a,b\}$ et $E = \{1,2,3,4,a,b,c\}$

1) déterminer X de $P(E)$ tel que $A \cap X = A$

2) déterminer Y de $P(E)$ tel que $A \cup Y = A$

EXERCICE (7)

on pose $A = \left\{ x = \sqrt{n^2+1} - n \,/\, n \in \mathbb{N} \right\}$

1) montrer que $A \subset \left]0,1\right]$

2) résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $\sqrt{n^2+1} - n = \frac{1}{2}$ a-t-on $A = \left]0,1\right]$?

EXERCICE (8)

E un ensemble non vide, A ; B et C trois parties de E montrer que :

- ☞ $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$
- ☝ $(A \cap B = A) \Leftrightarrow (A \subset B)$
- ☝ $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$
- ☞ $(A \cup B = B) \Leftrightarrow (A \subset B)$
- ☞ $(A \cup B = B \cap C) \Leftrightarrow (A \subset B \subset C)$
- ☝ $(A \cap \overline{B} = \varnothing) \Leftrightarrow (A \subset B)$