

**EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.**

On considère le nombre :

$$B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$$

Écrire B sous la forme d'un nombre entier.

**EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.**

Calculer :  $A = \sqrt{1\,053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$

On donnera le résultat sous la forme  $a\sqrt{13}$  où a est un nombre entier.

**EXERCICE 3 - CAEN 2000.**

Écrire le nombre  $\sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$  sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec a et b entiers.

**EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.**

On donne l'expression algébrique :

$$D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$$

1. Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée puis réduite :

$$D = 14x^2 - 9x - 18$$

2. Calculer les valeurs de D pour  $x = \frac{3}{2}$  puis pour  $x = \sqrt{2}$ .

Écrire le second résultat sous la forme  $a + b\sqrt{2}$  avec a et b entiers.

**EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.**

Soit le nombre :  $C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

a. Mettre C sous la forme  $a\sqrt{b}$  où a et b sont des nombres entiers.

b. Montrer, en indiquant les étapes du calcul, que  $C^2$  est un nombre entier.

**EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.**

Soit le nombre :

$$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)$$

Écrire le nombre C sous la forme  $a + b\sqrt{6}$  où a et b sont des nombres entiers relatifs.

**EXERCICE 7 - NANTES 2000.**

On considère le nombre A suivant :

$$A = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$$

Démontrer que  $A = 0$

**Exercice 8 - Orléans Tours 2000.**

I. On donne l'expression suivante :

$$K(x) = (5x - 3)^2 + 6(5x - 3)$$

1. Développer et réduire K(x).

2. Calculer  $K(\sqrt{2})$ .

II. On pose :  $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$

Écrire le nombre N sous la forme  $p\sqrt{q}$ , avec p entier relatif et q entier le plus petit possible.

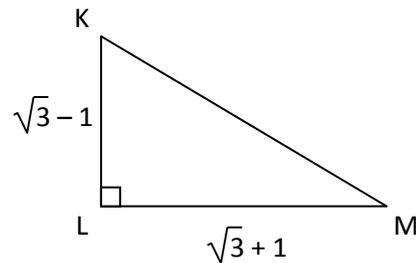
**EXERCICE 9 - PARIS 2000.**

1.  $D = \sqrt{3} - 1$  et  $E = \sqrt{3} + 1$

a. Développer  $D^2$  et  $E^2$  et donner les résultats sous la forme  $a = \sqrt{b}$  où a et b sont des nombres entiers.

b. Démontrer que  $D \times E$  est un nombre entier.

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Calculer la valeur exacte de la longueur KM.

b. Calculer l'aire du triangle KLM.

**EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.**

Soit le nombre :

$$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$$

Écrire A sous la forme  $a\sqrt{b}$  où a et b sont des entiers relatifs, b le plus petit possible.

**EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.**

Soit le nombre :

$$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$$

Écrire B sous la forme  $a\sqrt{b}$  où a est un entier relatif et où b est un entier naturel le plus petit possible.

**EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.**

Soit le nombre :

$$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

Écrire B sous la forme  $a\sqrt{b}$  où a et b sont des entiers, b le plus petit possible.

**EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.**

1. Calculer :

$$B = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$$

2. Calculer :

$$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$$

On donnera le résultat sous la forme  $a\sqrt{b}$ , avec b entier positif le plus petit possible.

CORRIGE – M. QUET

EXERCICE 1 - MARSEILLE 2000.

$$B = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$$

$$B = (5\sqrt{2})^2 - 7^2$$

$$B = 25 \times 2 - 49$$

$$B = 1$$

EXERCICE 2 - BORDEAUX 2000.

$$A = \sqrt{1\,053} - 3\sqrt{325} + 2\sqrt{52}$$

$$A = \sqrt{81 \times 13} - 3\sqrt{25 \times 13} + 2\sqrt{4 \times 13}$$

$$A = \sqrt{9^2 \times 13} - 3\sqrt{5^2 \times 13} + 2\sqrt{2^2 \times 13}$$

$$A = 9\sqrt{13} - 3 \times 5\sqrt{13} + 2 \times 2\sqrt{13}$$

$$A = (9 - 15 + 4)\sqrt{13}$$

$$A = -2\sqrt{13}$$

EXERCICE 3 - CAEN 2000.

$$C = \sqrt{180} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{125}$$

$$C = \sqrt{36 \times 5} + 3\sqrt{16 \times 5} - 2\sqrt{25 \times 5}$$

$$C = \sqrt{6^2 \times 5} + 3\sqrt{4^2 \times 5} - 2\sqrt{5^2 \times 5}$$

$$C = 6\sqrt{5} + 3 \times 4\sqrt{5} - 2 \times 5\sqrt{5}$$

$$C = (6 + 12 - 10)\sqrt{5}$$

$$C = 8\sqrt{5}$$

EXERCICE 4 - CLERMONT-FERRAND 2000.

1.  $D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$

$$D = 18x^2 - 27x + 6x - 9 - (4x^2 - 12x + 9)$$

$$D = 18x^2 - 21x - 9 - 4x^2 + 12x - 9$$

$$D = 14x^2 - 9x - 18$$

2. Pour  $x = \frac{3}{2}$ :  $D = 14 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 9 \times \frac{3}{2} - 18$

$$D = 14 \times \frac{9}{4} - \frac{27}{2} - 18$$

$$D = \frac{63}{2} - \frac{27}{2} - \frac{36}{2}$$

$$D = 0$$

Pour  $x = \sqrt{2}$ :  $D = 14 \times (\sqrt{2})^2 - 9 \times \sqrt{2} - 18$

$$D = 14 \times 2 - 9\sqrt{2} - 18$$

$$D = 10 - 9\sqrt{2}$$

EXERCICE 5 - GRENOBLE 2000.

a.  $C = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$

$$C = \sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{25 \times 3}$$

$$C = \sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{5^2 \times 3}$$

$$C = 3\sqrt{3} - 3 \times 5\sqrt{3}$$

$$C = (3 - 15)\sqrt{3}$$

$$C = -12\sqrt{3}$$

b.  $C^2 = (-12\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} = 144 \times 3 = 432$

EXERCICE 6 - LIMOGES 2000.

$$C = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 2)$$

$$C = 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} + 3\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2$$

$$C = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{2} + 2$$

$$C = 4 + 3\sqrt{6}$$

EXERCICE 7 - NANTES 2000.

$$A = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$$

$$A = \sqrt{4 \times 5} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{25 \times 5}$$

$$A = \sqrt{2^2 \times 5} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{5^2 \times 5}$$

$$A = 2\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 2 \times 5\sqrt{5}$$

$$A = (2 - 12 + 10)\sqrt{5}$$

$$A = 0$$

Exercice 8 - Orléans Tours 2000.

I.

1.  $K(x) = (5x - 3)^2 + 6(5x - 3)$

$$K(x) = 25x^2 - 30x + 9 + 30x - 18$$

$$K(x) = 25x^2 - 9$$

2.  $K(\sqrt{2}) = 25 \times (\sqrt{2})^2 - 9 = 25 \times 2 - 9 = 41$

II.

$$N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$$

$$N = \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{9 \times 5} - 7\sqrt{5}$$

$$N = \sqrt{2^2 \times 5} - \sqrt{3^2 \times 5} - 7\sqrt{5}$$

$$N = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5}$$

$$N = (2 - 3 - 7)\sqrt{5}$$

$$N = -8\sqrt{5}$$

**EXERCICE 9 - PARIS 2000.**

1.  $D = \sqrt{3} - 1$  et  $E = \sqrt{3} + 1$

a.  $D^2 = (\sqrt{3} - 1)^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1^2$   
 $= 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$

$E^2 = (\sqrt{3} + 1)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1^2$   
 $= 3 + 2\sqrt{3} + 1 = 4 + 2\sqrt{3}$

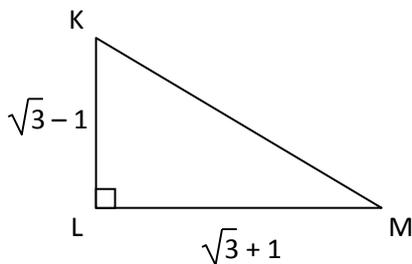
b.  $D \times E = (4 - 2\sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3})$

$D \times E = 4^2 - (2\sqrt{3})^2$

$D \times E = 16 - 4 \times 3$

$D \times E = 4$

2. KLM est un triangle rectangle en L.



a. Le triangle KLM est rectangle en L.

D'après le **théorème de Pythagore** :

$KM^2 = KL^2 + LM^2$

$KM^2 = (\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2$

$KM^2 = 4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3}$

$KM^2 = 8$

$KM = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$

b. Aire du triangle KLM :

$\frac{KL \times LM}{2} = \frac{(4 - 2\sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3})}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}^2$

**EXERCICE 10 - AFRIQUE 2000.**

$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}$

$A = \sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{100 \times 5}$

$A = \sqrt{3^2 \times 5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{10^2 \times 5}$

$A = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$A = (3 - 2 + 10)\sqrt{5}$

$A = 11\sqrt{5}$

**EXERCICE 11 - AFRIQUE 2000.**

$B = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

$B = \sqrt{4 \times 3} + 2\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{25 \times 3}$

$B = \sqrt{2^2 \times 3} + 2\sqrt{4^2 \times 3} - \sqrt{5^2 \times 3}$

$B = 2\sqrt{3} + 2 \times 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

$B = (2 + 8 - 5)\sqrt{3}$

$B = 5\sqrt{3}$

**EXERCICE 12 - ANTILLES 2000.**

$B = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{3} + \sqrt{12}$

$B = 5\sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3}$

$B = 5\sqrt{3^2 \times 3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{2^2 \times 3}$

$B = 5 \times 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

$B = (15 - 3 + 2)\sqrt{3}$

$B = 14\sqrt{3}$

**EXERCICE 13 - PONDICHERY 2000.**

1.  $B = (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3})$

$B = 5^2 - (\sqrt{3})^2$

$B = 25 - 3$

$B = 22$

2.  $C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$

$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{9 \times 5} + \sqrt{100 \times 5}$

$C = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3^2 \times 5} + \sqrt{10^2 \times 5}$

$C = 4\sqrt{5} - 3 \times 3\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$C = (4 - 9 + 10)\sqrt{5}$

$C = 5\sqrt{5}$