Exercices d'énergie potentielle - énergie mécanique

Exercice 1 :

Sara, debout sur un pont, lance verticalement vers le haut une pierre de masse $m = 70\ kg$.

La pierre s'élève jusqu'à une hauteur de $10\ m$ au-dessus du pont de lancement puis redescend et tombe dans l'eau.

La surface de l'eau est située $2\ m$ plus bas que le point de lancement de la pierre.

1- calculer :

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus haute.

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus basse.

La variation de l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre.

Si l'on choisit comme niveau de référence (origine de l'axe Oz dirigé vers le haut)

1-1- Le niveau du point de lancement de la pierre.

1-2- Le niveau de la surface de l'eau.

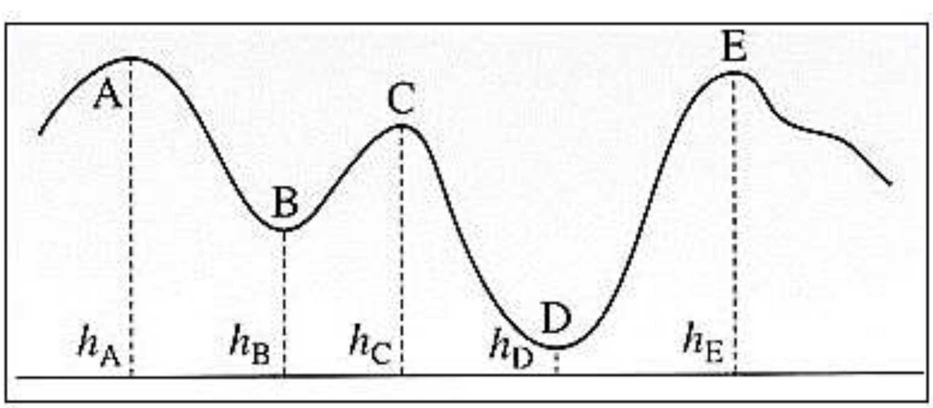
2- Quel conclusion pouvez-vous en tirer ?

Exercice 2 :

Un wagon de masse $m = 65\ kg$ se déplace sur des rails dont le profil est donné sur le schéma ci-dessous.

Les hauteurs des différents points A, B, C, D et E sont repérées par rapport au sol et ont pour valeurs :

$$h_A = 20\ m\ ;\ \ h_B = 10\ m\ ; h_C = 15\ m\ ;\ \ h_D = 5\ m\ \ ;\ \ h_A = 18\ m$$



Calculer la variation d'énergie potentielle de pesanteur de wagon passant :

1- de A à B

2- de Bà C

3- de A à D

4- de A à E

Exercice 3 :

Une petite sphère métallique de masse $m = 120\ g$ et de rayon $r = 1{,}0\ cm$, est suspendue à un fil inextensible et de masse négligeable, de longueur $l = 70\ cm$. L'extrémité du fil est accrochée en un point A. On écarte le pendule d'un angle $\theta = 20°$.

1- Calculer l'énergie potentielle de pesanteur E_{PPA} de la sphère dans cette position en prenant la position d'équilibre comme position de référence.

2- On voudrait lâcher ce pendule depuis une position B d'énergie potentielle de potentielle $E_{PPB} = 2E_{PPA}$. Calculer l'angle que ferait alors le fil tendu avec la verticale.

Exercice 4 :

Un avion de 20 tonnes vole à une altitude de $300\ m$ à la vitesse de $540\ \ km/h$.
Que valent les énergies : potentielle de pesanteur, cinétique et mécanique de l'avion.

Exercice 5:

Une voiture de masse $m = 800kg$ roule à $60\ km.h^{-1}$ sur une route horizontale. La conductrice freine et la voiture s'arrête.

1- Quelle est l'énergie cinétique initiale de la voiture ?

2- Quelle est l'énergie perdue par la voiture lors de son arrêt ? Comment est dissipée cette énergie.

Exercice 6 :

Un enfant lance verticalement, vers le haut, une bille de masse m avec une vitesse initiale $V_0 = 10{,}0\ \ m/s$.

1- Quelle est la hauteur atteinte par la bille ?

2- Quelle est la vitesse de cette bille lorsqu'elle frappe le sol situé 1,50 m au-dessous de son point de départ ?

N néglige la poussée d'Archimède et les frottements de l'air.

On prendra $g = 9{,}8\ \ N/kg$.

Exercice 7 :

Une balle de golf de masse $m = 45\ g$ tombe en chute libre sans vitesse initiale d'une hauteur $h = 10m$ par rapport au sol, choisi comme référence des énergies potentielles de pesanteur.

1- Quelle sont les hypothèses du modèle de la chute libre ? Que peut-on dire de l'énergie mécanique de la balle lors d'une chute libre ?

2- Quelle la variation de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle.

3- En déduire la variation de l'énergie cinétique de la balle.
4- Calculer la valeur de l'énergie cinétique de la balle lorsqu'elle arrive au sol. En déduire sa vitesse.

Exercice 8 :

Une pomme de masse $m = 150g$, accrochée à un pommier, se trouve à $3{,}0\ m$ au-dessus du sol. Le sol est choisi comme référence des énergies potentielles de pesanteur.
On donne $g = 10\ N/kg$
1- Lorsque cette pomme est accrochée au pommier, quelle est :
  a- son énergie cinétique ?
  b- son énergie potentielle de pesanteur ?
  c- son énergie mécanique ?
2- la pomme se détache et arrive au sol avec une vitesse de valeur V$= 7{,}75\ m.s^{-1}$.
Calculer :
  a- son énergie cinétique.
  b- son énergie potentielle de pesanteur.
  c- son énergie mécanique.
3- Quelles transformations énergétiques ont eu lieu au cours de cette chute ?
4- Quelle serait la hauteur de chute de cette pomme si elle arrivait au sol avec une vitesse de valeur V'$= 9{,}9\ m.s^{-1}$.

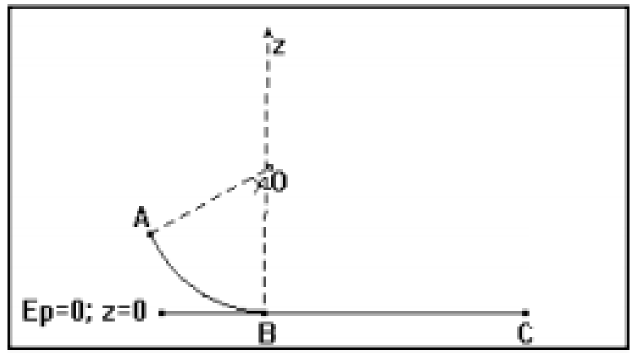
Exercice 9 :

Ahmed vient d'acheter du café pour préparer sa boisson préférée. A la sortie du magasin, une pierre lui tombe sur la tête. On considère que la pierre a une masse $m = 200g$ et qu'il tombe du cinquième étage de l'immeuble, chaque étage ayant une hauteur de $3{,}0\ m$.
L'origine des énergies potentielles est choisie au niveau du sol. On donne la taille d'Ahmed $1{,}80\ cm$
1- Calculer l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre :
  a- avant qu'elle ne tombe.
  b- quand-elle tombe sur la tête d'Ahmed.
  c- quand-elle arrive sur le sol.
2- Calculer la variation de l'énergie potentielle lorsque la pierre passe du cinquième étage au deuxième étage. Commenter le signe de la valeur obtenue.

Exercice 10 :

Une piste ABC est formée de deux tronçons :

- AB est un arc de cercle de rayon $r = 1,8\ m$
- BC est une partie rectiligne et horizontale de longueur $l = 8\ m$.



Un cube de masse $m = 0,2kg$, assimilable à un point matériel est lancé à partir du point A, vers le bas avec une vitesse initiale $V_A = 6m.s^{-1}$.

Le point A est repéré par rapport à la verticale OB par l'angle $\alpha = 60°$.

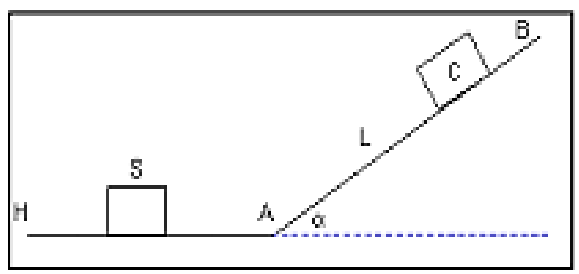
1- Sur la partie AB les frottements sont négligeables. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, Déterminer la vitesse du cube lors de son passage au point B.

2- Arrivé en B le cube aborde la partie horizontale BC. Sur ce tronçon existent des forces de frottements d'intensité constante f. Le cube arrive en C avec une vitesse $V_C = 12,5\ m.s^{-1}$. Calculer f.

Exercice 11 :

Un objet ponctuel S, de masse m=2,00 kg, glisse sans frottement sur une piste horizontale (HA). Il aborde au point A une piste plane (AB) inclinée d'un angle $\alpha = 20,0°$ par rapport à l'horizontale. Sa vitesse au point A est V_0 = 8,00 m.s^{-1}.

Déterminer la longueur L= AC dont l'objet S remonte sur la piste AB.

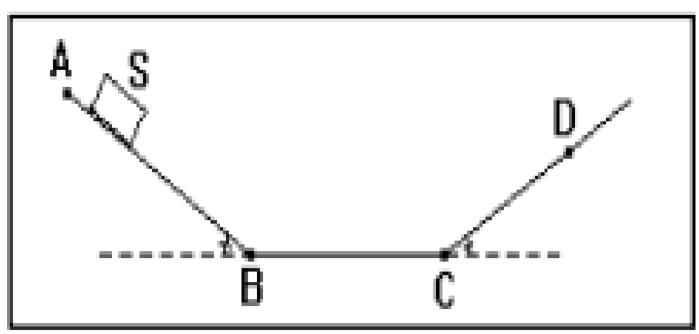


Exercice 12 :

Un petit objet quasi ponctuel S, de masse $m = 200\ g$ est abandonné sans vitesse initiale à partir d'un point A d'une piste ayant la forme indiquée à la figure.

Tout au long du mouvement, le mobile est soumis à une force de frottement d'intensité constante $f = 0,3\ N$ et de direction toujours parallèle à la piste.

On donne : $AB = BC = 1,2\ m$ et $\alpha = 30°$.



1- Calculer les intensités des vitesses acquises par le mobile quand il passe par les points B et C (en utilisant le théorème de l'énergie cinétique).
2- Déterminer la distance CD, D étant le point d'arrêt du mobile sur la piste avant son retour en sens inverse.
3- Le mobile finit par s'arrêter définitivement entre B et C en un point G . Déterminer la distance CG parcourue par le mobile sur la partie BC après son retour.
En déduire la distance totale parcourue par le mobile depuis son point de départ A jusqu'au son arrêt au point G.

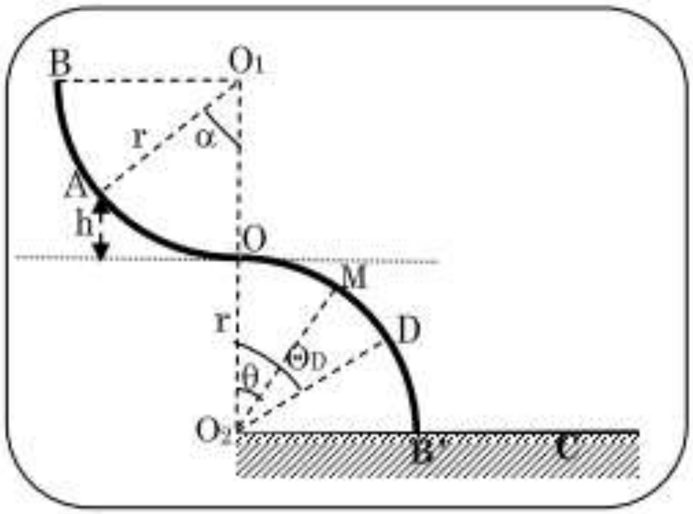
Exercice 13 :

Une portion de gouttière BO de forme circulaire de rayon $r = 1m$ se situe dans un plan vertical.

Elle se raccorde en O à une autre gouttière identique OB' située dans le même plan (voir figure).

Les centres O_1 et O_2 des deux gouttières se trouvent sur la même verticale.

Un solide ponctuel S de masse m=100g est lâché sans vitesse du point A situé à une hauteur $h = 0{,}2\ m$ par rapport au plan horizontal passant par O. Les frottements étant supposés négligeables et g = 10m.s^{-1}.



1- En choisissant le point O comme origine des altitudes et comme position de référence, calculer l'énergie mécanique du solide.
2- Exprimer puis calculer la vitesse du solide V_O au passage en O.
3- Sur le parcours OD le solide reste en contact avec la surface de la gouttière et sa position est repéré par l'angle $\theta = (\overrightarrow{O_2O}, \overrightarrow{O_2M})$.
Etablir l'expression de la vitesse V du solide en un point M quelconque du trajet OD en fonction de h , r , g et θ.
4- Sur le trajet OD on montre que l'intensité R de la réaction de la gouttière sur S à pour expression $R = mg.(cos\theta - \frac{V^2}{r.g})$. Au point D le solide S perd le contact avec la gouttière et suit le trajet DC. Déterminer la valeur numérique θ_D et celle de V_D vitesse du S au point D.
5- Avec quelle vitesse du solide touche-t-il le sol en C ?

Correction

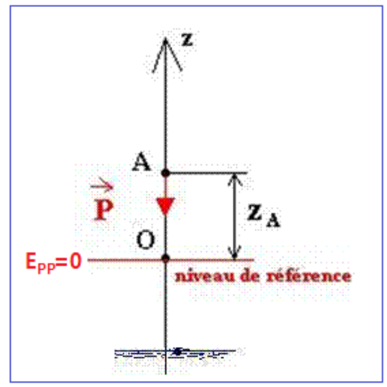
Exercice 1 :

1-

1-1- Niveau de référence : le point de lancement de la pierre

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus haute (point A).

$$E_{ppA} = mgz_A = 0{,}07 \times 10 \times 10 = 7{,}0\,J$$



L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus basse (point B).

$$E_{ppB} = mgz_B = 0{,}07 \times 10 \times (-2) = -1{,}4\,J$$

Variation d'énergie potentielle :

$$\Delta E_{PP} = E_{ppB} - E_{ppA} = 7{,}0 - (-1{,}4) = 8{,}4\,J$$

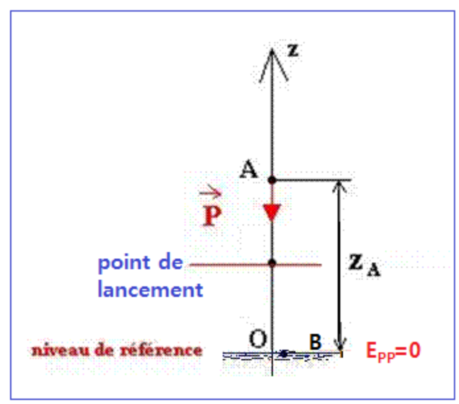
1-2- Niveau de référence : le point de surface de l'eau

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre de point A.

$$E_{ppA} = mgz_A = 0{,}07 \times 10 \times 12 = 8\,{,}4\,J$$

L'énergie potentielle de pesanteur de la pierre de point B (état de référence).

$$E_{ppB} = mgz_B = 0$$



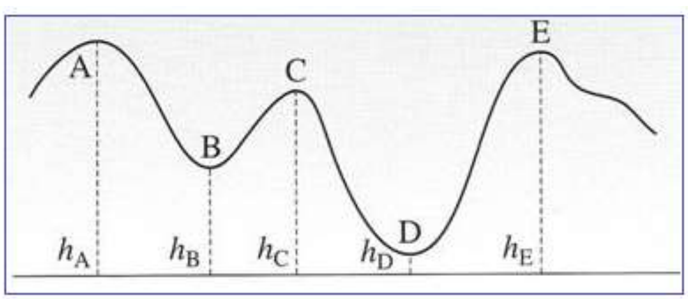
Variation d'énergie potentielle :

$$\Delta E_{PP} = E_{ppB} - E_{ppA} = 8{,}4 - 0 = 8{,}4\,J$$

2- Conclusion :

La variation de l'énergie potentielle ne dépend pas de l'état de référence contrairement à l'énergie potentielle.

Exercice 2 :



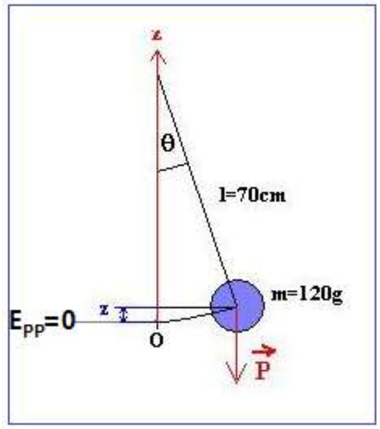
La variation d'énergie potentielle de pesanteur de wagon passant :

1- $\Delta E_{pp\ A\to B} = -W_{A\to B}(\vec{P}) = mg(h_B - h_A) = 65 \times 10 \times (10 - 20) = -6500\,J$

2- $\Delta E_{pp\ B\to C} = -W_{B\to C}(\vec{P}) = mg(h_C - h_B) = 65 \times 10 \times (15 - 10) = 3250\ J$

3- $\Delta E_{pp\ A\to D} = -W_{A\to D}(\vec{P}) = mg(h_D - h_A) = 65 \times 10 \times (5 - 20) = -9750\ J$

4- $\Delta E_{pp\ A\to B} = -W_{A\to E}(\vec{P}) = mg(h_E - h_A) = 65 \times 10 \times (18 - 20) = -1300\ J$



Exercice 3 :

1- L'énergie potentielle de pesanteur E_{PPA}

Choisissons un repère Oz orienté vers le haut

$$E_{PP} = mgz$$

Au point A, l'énergie potentielle de pesanteur E_{PPA}, s'écrit :

$$E_{PPA} = mgz_A = mgl(1 - cos\theta)$$

$$E_{PPA} = 0{,}12 \times 10 \times 0{,}7 \times (1 - cos20°) = 0{,}0506\ J$$

2- Calculons l'angle θ' pour que $E_{PPB} = 2E_{PPA}$

$$E_{PPB} = 2E_{PPA}$$

$$mgl(1 - cos\theta') = 2mgl(1 - cos\theta)$$

$$1 - cos\theta' = 2 - 2cos\theta$$

$$cos\theta' = 2cos\theta - 1$$

$$cos\theta' = 2\cos(20°) - 1 = 0{,}879$$

$$\theta' = 28{,}5°$$

Exercice 4 :

$m = 20\ tonnes = 20\ 000\ kg$; $V = 540\ km/h = \frac{540\ 000}{3600} = 150\ m/s$

Energie potentielle de pesanteur

$$E_{pp} = m.g.z = mgh \Longrightarrow E_{pp} = 20\ 000 \times 10 \times 300 = 60{,}0.10^6\ J$$

Energie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2}m.V^2 \Longrightarrow E_c = \frac{1}{2} \times 20\ 000 \times 150^2 = 225{,}0.10^6\ J$$

Energie mécanique

$$E_m = E_c + E_{pp} \Longrightarrow E_m = 60{,}0.10^6 + 225{,}0.10^6 = 285{,}0.10^6\ J$$

Exercice 5 :

1- L'énergie cinétique initiale de la voiture

$$E_C = \frac{1}{2} m.V^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} \times 800 \times \left(\frac{60}{3,6}\right)^2 = 1,11.10^5 \ J$$

2- L'énergie perdue par la voiture lors de son arrêt

$$\Delta E_m = \Delta E_C + \Delta E_p$$

$$\Delta E_m = E_{Cf} - E_{Ci} = 0 - E_C = -1,11.10^5 \ J$$

Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur.

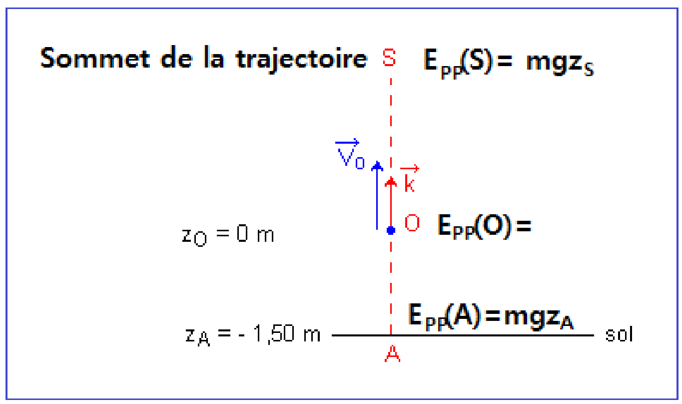
Exercice 6 :

1- La hauteur atteinte par la bille

L'état de référence de l'énergie de potentielle ($E_{pp} = 0$)

est choisi au point de départ O

($z_O = 0$).



L'énergie mécanique au point O :

$$E_m(O) = E_c(O) + E_{pp}(O) = \frac{1}{2} m.V_O^2 + 0$$

L'énergie mécanique au point S sommet de la trajectoire :

$$E_m(S) = E_c(S) + E_{pp}(S) = 0 + m.g.z_S$$

En absence de frottement l'énergie mécanique de la bille se conserve.

$$E_m(O) = E_m(S)$$

$$\frac{1}{2} m.V_O^2 = m.g.z_S$$

$$z_S = \frac{V_O^2}{2g}$$

$$z_S = \frac{10^2}{2 \times 9,80} = 5,10 \ m$$

2- La vitesse de cette bille lorsqu'elle frappe le sol

Le point A situé sur le sol à 1,50 m au-dessous de point de départ

L'énergie mécanique au point A :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = \frac{1}{2}m.V_A^2 + m.g.z_A$$

L'énergie mécanique de la bille se conserve.

$$E_m(O) = E_m(A)$$

$$\frac{1}{2}m.V_O^2 = \frac{1}{2}m.V_A^2 + m.g.z_A$$

$$V_A^2 + 2g.z_A = V_O^2$$

$$V_A = \sqrt{V_O^2 - 2gz_A}$$

$$V_A = \sqrt{10^2 - 2 \times 9{,}8 \times (-1{,}50)} = 11{,}37\ m/s$$

Remarque

Puisque la bille descend, le vecteur $\vec{V}_A$ a une ordonnée négative sur l'axe Oz orienté vers le haut ; on écrit : $\boldsymbol{V_A = -11,37\ m/s}$

Exercice 7 :

1- Les hypothèses du modèle de la chute libre

La balle n'est soumise qu'à son poids (on néglige les forces de frottement), l'énergie mécanique se conserve.

2- La variation de l'énergie potentielle de pesanteur de la balle

$$\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$$

Le sol est choisi comme référence des énergies potentielles de pesanteur $E_{ppf} = 0$

$$E_{ppi} = mgh$$

$$\Delta E_{pp} = -mgh \Longrightarrow \Delta E_{pp} = -45 \times 10^{-3} \times 10 \times 10 = -4{,}5\ J$$

3- La variation de l'énergie cinétique de la balle

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = W_{i\to f}(\vec{P})$$

$$\Delta E_{pp} = -W_{i\to f}(\vec{P})$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pp} = 4{,}5\ J$$

4- La valeur de l'énergie cinétique de la balle lorsqu'elle arrive au sol

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = E_{cf} - 0$$

$$E_{cf} = \Delta E_c = 4{,}5\,J$$

La vitesse V lorsque la balle arrive au sol

$$E_{cf} = \frac{1}{2}m.V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{2E_{cf}}{m}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2\times 4{,}5}{45\times 10^{-3}}} = 14{,}14\,m.s^{-1}$$

Exercice 8 :

1- Lorsque cette pomme est accrochée dans le pommier :

a- son énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}m.V^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}150\times 0^2 = 0\,J$$

b- son énergie potentielle de pesanteur :

$$E_{pp} = mgz = 0{,}150\times 10\times 3 = 4{,}5\,J$$

c- son énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} = 4{,}5\,J$$

2- la pomme se détache et arrive au sol avec une vitesse de valeur V$= \mathbf{7,75\,m.s^{-1}}$

a- son énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}m.V^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}150\times 7{,}75^2 = 4{,}5\,J$$

b- son énergie potentielle de pesanteur : (état de référence $E_{pp} = 0$)

$$E_{pp} = mgz = 0{,}150\times 10\times 0 = 0\,J$$

c- son énergie mécanique :

$$E_m = E_c + E_{pp} = 4{,}5\,J$$

3- Les transformations énergétiques ont eu lieu au cours de cette chute libre :

L'énergie potentielle s'est transformée en énergie cinétique tel que : $\Delta E_{pp} = -\Delta E_c$

4- La hauteur de chute de cette pomme si elle arrivait au sol avec une vitesse de valeur V'$=$ $\mathbf{9,9\,m.s^{-1}}$

L'énergie mécanique se conserve lors de la chute libre : $E_{mf} = E_{mi}$

$$E_{cf} + E_{ppf} = E_{ci} + E_{ppi}$$

$$0 + mgh' = \frac{1}{2}m.V'^2 + 0$$

$$h' = \frac{V'^2}{2g} \Longrightarrow h' = \frac{9{,}9^2}{2 \times 10} = 4{,}9\ m$$

Exercice 9 :

1- Calculons l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre :

a- avant qu'elle ne tombe :

$E_{pp} = m.g.z + C$ L'origine des énergies potentielles

$$E_{pp1} = m.g.z_1 = 0{,}20 \times 10 \times 5 \times 3 = 30\ J$$

b- quand-elle tombe sur la tête d'Ahmed

$$E_{pp2} = m.g.z_2 = 0{,}20 \times 10 \times 1{,}80 = 3{,}6\ J$$

c- quand-elle arrive sur le sol : (état de référence)

$$E_{pp} = m.g.z = 0J$$

2- Calculer la variation de l'énergie potentielle lorsque la pierre passe du cinquième étage au deuxième étage :

$$\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$$

$$\Delta E_{pp} = m.gz_f - mgz_i = m.g(z_f - z_i)$$

$$\Delta E_{pp} = 0{,}20 \times 10 \times (3 \times 2 - 3 \times 5) = -18\ J < 0$$

Explication du signe négatif

La pierre perd de l'énergie potentielle lors de la descente sa variation est négative.

Exercice 10 :

1- la vitesse du cube au point B :

Sur la partie AB les frottements sont négligeables, d'après la conservation de l'énergie mécanique n écrit :

$$E_{mA} = E_{mC}$$

$$E_{cA} + E_{ppA} = E_{cC} + E_{ppC}$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mV_B^2 + m.g.z_B$$

$$V_B^2 = V_A^2 + 2gr(1 - cos\alpha)$$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gr(1 - cos\alpha)}$$

$$V_B = \sqrt{6^2 + 2 \times 10 \times 2{,}8(1 - cos60)} = 8\ m.s^{-1}$$

2- Calculons f en appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :

$$\Delta E_C = E_{CC} - E_{CB} = W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\vec{R}_N) + W_{B\to C}(\vec{f})$$

$$0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 - f.BC$$

$$f = \frac{mV_B^2}{2BC} = \frac{0{,}2 \times 8^2}{2 \times 8} = 0{,}8\ N$$

Exercice 11 :

Détermination de la longueur L=AC :

Puisque les frottements sont négligeables, l'énergie mécanique se conserve.

$$E_{mA} = E_{mC}$$

$$E_{cA} + E_{ppA} = E_{cC} + E_{ppC}$$

On choisit l'état de référence le plan horizontale HA qui passe par l'origine de l'axe Oz.

$\frac{1}{2}mV_O^2 + 0 = 0 + mgz_C$

$$L = \frac{V_0^2}{2gsin\alpha} \Longrightarrow L = \frac{8{,}00^2}{2 \times 10 \times sin20{,}0°} = m$$

Exercice 12 :

1- La vitesse V_B :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B :

$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R}_N) + W_{A\to B}(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = mgAB.sin\alpha + 0 - f.AB$$

$$V_B^2 = \frac{2(mgAB.sin\alpha - f.AB)}{m}$$

$$V_B = \sqrt{2(g.AB.sin\alpha - \frac{f.AB}{m})}$$

$$V_B = \sqrt{2(10 \times 1{,}2 \times sin30° - \frac{0{,}3 \times 1{,}2}{0{,}2})} = 2{,}9 m.s^{-1}$$

La vitesse V_C :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points B et C :

$$\Delta E_C = E_{CC} - E_{CB} = W_{B\to C}(\vec{P}) + W_{B\to C}(\vec{R}_N) + W_{B\to C}(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = 0 + 0 - f.BC$$

$$V_C^2 = V_B^2 - \frac{2f.BC}{m}$$

$$V_B = \sqrt{2{,}9^2 - \frac{2 \times 0{,}3 \times 1{,}2}{0{,}2}} = 2{,}2\ m.s^{-1}$$

2- La distance CD :

On choisit l'état de référence le plan horizontale BC qui passe par l'origine de l'axe Oz.

$$\Delta E_m = E_{mD} - E_{mC} = W_{C\to D}(\vec{R})$$

$$E_{cD} + E_{ppD} - E_{cC} - E_{ppC} = W_{C\to D}(\vec{R}_N) + W_{C\to D}(\vec{f})$$

$$0 + mgCDsin\alpha - \frac{1}{2}mV_C^2 - 0 = -f.CD$$

$$CD = \frac{mV_C^2}{2(mgsin\alpha + f)}$$

$$CD = \frac{0{,}2 \times 2{,}2^2}{2 \times (10 \times 0{,}2 \times sin30° + 0{,}3)} = 0{,}37\ m$$

3- la distance CG parcourue par le mobile sur la partieBC :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points D et G :

$$\Delta E_C = E_{CG} - E_{CD} = W_{D\to C}(\vec{P}) + W_{C\to G}(\vec{P}) + W_{D\to G}(\vec{R}_N) + W_{D\to C}(\vec{f}) + W_{C\to G}(\vec{f})$$

$$0 - 0 = mgCD.sin\alpha + 0 + 0 - f.CD - f.CG$$

$$CG = CD(\frac{mg.sin\alpha}{f} - 1)$$

$$CG = 0{,}37 \times \left(\frac{0{,}2 \times 10 \times sin30°}{0{,}3} - 1\right) = 0{,}86\ m$$

La distance totale parcourue par le mobile depuis son point de départ A

$$d = AB + BC + CD + DC + CG = 2AB + 2CD + CG$$

$$d = 2 \times (1{,}2 + 0{,}37) + 0{,}86 = 4{,}00\ m$$

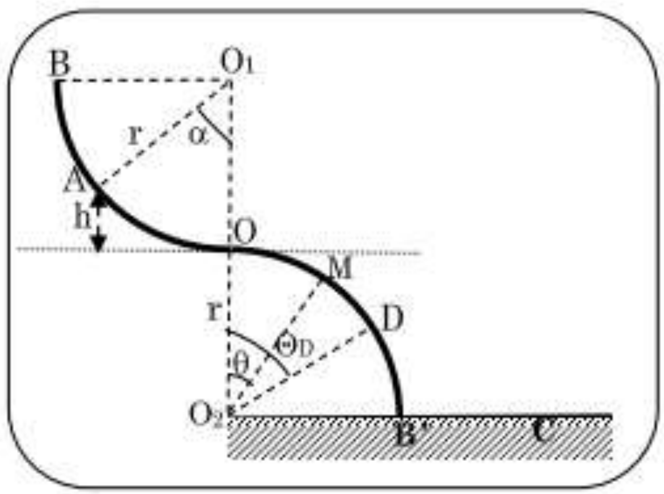
Exercice 13 :

1- L'énergie mécanique du solide :

Les frottements sont négligeables l'énergie mécanique du S se conserve.

$$E_m = E_{mA} = \underbrace{E_{cA}}_{=0} + E_{ppA} = mg(h + r)$$

$$= 0{,}1 \times 10 \times (1 + 0{,}2) = 1{,}2\ J$$



2- La vitesse du solide V_O au passage en O :

$$E_{mO} = E_{mA} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.V_O^2 + mgr = mg(h + r)$$

$$\frac{1}{2}V_O^2 = g.h \ \Longrightarrow V_O = \sqrt{2g.h}$$

$$V_O = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}2}$$

$$V_O = 2\ m/s$$

3- L'expression de la vitesse V du solide en un point M :

$$E_{mM} = E_{mO} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.V^2 + mgrcos\theta = mg(h + r)$$

$$V^2 = 2g(h + r(1 - cos\theta)) \ \Longrightarrow V = \sqrt{2g[r(1 - cos\theta) + h]}$$

4- La valeur numérique $\boldsymbol{\theta_D}$ et celle de $\boldsymbol{V_D}$ vitesse du S au point D :

Au point D le solide S perd le contact avec la gouttière c'est-à-dire R=0

$$mg.\left(cos\theta_D - \frac{{V_D}^2}{r.g}\right) = 0$$

$$cos\theta_D = \frac{{V_D}^2}{r.g}$$

$$cos\theta_D = \frac{2g[r(1 - cos\theta_D) + h]}{r.g}$$

$$cos\theta_D = \frac{2[r(1 - cos\theta_D) + h]}{r}$$

$$rcos\theta_D = 2r - 2rcos\theta_D + 2h$$

$$3rcos\theta_D = 2(r + h)$$

$$cos\theta_D = \frac{2(r + h)}{3r} = \frac{2(1 + 0{,}2)}{3 \times 1} = 0{,}8$$

$$\theta_D = 36{,}87°$$

Calculons la vitesse $\boldsymbol{V_D}$:

$$V_D = \sqrt{2g[r(1 - cos\theta_D) + h]}$$

$$V_D = \sqrt{2 \times 10[1 \times (1 - 0{,}8) + 0{,}2]} = 2{,}05\ m.s^{-1}$$

5- La vitesse du solide quand-il touche le sol :

$$E_{mC} = E_{mA} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.V_C^2 + 0 = mg(h + r)$$

$$V_C^2 = 2g(h + r)$$

$$V_C = \sqrt{2g(h + r)} = \sqrt{2 \times 10 \times (1 + 0{,}2)} = 4{,}90\ m.s^{-1}$$