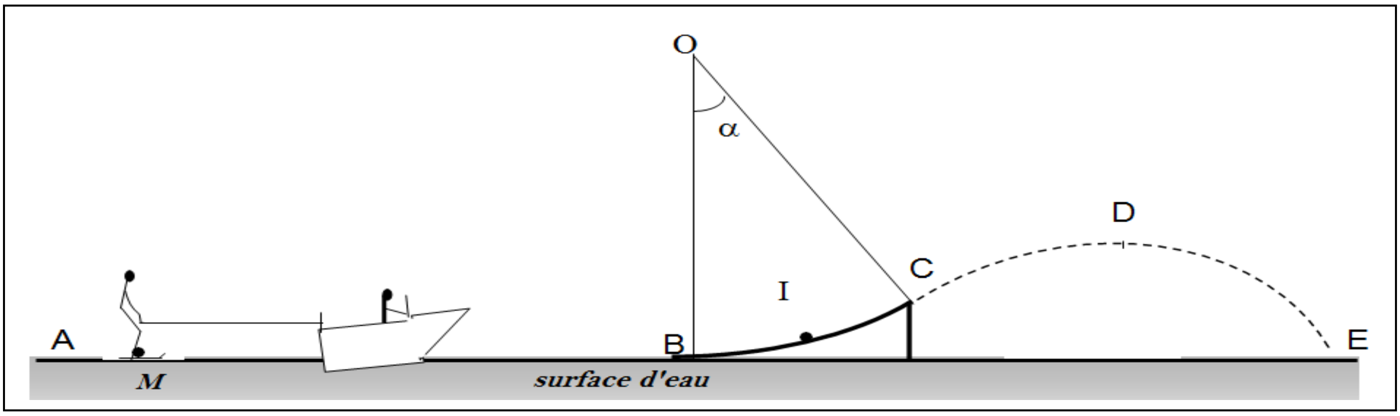
3- Travail et énergie cinétique

Série 2

EXERCICE 1 :

Un skieur de masse $m = 100$ kg (équipement compris) est tiré par un bateau à l'aide d'une corde parallèle à la surface de l'eau.
Données : $g = 10\ N.kg^{-1}$; $L = AB = 200$ m ; $\alpha = 30°$; $OB = OC = 15$ m



Dans tout le problème, par souci de simplification on représentera le système {skieur + skis} par un point matériel M situé au niveau des skis.

__1ère étape (trajet horizontal AB) :__

Le skieur démarre sans vitesse initiale du point A. Il est tracté par la force $\vec{F}$ constante et l'ensemble des forces de frottement est représenté par la force horizontale $\vec{f}$ d'intensité $f = 100$ N.

Après un parcours de $AB = L = 200$ m, le skieur atteint une vitesse $v_B = 20\ m.s^{-1}$.

1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le système {skieur+skis} .
2. Enoncé le théorème de l'énergie cinétique.
3. Exprimer les travaux des forces s'exerçant sur le système .
4. En déduire l'expression la force de traction $\vec{F}$ en fonction de m, L, f, v_B. Calculer F .

__2ème étape (trajet BC) :__

Le skieur lâche la corde en B et parcourt, sans frottement, le tremplin circulaire BC de centre O de rayon $OB = 15$ m.

Le rayon OC fait un angle de 30° avec la verticale passante par O.

1. Exprimer la hauteur h acquise en haut du tremplin en fonction de OB et α.
2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la vitesse v_C du skieur au point C en fonction de v_B, α , g et OB. Calculer v_C.

__3ème étape (trajet CE) :__

Le skieur effectue un saut et retombe sur ses skis au point E.

On prendra la vitesse du skieur au point C est : $v_C = 19\ m.s^{-1}$.

1. La valeur de la vitesse au point D vaut v_D = 14 m.s^{-1}. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déduire la hauteur du point D au dessus du plan d'eau en fonction des données de l'énoncé, puis calculer sa valeur.
2. Déterminer la vitesse au point E .

CORRECTION

<u>Etude de la 1ère étape:</u>

1) Dans un référentiel terrestre supposé galiléen,
le système skieur+skis est soumis à 4 forces :

- le poids $\vec{P}$
- la réaction normale $\overrightarrow{R_N}$
- la traction du bateau $\vec{F}$
- la force de frottement $\vec{f}$

2) **Théorème de l'énergie cinétique : la variation de l'énergie cinétique d'un système en translation entre deux positions A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures exercées sur le système.** $\boxed{\Delta Ec = \Sigma W(\vec{F}_{ext})}$

3) Les travaux du poids et de la réaction normale sont nuls car les forces sont perpendiculaires au déplacement. $\boxed{W(\vec{P}) = W(\vec{R}_N) = 0}$

$W(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{AB} = f.AB\cos180 = -f.L$

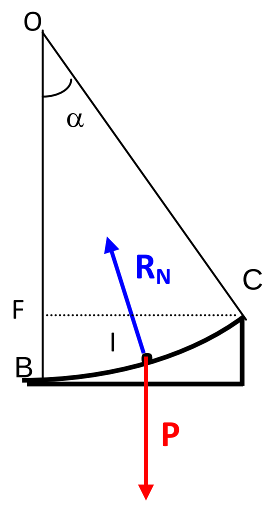
$W(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{AB} = F.AB\cos0 = F.L$

4) D'après le théorème de l'énergie cinétique : $\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = F.L - f.L$

Comme v_A = 0 on obtient $\boxed{F = \frac{mv_B^2}{2L} + f}$

5) AN : $\boxed{F = \frac{100\times 20^2}{2\times 200} + 100 = 200N}$

<u>Etude de la 2ème étape :</u>



1) Dans un référentiel terrestre supposé galiléen, le système skieur+skis est soumis à 2 forces :
   - le poids $\vec{P}$
   - la réaction normale $\overrightarrow{R_N}$

2) La hauteur h acquise en haut du tremplin correspond à :
$h = FB = OB - OF$

$\cos\alpha = \frac{OF}{OC} = \frac{OF}{OB}$ soit $OF = OB\cos\alpha$

On obtient finalement $\boxed{h = OB(1-\cos\alpha)}$

3) Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et B

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_N)$$

avec $W(\vec{R}_N) = 0$ car la réaction normale est perpendiculaire au déplacement

et $W(\vec{P}) = -mgh$ car le travail est résistant

On obtient donc : $\boxed{v_C = \sqrt{v_B^2 - 2gOB(1-\cos\alpha)}}$

4) AN : $v_C = \sqrt{20^2 - 2\times10\times15\times(1-\cos\alpha)} = \sqrt{400-20\times2} = \sqrt{360} = 19m.s^{-1}$

Etude de la 3ème étape :