Série 7 :Trigonométrie I

Exercice 1 :

Soit x un nombre réel, simplifier les expressions suivantes :

$A(x)=2sin^2(x)+3cos^2(x)-1$ $\quad$ $B(x)=(cos(x)+sin(x))^2-1$

$C(x)=cos^2(x)-cos^2(x).sin^2(x)$ $\quad$ $D(x)=(2cos(x)+sin(x))^2+(2cos(x)-sin(x))^2$

$E(x)=cos^5(x)+cos^3(x).sin^2(x)$ $\quad$ $F(x)=cos^4(x)-cos^2(x)+sin^2(x)-sin^4(x)$

$G(x)=cos^6(x)+sin^6(x)+3sin^2(x).cos^2(x)$ $\quad$ $H(x)=cos^6(x)+sin^6(x)-2sin^4(x)-cos^4(x)+sin^2(x)$

$K(x)=2\left(cos^6(x)+sin^6(x)\right)-3\left(cos^4(x)+sin^4(x)\right)$ $\quad$ $L(x)=\sqrt{sin^4x+4cos^2x}+\sqrt{cos^4x+4sin^2x}$

$$P(x)=\frac{cos(x)}{1+sin(x)}+\frac{sin(x)}{1+cos(x)}+\frac{(1-cos(x))(1-sin(x))}{cos(x).sin(x)}$$

Exercice 2 :

Simplifier les expressions suivantes :

$A=cos^2(\frac{\pi}{8})+cos^2(\frac{3\pi}{8})+cos^2(\frac{5\pi}{8})+cos^2(\frac{7\pi}{8})$

$B=sin^2(\frac{\pi}{12})+sin^2(\frac{5\pi}{12})+sin^2(\frac{7\pi}{12})+sin^2(\frac{13\pi}{12})$

$C=cos^2(\frac{\pi}{12})+cos^2(\frac{11\pi}{12})+2cos^2(\frac{5\pi}{12})$

$D=cos(\frac{\pi}{12}).sin(\frac{7\pi}{12})+sin(\frac{\pi}{12}).(\frac{5\pi}{12})$

$B=sin^2(\frac{\pi}{12})+sin^2(\frac{3\pi}{12})+sin^2(\frac{5\pi}{12})+sin^2(\frac{7\pi}{12})+sin^2(\frac{9\pi}{12})+sin^2(\frac{11\pi}{12})$

Exercice 3 :

On considère que : $\quad \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

1°/- Calculer : $\quad \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$

2°/- Déduire : $\quad \sin\left(\frac{-2\pi}{5}\right)$; $\sin\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$

Exercice 4 :

Soit x un nombre réel, montrer que :

1°/ $\quad sin^4(x)-cos^4(x)=sin^2(x)-cos^2(x)$

2°/ $\quad sin^4(x)+cos^4(x)=1-2sin^2(x)cos^2(x)$

3°/ $\quad sin^6(x)+cos^6(x)=1-3sin^2(x)cos^2(x)$

4°/ $\quad sin^2(\frac{2\pi}{5})-cos^2(\frac{2\pi}{5})=cos^2(\frac{\pi}{10})-sin^2(\frac{\pi}{10})$

Exercice 5 :

Soit x un nombre réel, on pose : $\quad A(x)=sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

Montrer que : $\quad A(-x)=A(x)$ et $A(\pi-x)=-A(x)$

Exercice 6 :

Simplifier les expressions suivantes :

$A=tan(\frac{17\pi}{2}-x)+tan(\frac{51\pi}{2}+x)+tan(\frac{25\pi}{2}+x)$

$B=tan(\frac{83\pi}{2}+x)\times cos(\frac{51\pi}{2}-x)$

$C=tan(\frac{\pi}{8})+tan(\frac{3\pi}{8})+tan(5\frac{\pi}{8})+tan(\frac{7\pi}{8})$

Exercice 7 :

Soit x un nombre réel ;

1°/ Montrer que : $\quad cos^6x+sin^6x=1-3cos^2x+3cos^4x$

2°/ Déduire que : $\quad cos^6x+sin^6x\geqslant\frac{1}{4}$

Exercice 8 :

1°/ Calculer $cos(x)$ et $sin(x)$ sachant que $tan(x)=2$ et $-\pi<x<-\frac{\pi}{2}$

2°/ Calculer $cos(x)$ et $tan(x)$ sachant que $sin(x)=\frac{-4}{5}$ et $\pi<x<-\frac{3\pi}{2}$

3°/ Calculer $sin(x)$ et $tan(x)$ sachant que $cos(x)=-0,6$ et $\frac{\pi}{2}<x<\pi$

Exercice 9 :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tel que : $\overline{(\vec{u},\vec{v})}\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

Déterminer les mesures des angles orientés : $\widehat{(\vec{v},\vec{u})}$; $\widehat{(\vec{u},-\vec{v})}$; $\widehat{(-\vec{u},-\vec{v})}$; $\widehat{(-\vec{u},\vec{v})}$; $\widehat{(-3\vec{u},2\vec{v})}$

Exercice 10 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
$cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $2sin(x - \frac{\pi}{3}) = 1$; $\sqrt{3} - 2cos(2x) = 0$; $tan(2x - \frac{\pi}{6}) = 1$