Exercice 1

Déterminer en extension les ensembles suivants :

$$A=\left\{-3t+7\ /\ t\in\left[-1,2\right]\right\}$$

$$B=\left\{\ x^2-4x+1\ /\ \ x\in\left[0,4\right]\ \right\}$$

$$D=\left\{\frac{2x+3}{x+2}\ /\ \ x\in\left]-2,5\right]\right\}$$

Exercice 2

On considère les ensembles

$$A=\left\{\frac{2k+1}{4}/\ k\in\mathbb{Z}\ \right\}$$

$$\text{et } B=\left\{\ \frac{5k'+4}{3}/\ k'\in\mathbb{Z}\right\}$$

Montrer que $A\cap B=\varnothing$ et $B\cap\mathbb{N}\neq\varnothing$

Exercice 3

On pose : $A=\left\{2k+1/\ k\in\mathbb{Z}\ \right\}$

Et $B=\left\{\frac{2k'-3}{5}/\ k'\in\mathbb{Z}\ \right\}$

1) montrer que $A\subset B$ et $A\neq B$
2) Déterminer $\overline{A}$ le complémentaire de A dans $\mathbb{Z}$

Exercice 4

On considère les ensembles

$A=\left\{2p+1/\ p\in\mathbb{Z}\ \right\}$ et $B=\left\{3q+2/\ q\in\mathbb{Z}\ \right\}$

déterminer $A\cap B$

Exercice 5

On pose $A=\left\{\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{3}\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

$$B=\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{6}/k\in\mathbb{Z}\right\}$$

et $C=\left\{\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{6}/\ k\in\mathbb{Z}\right\}$

Montrer que $A\subseteq B$ et $B\cap C=\varnothing$

Exercice 6

On considère l'ensemble

$E=\left\{x\in\mathbb{Z}/\ x^2\leq 25\ \right\}$ et on pose

$F=E\cap\left[-3,5\right]$ et $G=E\cap\left[-2,4\right]$

1) déterminer en extension

F , E ، G ، $\overline{G}$ و $\overline{F}$

2) déterminer en extension

$$H=\left\{\left(x,y\right)\in G^2\ /\ y=x+3\ \right\}$$

Exercice 7

On considère les deux ensembles :

$$E=\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2\ /\ x^2-2y^2+xy+x+2y=0\right\}$$

et $F=\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2/\ x+2y=0\right\}$

1) Montrer que $E\neq\varnothing$ et $F\neq\varnothing$
2) Montrer que $F\subset E$
3) déterminer y pour que $\left(1,y\right)\in E$

   a-t-on $E=F$?
4) Déterminer G tel que $E=F\cup G$

Exercice 8

On pose $A=\left\{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{1}{xy}/\ (x,y)\in\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*\right\}$

1) montrer que $0\notin A$ et $\frac{1}{2}\in A$
2) montrer que $A\subset\left]0,1\right]$
3) a-t-on $A=\left]0,1\right]$?

Exercice 9

On considère les ensembles

$$A=\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2\ /\ x^2+y^2=1\ \right\}$$

$$B=\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2/\ y=\sqrt{1-x^2}\ \right\}$$

et $D=\left\{\left(x,y\right)\in\mathbb{R}^2\ /\ x^3+y^3=1\right\}$

puis on pose $I=\left[-1,1\right]$

1) Montrer que $A\neq\varnothing$ et $B\neq\varnothing$
2) Montrer que $B\subset A$ et déterminer $\overline{B}$ le complémentaire de B dans A
3) Montrer que $A\cap D=\left\{\left(1,0\right);\left(0,1\right)\right\}$
4) a) Montrer que $A\subset I\times I$

   b) est-ce qu'on a $A=I\times I$?

exercice 10

1) montrer que pour tout $\left(a,b\right)$ de $\left]0,1\right[^2$ et $\left(x,y\right)$ de $\mathbb{Z}^2$ on a :

$$\left(x+a=y+b\right)\Rightarrow\left(x=y\ \text{ et }\ a=b\right)$$

2) déterminer en extension

$$\left\{\left(x,y,z\right)\in\left]0\frac{\pi}{2}\right[\times\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}/\left\{\begin{array}{l}\cos x-2y=z+\sin x\\ \left|z\right|<2\end{array}\right.\right\}$$