LES ENSEMBLES

Exercice 1

On pose $E = \left\{ \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} \ / \ k \in \mathbb{Z} \right\}$

et $F = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k'\pi}{2} \ / \ k' \in \mathbb{Z} \right\}$

1) Est-ce que $\frac{2\pi}{3} \in E$? $\frac{2\pi}{3} \in F$

2) montrer que $E \cap F = \varnothing$

Exercice2

On considère les ensembles

$A = \left\{ 3p + 2 \ / \ p \in \mathbb{Z} \right\}$

et $B = \left\{ 2q + 3 \ / \ q \in \mathbb{Z} \right\}$

1) montrer que $11 \in A \cap B$

2) déterminer en compréhension $A \cap B$

Exercice3

Déterminer en extension les ensembles Suivants

$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \ / \ 1 < \frac{x-2}{2x+1} \leq 3 \right\}$

$B = \left\{ x \in \left]-\pi, \pi\right[\ / \ 4\cos^2(2x) = 1 \right\}$

$C = \left\{ n \in \mathbb{N} \ / \ \frac{n+5}{3} \in \mathbb{N} \right\}$

$D = \left\{ p \in \mathbb{N} \ / \ \frac{p^2 + 3p + 7}{p+2} \in \mathbb{N} \right\}$

Exercice4

On pose $E = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{6} \ / \ k \in \mathbb{Z} \right\}$

et $F = \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k'\pi}{3} \ / \ k' \in \mathbb{Z} \right\}$

1) Vérifier que $\frac{\pi}{12} \in E$

2) Est-ce que $\frac{\pi}{4} \in F$?

3) a) montrer que $F \subset E$

b) est-ce que $F = E$?

Exercice5

On considère les ensembles

$A = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi \ / k \in \mathbb{Z} \right\}$ $B = \left\{ -\frac{\pi}{3} + 2k'\pi \ / \ k' \in \mathbb{Z} \right\}$

$C = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2K\pi \ / \ K \in \mathbb{Z} \right\}$

1) montrer que $A \cap B = \varnothing$

2) montrer que $B \subset C$

3) montrer que $A \cup B = C$

Exercice6

Soient α et β deux réels de $\mathbb{R}^{*+}$

On pose $E_\alpha = \left\{ x \in \mathbb{R} / \left| x - 2 \right| < \alpha \right\}$

et $E_\beta = \left\{ x \in \mathbb{R} / \left| x - 2 \right| < \beta \right\}$

1) montrer que $E_\alpha \neq \varnothing$ et $E_\beta \neq \varnothing$

2) on suppose que $\alpha < \beta$

a) montrer que $E_\alpha \subset E_\beta$

b) Déterminer $E_\beta - E_\alpha$

Exrcice7

Soit l'ensemble

$E = \left\{ (m,n) \in \mathbb{N}^2 \ / \ 3 \mid mn + m + n \right\}$

1) montrer que $(7,4) \in E$ et $(8,5) \notin E$

2) on pose $A = \left\{ (3k+1, 3k'+1) / \ (k,k') \in \mathbb{N}^2 \right\}$

montrer que $A \subset E$

3) on pose $B = \left\{ (3k, 3k+2) / \ k \in \mathbb{N} \right\}$

Montrer que $B \cap E = \varnothing$

Exercice8

Soient a et b deux réels tels que $a < b$

On pose $x_0 = \frac{a+b}{2}$ et $r = \frac{b-a}{2}$

On considère les ensembles

$I = \left\{ (1-k)a + kb \ / \ k \in \left]0,1\right[\right\}$

et $J = \left\{ x \in \mathbb{R} \ / \ \left| x - x_0 \right| < r \right\}$

1) montrer que $x_0 \in I$ et $J \neq \varnothing$

2) a) montrer que $I \subset \left]a,b\right[$

b) montrer que $I = \left]a,b\right[$

3) montrer que $I = J$