Tronc-commun science	Série 3 **Les fonctions numériques**	**Année scolaire 2015 - 2016**

Exercice 1:

On considère la fonction f définie par : $f(x)=x^2-2x$

1. Etudier la parité de f
2. a) Ecrire le plus simplement possible $T=\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$ pour tout a et b distincts de D_f

   b) Déduire les variations de f sur chacun des deux intervalles $]-\infty;1]$ et $[1;+\infty[$

   c) Dresser le tableau des variations de f sur D_f

   d) Déduire les extremums de f (s'ils existent)
3. Calculer $f(2)$ et $f(3)$ puis tracer C_f dans un repère orthonormé.
4. On considère la fonction g définie par $g(x)=x|x|-2x$

   a) Etudier la parité de g

   b) Montrer que $g(x)=f(x)$ pour tout x de $[0;+\infty[$

   c) Dresser le tableau des variations de g (justifier)

   d) Tracer C_g dans le même repère (avec une autre couleur)

Exercice2:

On considère la fonction f définie par $f(x)=\frac{x-2}{x+1}$

1) a) Déterminer D_f le domaine de définition de f

   b) Déterminer les caractéristiques de C_f

   c) Déduire le tableau des variations de f

   d) Calculer $f(-\frac{3}{2})$, $f(-2)$ et $f(-3)$ puis tracer C_f dans un repère orthonormé

2) On considère la fonction g définie par $g(x)=x^2$

   a) Dresser le tableau des variations de g

   b) Calculer $g(-1)$ et $g(-2)$ puis tracer C_g dans le même repère

   c) Résoudre dans $\mathbb{R}-\{-1\}$ et graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$

   puis l'inéquation $f(x)\geq g(x)$.

Tronc commun science	Série 3 Les fonctions numériques	prof: atmani najib

Correction :

Exercice 1:

On considère la fonction f définie par : $f(x)=x^2-2x$

1. On a $D_f=\mathbb{R}$

   $f(1)=-1$ et $f(-1)=3$ donc $f(-1)\neq f(1)$ et $f(-1)\neq -f(1)$ d'où f est ni paire ni impaire

2. a) Pour tout a et b distincts de D_f on a

   $$T=\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{a^2-2a-b^2+2b}{a-b}=\frac{(a-b)(a+b)-2(a-b)}{a-b}=a+b-2$$

   b) Sur l'intervalles $]-\infty;1]$ on a $a\leq 1$ et $b\leq 1$ donc $a+b\leq 2$ c-à-d $a+b-2\leq 0$ donc f est décroissante sur $]-\infty;1]$

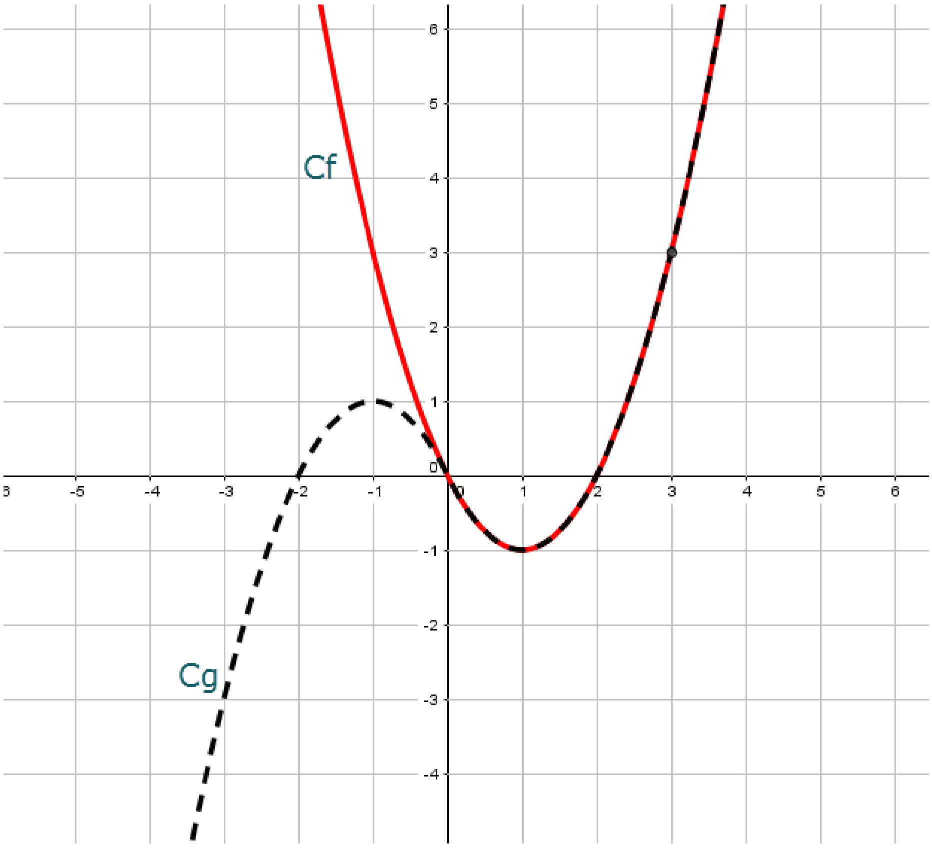
   Sur l'intervalle $[1;+\infty[$ on a $a\geq 1$ et $b\geq 1$ donc $a+b\geq 2$ c-à-d $a+b-2\geq 0$ donc f est croissante sur $[1;+\infty[$

   c) Le tableau des variations de f sur D_f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$

   d) -1 est la valeur minimale de f sur $D_f=\mathbb{R}$

3. On a $f(2)=0$ et $f(3)=3$ C_f est une parabole de sommet $\Omega(1;-1)$



4. On considère la fonction g définie par $g(x)=x|x|-2x$

a) On a $D_g=\mathbb{R}$ et $g(-x)=-x|-x|+2x=-x|x|+2x=-(x|x|-2x)=-g(x)$ car $|-x|=|x|$

donc g est impaire

b) Pour tout x de $[0;+\infty[$ on a $|-x|=|x|$ donc $g(x)=f(x)$

c) f et g ont les même variations sur $[0;+\infty[$

g est impaire et décroissante sur $[0;1]$ donc décroissante sur $[-1;0]$

g est impaire et croissante sur $[1;+\infty[$ donc croissante sur $]-\infty;-1]$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	1	$\searrow$ 0 $\searrow$	-1	$\nearrow$

d) La courbe C_g (voir la figure ci-dessus)

Exercice2:

On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$

1) a) On a $D_f=\{x\in\mathbb{R}\setminus x+1\neq 0\}=\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

b) f est une fonction homographique donc C_f est une hyperbole de centre de symétrie $\Omega(-1;1)$ et d'asymptotes les droites d'équations $x=-1$ et $y=1$

c) On a $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=3>0$ donc

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	||	$\nearrow$

d) On a $f(-\dfrac{3}{2})=7$, $f(-2)=4$ et $f(-3)=\dfrac{5}{2}$

la courbe C_f (voir la figure ci-dessous)

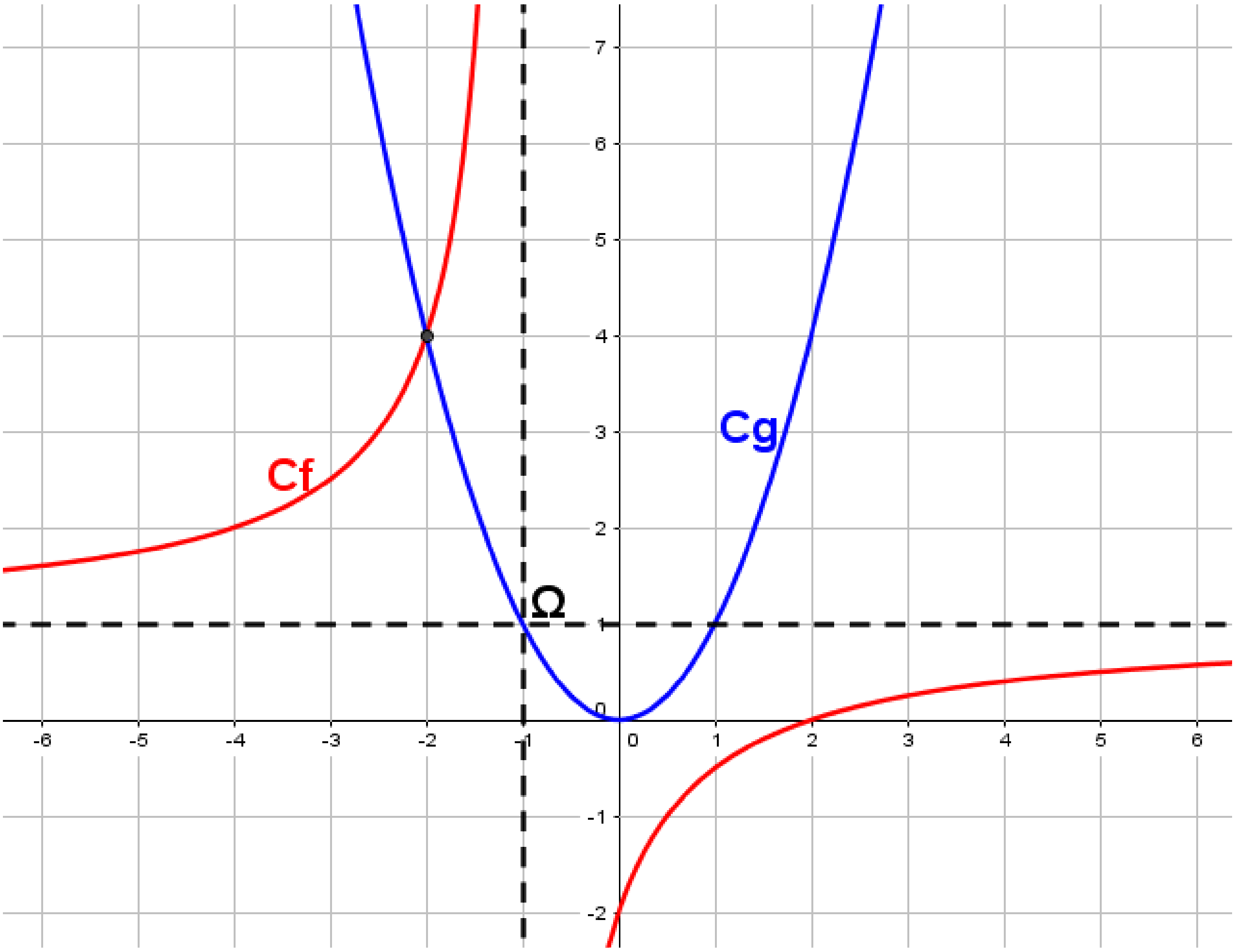
2) On considère la fonction g définie par $g(x)=x^2$

a) $g(x)$ est de la forme ax^2 avec a positif donc C_g est une parabole ouverte vert le haut de sommet l'origine du repère $O(0;0)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

b) On a $g(-1)=1$ et $g(-2)=4$

Les deux courbes C_f et C_g dans le même repère :



c) Les solutions dans $\mathbb{R}-\{-1\}$ de l'équation $f(x)=g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g

d'après la figure les deux courbes se coupent en un seul point donc l'ensemble des solutions de cette équation est :

Pour résoudre l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

il suffit de chercher les intervalles où C_f est en dessus de C_g

d'après la figure $S=[-2;-1[$.