

●●●●● Série 4 ●●●●●

●●●●● Exercice 1 :

Comparer  $a$  et  $b$  dans les cas suivants :

1°/  $a = 2\sqrt{3}$  et  $b = \sqrt{7}$

2°/  $a = 3\sqrt{2}$  et  $b = 2\sqrt{5}$

3°/  $a = 7\sqrt{3}$  et  $b = 120$

4°/  $a = -5\sqrt{3} + \sqrt{11}$  et  $b = \sqrt{11} - 7\sqrt{2}$

5°/  $a = \frac{3}{\sqrt{11}}$  et  $b = \frac{11}{2\sqrt{5}}$

6°/  $a = 3^{1431}$  et  $b = 2^{2010}$

●●●●● Exercice 2 :

1°/ - Comparer les nombres  $a$  et  $b$  dans les cas suivants :

$$a = \sqrt{5} - 2 \quad \text{et} \quad b = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$$

$$a = \sqrt{5} - 3 \quad \text{et} \quad b = \sqrt{15 - 6\sqrt{5}}$$

$$a = 2\sqrt{5} - 5 \quad \text{et} \quad b = \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}$$

$$a = \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \quad \text{et} \quad b = \frac{4 + \sqrt{2}}{7}$$

2°/- Simplifier  $b = \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}$

●●●●● Exercice 3 :

1°/- Soit  $n \in \mathbb{N}^*$  ; Comparer :

$$\frac{n-1}{n} \quad \text{et} \quad \frac{n}{n+1}$$

2°/- Comparer :

$$\frac{2009}{2010} \quad \text{et} \quad \frac{2010}{2011}$$

●●●●● Exercice 4 :

$a$  et  $b$  deux nombres réels et strictement négatifs avec  $a \neq b$

$$\text{Comparer :} \quad 1 - \frac{b}{a} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - 1$$

●●●●● Exercice 5 :

$a$  et  $b$  deux nombres réels et strictement positifs ; Comparer  $A$  et  $B$  dans chaque cas :

1°/  $A = ab + 1$  et  $B = (a+1)(b+1)$

2°/  $A = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$  et  $B = 2$

●●●●● Exercice 6 :

Soit  $x$  un nombre réel tel que  $x \geq 2$ . On considère les deux expressions :  $A = (x-1)^2$  et  $B = (x-2)^2$ .

1°/- Calculer  $A - B$

2°/- Comparer  $A$  et  $B$ .

●●●●● Exercice 7 :

$a$  et  $b$  deux nombres réels tel que :  $(a < b)$ .

Ranger dans l'ordre croissant les nombres :

$$a ; b ; \frac{a+b}{2} \quad \text{et} \quad \frac{a-b}{2}$$

**Exercice 8** :

$a$  et  $b$  deux nombres réels tel que  $a < 1 < b$ ; Simplifier l'expression :

$$K = |2a - 2| + 3|b - 1| - \sqrt{(a - 1)^2} + |a - b|$$

**Exercice 9** :

$x$  et  $y$  deux nombres réels ;

1°/- Simplifier  $|xy|$  dans les deux cas :

a°/  $x$  et  $y$  ont même signe

b°/  $x$  et  $y$  n'ont pas le même signe

2°/- Dédire que :  $|xy| \geq xy$

3°/- Montrer que :  $(|x| + |y|)^2 - (|x + y|)^2 = 2(|xy| - xy)$

4°/- Dédire l'inégalité triangulaire :  $|x + y| \leq |x| + |y|$

**Exercice 10** :

$x$  et  $y$  deux nombres réels tel que :  $-1 \leq 2x - 5 \leq 7$  et  $|y| + 4 \leq 9$

1°/- Montrer que :  $x \in [2; 6]$  et  $y \in [-5; 5]$

2°/- Encadrer les nombres :  $x + y$  ;  $y - x$  ;  $x - 5y + 1$  ;  $x(y + 5)$  ;  $y^2 - 7y$  ;  $\frac{7+y}{x-1}$

3°/- Montrer que :  $|y(x - 4)| \leq 10$

4°/- Ecrire l'expression suivante sans racine carrée et sans valeur absolue :  $K = \sqrt{(y^2(x - 4) - 100)^2}$

**Exercice 11** :

$x$  un réel positif

1°/- Montrer que :  $1 + \frac{1}{2}x \geq \sqrt{x + 1}$

2°/- Montrer que :  $1 + \frac{1}{2}x + \sqrt{x + 1} \geq 2$

3°/- Vérifier que :

$$1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{x + 1} = \frac{\frac{1}{4}x^2}{1 + \frac{1}{2}x + \sqrt{x + 1}}$$

4°/- Dédire que :  $1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{x + 1} \geq \frac{1}{8}x^2$

5°/- Montrer que :

$$|\sqrt{x + 1} - \left(1 + \frac{1}{2}x\right)| \leq \frac{x^2}{8}$$

6°/- Donner une valeur approchée de  $\sqrt{1.02}$  près de  $5 \times 10^{-5}$

**Exercice 12** :

$x$  un réel positif

1°/- Montrer que :  $\frac{1}{x+1} = 1 - x + x^2 + \frac{x^3}{x+1}$

2°/- Montrer que :  $0 \leq \frac{x^3}{x+1} \leq x^3$

3°/- Dédire que :  $|\frac{1}{x+1} - (1 - x + x^2)| \leq x^3$

4°/- Donner une valeur approchée de  $\frac{1}{1.02}$  près de  $10^{-6}$

**Exercice 13** :

On pose :  $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{2013}{2014}$  et  $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{2014}{2015}$

Montrer que  $A < \frac{1}{\sqrt{2015}} < B$

**Exercice 14** :

$a$  un nombre réel tel que  $|a| < 1$ ; On pose :  $E = a^3 + a^2 - 5a + 3$

1°/- Montrer que :  $-3 < E < 10$

2°/- Vérifier que :  $E = (a + 3)(a - 1)^2$

3°/- Dédire que :  $0 < E < 16$

4°/- Montrer que :  $|E - 5| < 5$