FONCTIONS NUMERIQUS TCS1

EXERCICE 1

On considère les fonctions f et g et h telles que :

$$f(x) = x^2 \text{ et } \quad g(x) = \frac{1}{x} \text{et} g(x) = \frac{x+1}{2}$$

1- Résoudre dans IR l'équation : $g(x) = h(x)$

2- Construire les courbes (C_f) et (C_g) et (C_h) dans un même repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

3- Résoudre graphiquement les inéquations :

a)$\frac{1}{x} < x + 1$b)$2x^2 - x \geq 1$ c) $\frac{1}{x} - x^2 \geq 0$

EXERCICE 2

On considère la fonction f telle que :$f(x) = x^2 - 4x$

1- a) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x) = (x-2)^2 - 4$

b) Donner le tableau de variations de f .

c) Construire (C_f)dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

2- En déduire le graphe de chacune des fonctions g, $h$et k telles que :

$g(x) = -x^2 + 4x$ et $h(x) = |x^2 - 4x|$ et $k(x) = x^2 - 4|x|$

(Utiliser des couleurs différentes pour les graphes)

EXERCICE 3

Soient la fonction numérique $f : x \longrightarrow \frac{x-1}{x}$

et(C_f)sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1-Tracer (C_f) .

2- a) En déduire la courbe de la fonction g telle que : $g(x) = |f(x)|$

b) En utilisant le graphe de (C_g) , donner le tableau de variations de g .

c) Montrer que $0 \leq g(x) \leq 1$ pour tout x de l'intervalle $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

EXERCICE 4

On considère la fonction f telle que : $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1- a) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x) = -(x-1)^2 + 2$

b) Donner le tableau de variations de f .

2- Quelle est la nature de (C_f) ? Construire (C_f).

3-a) En déduire la courbe de la fonction g telle que : $g(x) = |x^2 - 2x - 1|$

b) Discuter selon les valeurs du réel m ,le nombre de solutions de l'équation $g(x) - m = 0$.

EXERCICE5

Soit la fonction numérique $f : x \longrightarrow \frac{2x-1}{x-1}$

et(C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- a) Déterminer D_f et trouver les réels α et β tels que : $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$

b)Donner le tableau de variations de f et Construire (C_f)

2- On considère l'équation (E) : $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

a) Vérifier que l'équation (E) est équivalente à $x^2 = \frac{2x-1}{x-1}$

b) En déduire le nombre de solutions de l'équation (E) .

EXERCICE6

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x < 1 \\ \frac{1}{x} - 1, & x \geq 1 \end{cases}$

Construire la courbe (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

puis donner le tableau de variations de f

EXERCICE7

On considère la fonction f de la variable réel t telle que : $f(t) = 20t - t^2$

1- a) trouver les réels a et b tels que $f(t) = a - (t-b)^2$ pour tout t de IR .

b) Etudier les variations de f sur $[10, +\infty[$ et sur $]-\infty, 10]$.

2- Un lot de terrain est sous la forme d'un triangle équilatérale de coté 20 m .

On veut construire une maison sur une portion rectangulaire ABCD (voir figure) .

Déterminer la longueur et la largeur pour que la surface du rectangle ABCD soit maximale.