

●●●●● Série 2 ●●●●●

●●●●● Exercice 1 :

Soient A et B deux points distincts du plan .

- 1)- Construire les points D et C tels que : $\vec{AC} = -2\vec{AB}$ et $\vec{DB} = 2\vec{AB}$
- 2)- Montrer que D est le milieu de [AC].

●●●●● Exercice 2 :

Soient A , B , C et D quatre points du plan .

Soit le vecteur $\vec{u} = \vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC}$

- 1)- Montrer que $\vec{u} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$
- 2)- Soit le vecteur $\vec{v} = 2\vec{BA} - 6\vec{BC}$.

Montrer que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

●●●●● Exercice 3 :

Soit ABC un triangle rectangle en A.

Et soit G un point tel que : $\vec{GA} + 3\vec{GB} - \vec{GC} = \vec{0}$

- 1)- Montrer que : $\vec{AG} = \vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$
- 2)- Construire le point K tel que : $\vec{AK} = -\frac{1}{3}\vec{AC}$
- 3)- Montrer que $ABGK$ est un rectangle et construire le point G .
- 4)- Soit E un point de (AB) tel que : $\vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AB}$.

Montrer que les points A , C et G sont alignés.

●●●●● Exercice 4 :

Soit ABC un triangle et soient A' , B' et C' les milieux de [BC] , [AC] et [AB] respectivement.

- 1)- Montrer que : $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \vec{0}$
- 2)- Montrer que : $\vec{BB'} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ et $\vec{CC'} = -\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}$
- 3)- Soient E et F deux points du plan tels que :
 $\vec{BE} = 2\vec{BB'}$ et $\vec{CF} = 2\vec{CC'}$

3-1)- Quelle est la nature de $ACBF$ et de $ABCE$?

3-2)- Montrer que les points E , A et F sont alignés.

●●●●● Exercice 5 :

Soit ABC un triangle et soient les points E , F et G tels que :

$$\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} \quad ; \quad \vec{AF} = 2\vec{CF} \quad ; \quad 2\vec{GE} + \vec{GC} = \vec{0}$$

- 1)- Construire les points E , F et G
- 2)- Montrer que $\vec{BF} = 2\vec{EC}$
- 3)- La droite (AG) coupe la droite (BC) en K . Montrer que K est le milieu de [BC]

●●●●● Exercice 6 :

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non colinéaires.

Déduire les nombres x et y tel que :

$$(5x - 1)\vec{u} + (y^2 + 1)\vec{v} = (x + 3)\vec{u} + 2y\vec{v}$$

●●●●● Exercice 7 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et soit O un point du plan .

- 1)- Construire les points P , Q , R et I tels que :
 $\vec{OP} = 3\vec{OA}$; $\vec{PQ} = 3\vec{AD}$; $\vec{OR} = 3\vec{OB}$ et $RPQI$ un parallélogramme
- 2)- Montrer que les points O , D et Q sont alignés
- 3)- Montrer que les vecteurs \vec{PR} et \vec{AB} sont colinéaires
- 4)- Montrer que les points O , C et I sont alignés

●●●● Exercice 8 :

Soit ABC un triangle et soit E un point tel que : $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$

1)- Construire le point E

2)- Soit I le point d'intersection des droites (AE) et (BC) .

On pose $\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{CI} = b\overrightarrow{IB}$ tel que $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

2-1)- Montrer que $(a - 7)\overrightarrow{AI} = (3 - 4b)\overrightarrow{IB}$

2-2)- Conclure les valeurs de a et b . Donner la position du point I sur $[AE]$

●●●● Exercice 9 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et soient E et M deux points tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{EM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$$

Montrer que les points B , M et D sont alignés

●●●● Exercice 10 :

Soient A , B et C des points non alignés . I , J et K sont respectivement les milieux des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$

Soit le point G tel que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1)- Soit M un point du plan . Montrer que : $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM})$

2)- Montrer que : $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CK}$; $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$; $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$

3)- Déduire que les droites (AI) , (BJ) et (CK) sont concourantes .

●●●● Exercice 11 :

Soient A , B et C quatre points du plan .

Montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$