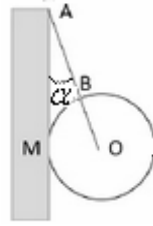


Série d'exercices : équilibre d'un corps sous l'action de trois forces (tronc commun)

1^{er} exercice :

Une sphère (S) homogène, de masse $m=1,4\text{kg}$ de rayon $r=10\text{cm}$ et de centre O, est attachée en A à un mur parfaitement lisse, par l'intermédiaire d'un fil fixé en un point B de sa surface.

La sphère repose en M contre le mur.

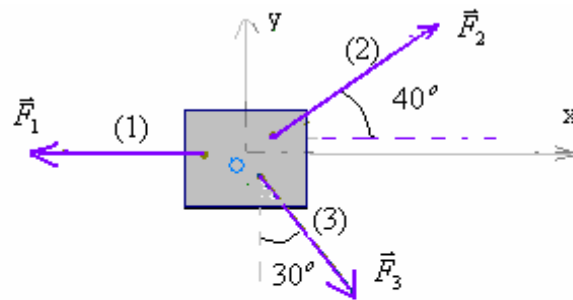


- 1) Quelles sont les forces qui s'exercent sur la sphère ?
- 2) a) Quelles relations existent entre ces forces à l'équilibre ?
b) Représentez ces forces sur la figure.
- 3) Sachant que le fil AB a une longueur $AB=20\text{cm}$.
- 3-1- Calculer la valeur de l'angle α .
- 3-2- a) En utilisant la méthode graphique calculer l'intensité de la tension $\vec{T}$ du fil et celle de la réaction $\vec{R}$ du mur.
b) Même question en utilisant la méthode analytique.

On donne $g=10\text{N/kg}$

2^{er} exercice :

Le corps S est en équilibre sous l'action de trois forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ Exercées par les fils (1), (2) et (3). (voir schéma).



Le poids du corps S est négligeable devant les intensités des trois forces. On considère le repère (O, x, y) d'origine O confondu avec le centre de gravité du corps S.

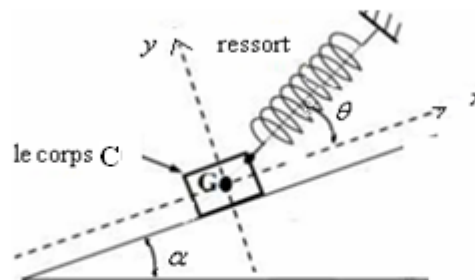
Sachant que l'intensité de la force $\vec{F}_2$ est $F_2 = 4\text{N}$.

- 1) Donner les conditions S d'équilibre du corps S.
- 2) Déterminer en utilisant la méthode analytique l'intensité de la force $\vec{F}_3$ (par projection sur l'axe oy).
- 3) Déterminer en utilisant la méthode analytique l'intensité de la force $\vec{F}_1$ (par projection sur l'axe ox).

3^{ème} exercice :

Un corps solide C de masse $m=200\text{g}$ est maintenu en équilibre sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontal par l'intermédiaire d'un ressort de constante de raideur $K=40\text{N.m}^{-1}$.

Lorsque l'équilibre est établi le ressort est allongé et son axe fait un angle $\theta = 20^\circ$ avec la ligne de plus grande pente du plan incliné.



Sachant que le contact se fait sans frottement et l'intensité de pesanteur $g = 10\text{N/kg}$:

- 1) Faites le bilan des forces qui s'exercent sur le corps C à l'équilibre et représentez ces forces sur la figure précédente.
- 2) 2-1- En utilisant la méthode analytique, déterminer l'expression de l'allongement $\Delta\ell$ du ressort à l'équilibre en fonction de g , θ et K , puis calculer la valeur de l'allongement $\Delta\ell$. (utiliser la projection sur l'axe ox)
2-2- En déduire la tension du ressort.
- 3) Déterminer l'intensité de la réaction R du plan incliné sur le corps C.

4^{ème} exercice :

Soit un corps S, de masse m inconnue, maintenu en équilibre sur un plan incliné sans frottement par un ressort. Le plan incliné fait un angle $\alpha = 20^\circ$ avec l'horizontal et la raideur du ressort $k = 15 \text{ N.m}^{-1}$.

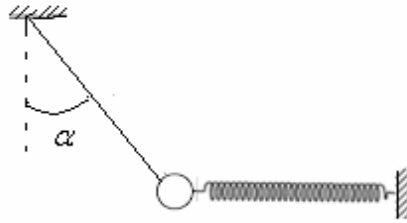
1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le corps S.
2. représentez ces forces.
3. Calculer l'intensité de la force exercée par le ressort sur le corps S (tension de ressort T) sachant que son allongement est : $\Delta\ell = 5 \text{ cm}$.
4. En utilisant la méthode analytique (projections vectorielles) :
 - a) Déterminer la valeur de la masse m du corps S.
 - b) Déterminer l'intensité de la réaction du plan incliné sur le corps S.

On donne : $g=10 \text{ N/kg}$

5^{ème} exercice :

Un disque homogène métallique très mince, de masse $m=300 \text{ g}$ est accroché à un fil et à un ressort selon la figure ci-contre.

Lorsque l'équilibre est établi on constate que le dispositif est dans un plan vertical. Le ressort exerce une force d'intensité $F=4 \text{ N}$ sur le disque.



- 1) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le disque.
- 2) Donnez la condition d'équilibre du disque.
- 3) Déterminer l'intensité de la force exercée par le fil sur le disque et la valeur de l'angle α .
 - 3-1-par construction géométrique.
 - 3-2- par la méthode analytique.

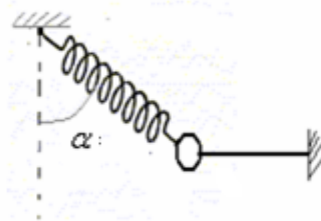
On donne : $g=10 \text{ N/kg}$

6^{ème} exercice :

On considère un solide S de masse $m=200 \text{ g}$, accroché à un ressort et à un fil comme l'indique la figure.

Lorsque l'équilibre est établi, le ressort fait un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à la verticale et le fil est horizontal.

La constante de raideur est $K=40 \text{ N/m}$ et $g= 10 \text{ N/m}$.

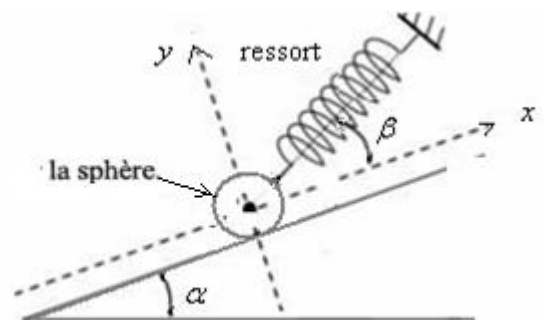


- 1) Représenter les forces qui s'exercent sur le solide S.
- 2) Choisir un système d'axe orthonormés convenable et représenter le sur la figure.
- 3) Donner la condition d'équilibre du solide S.
- 4) Trouver les composantes de chacune des forces qui s'exercent sur S dans le système d'axe choisi.
- 5) Calculer la tension du ressort.
- 6) Déduire l'allongement $\Delta\ell$ du ressort à l'équilibre.

7^{ème} exercice :

Une sphère homogène de masse $m=1,7 \text{ kg}$ repose sans frottement sur un plan lisse incliné d'un angle $\alpha = 40^\circ$ avec l'horizontale. La sphère est maintenue sur le plan incliné par l'intermédiaire d'un ressort faisant un angle β avec la ligne de plus grande pente du plan.

- 1/ Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la sphère.
- 2/ Donner l'expression de la force T exercée par le ressort sur la sphère en fonction de l'angle β , m , α et g .
- 3/ Calculer T pour $\beta=0^\circ$; $\beta=25^\circ$ et $\beta=45^\circ$.
- 4/ En déduire pour chaque cas l'allongement de ce ressort de raideur $k=60 \text{ N/m}$.

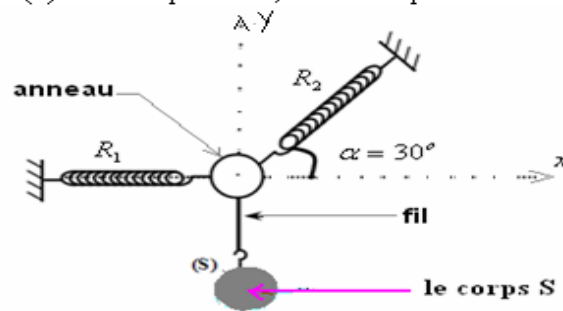


On donne $g=10 \text{ N/kg}$

8^{ème} exercice :

On donne $g=9,8\text{N/kg}$

Le système représenté dans la figure (1) est en équilibre, il est composé d'un corps (S) homogène de masse $m=600\text{g}$



Le corps S est suspendu à un fil et lié à un anneau de masse négligeable.

L'anneau est maintenu en état d'équilibre par un fil et deux ressorts:

-Le ressort R_1 exerce sur le corps S une force horizontale $\vec{F}_1$.

-Le ressort R_2 exerce sur le corps S une force horizontale $\vec{F}_2$ faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale.

(le fil est inextensible et exerce sur le corps S une force $\vec{T}$).

On donne $g=10\text{N/kg}$

Etude de l'équilibre du corps (S):

1) Faites le bilan des forces qui s'exercent sur le corps S.

2) Représentez les forces qui s'exercent sur le corps (S).

3) 3-1-Calculer l'intensité du poids du corps (S).

3-2) En appliquant la condition d'équilibre du corps S déterminer l'intensité de la tension du fil $\vec{T}$.

Etude de l'équilibre de l'anneau:

1) Faites le bilan des forces qui s'exercent sur l'anneau.

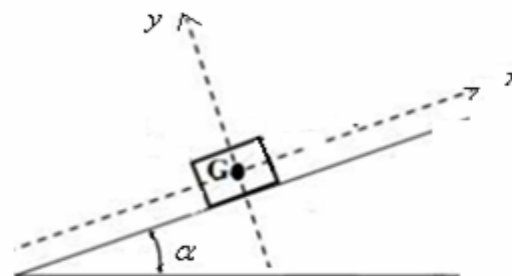
2) Représentez les forces qui s'exercent sur l'anneau.

3) Montrer en utilisant la méthode analytique que l'intensité de la force $\vec{F}_2$ est $F_2 = 8\text{N}$.

puis déterminer la valeur de l'intensité de la force $\vec{F}_1$ exercée par le ressort R_1 sur l'anneau.

9^{ème} exercice :

Un corps solide de forme parallélépipédique et de masse $m=200\text{kg}$ est en équilibre sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ Par rapport à l'horizontale. (on donne $g=9,8\text{N/kg}$)



1) Déterminer les valeurs des composantes normale R_N et tangentielle R_T de la réaction du plan incliné.

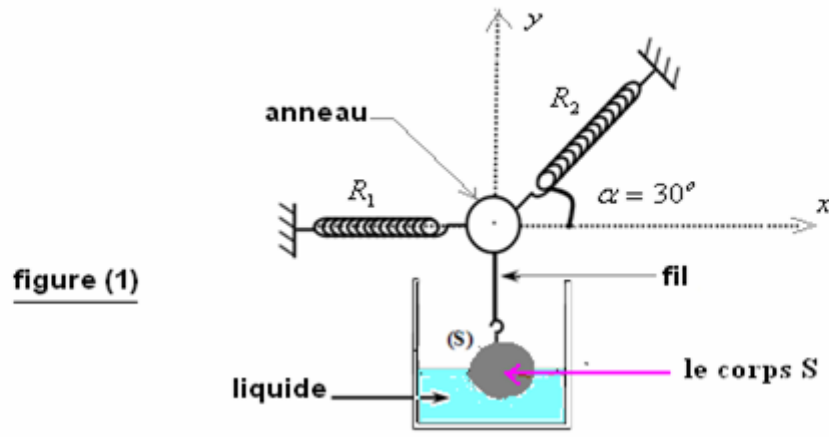
2) On exerce sur le corps à l'aide d'un fil inextensible une force pour le faire déplacer vers le haut.

Sachant que le coefficient de frottement entre le corps et le plan incliné est $k=0,5$.

Quelle est la valeur minimale de la force exercée par le fil pour mettre le corps en mouvement.

10^{ème} exercice :

Le système représenté dans la figure (1) est en équilibre, il est composé d'un corps (S) homogène de masse $m=600g$ et de masse volumique ρ .



Le corps est à moitié immergé dans un liquide de masse volumique ρ_L et il est suspendu (avec à un fil et lié à un anneau de masse m').

L'anneau est maintenu en équilibre par un fil et deux ressorts:

-un ressort R_1 qui exerce sur le corps S une force horizontale $\vec{F}_1$.

-un ressort R_2 qui exerce sur le corps S une force horizontale $\vec{F}_2$ faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale.

(le fil est inextensible et exerce sur le corps S une force $\vec{T}$).

On donne $g=10N/kg$

Etude de l'équilibre du corps (S):

1) Faites le bilan des forces qui s'exercent sur le corps S.

2) Représentez les forces qui s'exercent sur le corps (S).

3) 3-1- Calculer l'intensité du poids du corps (S).

3-2- Sachant que la masse volumique du corps S : $\rho = \frac{m}{V}$ (V : volume du corps et m sa masse), et la masse volumique du liquide $\rho_L = \frac{2}{3} \rho$.

Donner l'expression de l'intensité de la poussée d'Archimède en fonction de valeur m et g, puis calculer sa valeur.

3-3- En appliquant la condition d'équilibre du corps S, montrez que l'intensité de la force $\vec{T}$ est $T = 4N$.

Etude de l'équilibre de l'anneau:

1) Faites le bilan des forces qui s'exercent sur l'anneau.

2) Représentez les forces qui s'exercent sur l'anneau.

3) 3-1) En utilisant la méthode analytique montrer que l'intensité du poids de l'anneau est $P'=2N$, sachant que l'intensité de la force $\vec{F}_2$ est $F_2 = 12N$.

3-2) En déduire la valeur de la masse m' de l'anneau.

4) Déterminer la valeur de l'intensité de la force $\vec{F}_1$ exercée par le ressort R_1 Sur l'anneau.

5) Déterminer la constante de raideur k_2 du ressort R_2 sachant que son allongement est $\Delta \ell_2 = 6cm$

11^{ème} exercice :

Une sphère homogène de masse $m=300g$ repose sans frottement sur un plan lisse incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. La sphère est maintenue sur le plan incliné par l'intermédiaire d'un ressort faisant un angle β avec la ligne de plus grande pente du plan.

1/ Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la sphère.

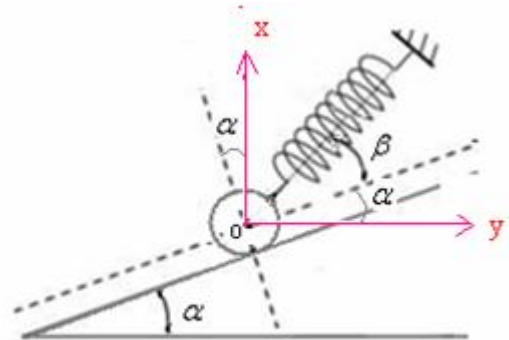
2/ Donner l'expression de la force T exercée par le ressort sur la sphère en fonction de l'angle β , m, α et g.

[Faites la projection dans le système d'axe (o,x,y)]

3/ Calculer T pour $\beta=0^\circ$ et $\beta = 60^\circ$

4/ En déduire pour chaque cas l'allongement de ce ressort de raideur $K = 50N/m$.

On donne $g=10N/kg$



12^{ème} exercice :

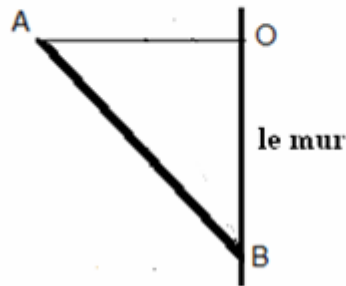
Une barre homogène AB de masse $m = 60 \text{ kg}$ repose par son extrémité B sur un mur verticale .

La barre est maintenue en équilibre par son extrémité A grâce à un câble de masse négligeable fixé au mur en O .

On donne $OB = 2OA$; $g = 10 \text{ N/kg}$.

1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur la barre et les représenter .

2. Déterminer les caractéristiques de chaque force.

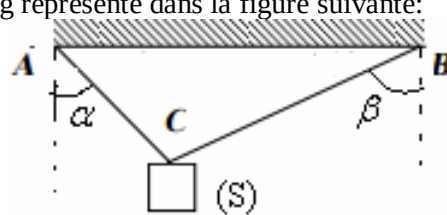


3) En déduire la nature du contact de la barre en B avec le mur.

4) Calculer le coefficient de frottement .

13^{ème} exercice :

On considère le corps (S) de masse $m = 300 \text{ kg}$ représenté dans la figure suivante:



Les deux fil sont de masses négligeables et forment avec la vertical les angles $\alpha = 45^\circ$ $\beta = 30^\circ$.

1) faites le bilan des forces qui s'exercent sur le corps (S).

2) représentez les forces qui s'exercent sur (S).

3) Déterminez les intensités des forces qui s'exercent sur le corps (S). on donne $g = 10 \text{ N/kg}$.

Correction du 1^{er} exercice :

1) Bilan des forces qui s'exercent sur la sphère :

$\vec{P}$: poids de la sphère.

$\vec{R}$: réaction du mur (elle est perpendiculaire au mur en M)

$\vec{T}$: tension du fil.

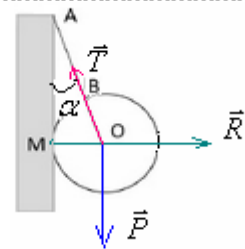
2) a) A l'équilibre : $P + R + T = 0 \Leftrightarrow$

La ligne polygonale des trois forces est fermée.
et les lignes d'action des trois forces sont concourantes et coplanaires.

b)

On a : $\tan \alpha = \frac{OM}{OA} = \frac{r}{AB+r} = \frac{10}{20+10} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \frac{1}{3} \approx 18,5^\circ$$



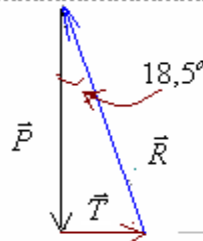
3-2- a) méthode graphique :

La ligne polygonale des trois forces est fermée.

On a : $P = m \cdot g = 1,4 \times 10 = 14N$

Choisissons comme échelle : $1cm \rightarrow 3,5N$

Donc $\vec{P}$ sera représenté par 4cm.



On trouve 1,5cm pour $\vec{T} \Rightarrow T=5N$

On trouve 4,4cm pour $\vec{R} \Rightarrow T=15N$

b) méthode analytique.

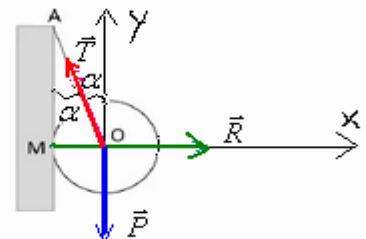
2) a) A l'équilibre : (a) $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection de la relation (a) sur oy

$$-P + 0 + T \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow T = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{14}{\cos 18,5} \approx 15N$$

Projection de la relation (a) sur ox

$$0 + R - T \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow R = T \cdot \sin \alpha = 15 \cdot \sin 18,5 \approx 5N$$

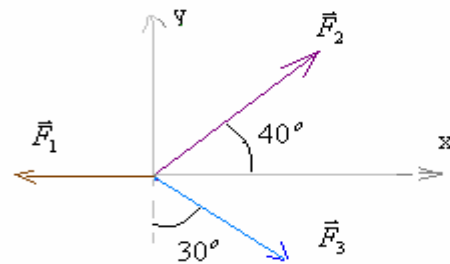


Correction du 2^{eme} exercice :

1) Le corps S est en équilibre sous l'action de trois forces, donc les droites d'action de ces trois forces sont concourantes et coplanaires et la somme vectorielle de ces trois forces est égale vecteur nul.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \quad \text{c'est-à-dire:} \quad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

2) Représentons les trois forces dans le repère (O, x, y).



D'après la condition d'équilibre on a : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \quad (1)$

Projetons cette relation sur l'axe oy:

$$0 + F_2 \cdot \sin 40 - F_3 \cdot \cos 30 = 0 \Rightarrow F_2 \cdot \sin 40 = F_3 \cdot \cos 30 \quad \text{d'où:} \quad F_3 = \frac{F_2 \cdot \sin 40}{\cos 30} \quad \text{A.N: } F_3 = \frac{4 \times \sin 40}{\cos 30} \approx 3N$$

3) en projetant la relation (1) sur l'axe (ox)

$$-F_1 + F_2 \cdot \cos 40 + F_3 \sin 30 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \cos 40 + F_3 \sin 30 \quad \text{A.N: } F_1 = 4 \cos 40 + 3 \sin 30 \approx 4,5N$$

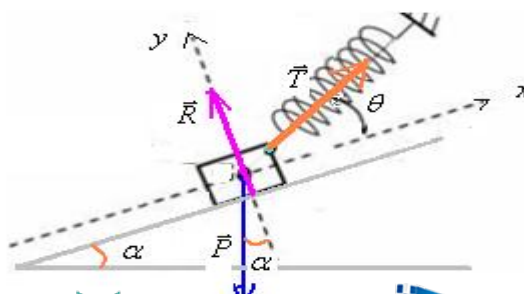
Correction du 3^{eme} exercice :

1) A l'équilibre le corps C est soumis à l'action des forces suivantes:

$\vec{P}$: le poids du corps C.

$\vec{T}$: la tension du ressort.

$\vec{R}$: la réaction du plan incliné.



2) 2-1- Le corps C est en équilibre sous l'action de trois forces, $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{R}$ donc $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$ (a)

En projetant la relation (a) sur l'axe ox:

$$-P \sin \alpha + T \cos \theta + 0 = 0 \Rightarrow T \cos \theta = P \sin \alpha \quad \text{avec} \quad T = K \Delta \ell$$

donc : $K \Delta \ell \cos \theta = m.g \sin \alpha \Rightarrow \Delta \ell = \frac{m.g \sin \alpha}{K \cos \theta}$ A.N: $\Delta \ell = \frac{0,2 \times 10 \sin 30}{40 \times \cos 20} = 0,0266 \approx 0,027 \text{ m} = 2,7 \text{ cm}$

2-2- On en déduit la tension du ressort : $T = K \Delta \ell = 40 \times 0,027 \approx 1 \text{ N}$

En projetant la relation (a) sur l'axe oy:

$$-P \cos \alpha + T \sin \theta + R = 0 \Rightarrow R = m.g \cos \alpha - T \sin \theta \quad \text{A.N:} \quad R = 0,2 \times 10 \cos 30 - 1 \sin 20 \approx 1,4 \text{ N}$$

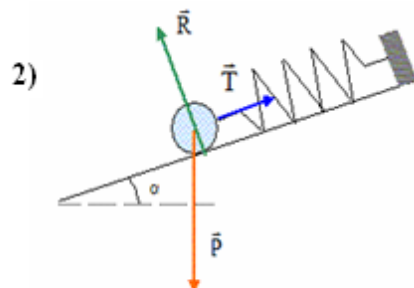
Correction du 4^{ème} exercice :

1) Les forces qui s'exercent sur le corps S sont :

$\vec{P}$: Poids du corps S.

$\vec{R}$: La réaction du plan incliné (elle est perpendiculaire au plan car le contact se fait sans frottement).

$\vec{T}$: la force exercée par le ressort.



3) l'intensité de la force exercée par le ressort:

$$T = K \Delta \ell = 15 \times 5 \cdot 10^{-2} = 0,75 \text{ N}$$

4) a) Le corps S est en équilibre sous l'action de trois forces :

$$\vec{P}, \vec{R} \text{ et } \vec{T} \text{ donc on a:} \quad (1) \quad \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$$

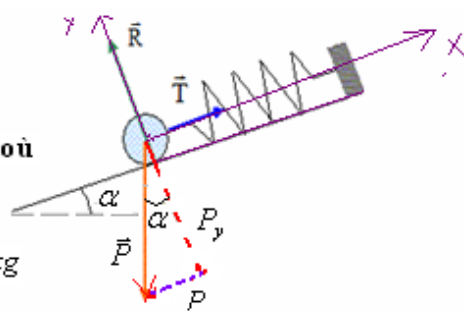
Par projection de cette relation sur l'axe ox elle devient:

$$-P \sin \alpha + T + 0 = 0 \quad \text{c'est-à-dire} \quad : \quad -m.g \sin \alpha + T = 0 \quad \text{d'où}$$

$$m.g \sin \alpha = T \Rightarrow m = \frac{T}{g \sin \alpha}$$

Application numérique

$$m = \frac{0,75}{10 \sin 20} = 0,219 \text{ kg} = 219 \text{ g}$$



b) Par projection sur l'axe oy de la relation (1):

$$-P \cos \alpha + 0 + R = 0 \quad \text{c'est-à-dire} \quad -m.g \cos \alpha + R = 0 \Rightarrow R = m.g \cos \alpha$$

$$\text{A.N:} \quad R = 0,219 \times 10 \times \cos 20 \approx 2 \text{ N}$$

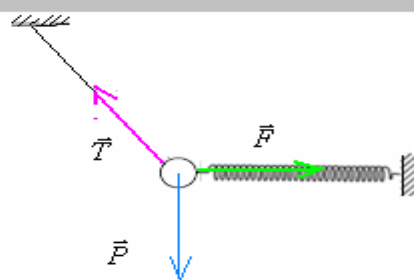
Correction du 5^{ème} exercice :

1) Le disque est soumis à l'action de 3 forces:

- $\vec{P}$: le poids du disque.

- $\vec{F}$: la forces exercée par le ressort .

- $\vec{T}$: la tension du fil.



2) Condition d'équilibre du disque : la somme vectorielle des trois forces est égale vecteur nul.

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0} \Leftrightarrow \text{la ligne polygonale des 3 forces est fermée.}$$

3) 3-1- la méthode de la construction géométrique $\Leftrightarrow$ la ligne polygonale des 3 forces est fermée.

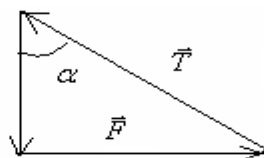
$$\text{On a } P = m.g = 0,3 \times 10 = 3 \text{ N} \quad F = 4 \text{ N}$$

On considère l'échelle suivante

$$1 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ N}$$

et on trace le polygone fermé des trois forces . $\vec{P}$

$$\tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) \approx 53^\circ$$



Graphiquement on trouve $R = 5 \text{ N}$.

3-2- la méthode analytique:

$$(1) \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$$

On considère le repère (o,x,y)

Projection de la relation (1) sur ox:

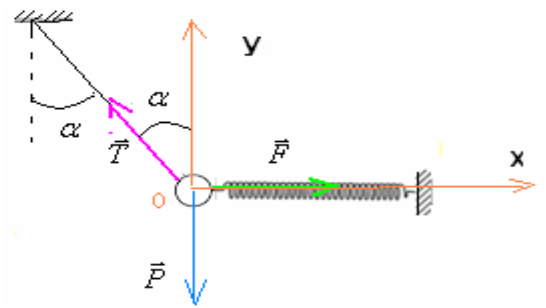
$$0 - T \cdot \sin \alpha + F = 0 \Rightarrow F = T \cdot \sin \alpha \quad (a)$$

Projection de la relation (1) sur oy:

$$-P + T \cdot \cos \alpha + 0 = 0 \Rightarrow P = T \cdot \cos \alpha \quad (b)$$

$$\frac{(a)}{(b)} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53^\circ$$

$$\text{D'après la relation (a)} \quad T = \frac{F}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin 53} = 5N$$



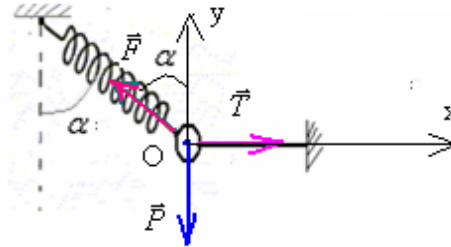
Correction du 6^{ème} exercice :

1) , le solide S est soumis à l'action de trois forces :

$\vec{P}$: le poids du corps

$\vec{F}$: la force exercée par le ressort

$\vec{T}$: la tension du fil.



2) Soit (O,x,y).

3) condition d'équilibre: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$

4) composantes des forces:

$$\vec{P} \begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -P \end{cases} \quad \vec{F} \begin{cases} F_x = -F \cdot \sin \alpha \\ F_y = +F \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad \vec{T} \begin{cases} T_x = +T \\ T_y = 0 \end{cases}$$

5) Projection de la relation : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ sur oy:

$$-P + F \cos \alpha + 0 = 0 \Rightarrow F = \frac{m \cdot g}{\cos \alpha}$$

$$\text{A.N:} \quad F = \frac{200 \cdot 10^{-3} \times 10}{\cos 30} = 2,3N$$

6) Projection de la relation : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ sur ox:

$$0 - F \sin \alpha + T = 0 \quad (\text{avec : } T = K \cdot \Delta \ell) \Rightarrow K \Delta \ell = F \sin \alpha \quad \text{d'où : } \Delta \ell = \frac{F \sin \alpha}{K}$$

$$\text{A.N:} \quad \Delta \ell = \frac{2,3 \times \sin 30}{40} \approx 0,029m = 2,9cm$$

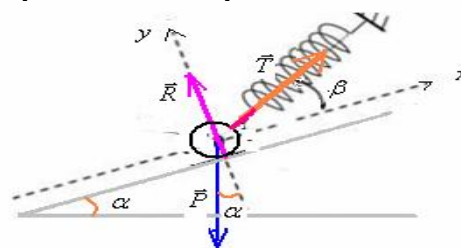
Correction du 7^{ème} exercice :

à l'équilibre le corps est soumis à l'action des forces suivantes:

: le poids du corps $C. \vec{P}$

: la tension du ressort $\vec{T}$

: la réaction du plan incliné $\vec{R}$ (elle est perpendiculaire au plan car le contact se fait sans frottement).



2)2-1- Le corps est en équilibre sous l'action de trois forces, $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{R}$ donc

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0} \quad (a)$$

En projetant la relation (a) sur l'axe ox:

$$-P \sin \alpha + T \cos \beta + 0 = 0 \Rightarrow T \cos \beta = P \sin \alpha \quad \text{donc}$$

$$T \cos \beta = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

d'où :
$$T = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{\cos \beta}$$

A.N :
$$T = \frac{1,7 \times 9,8 \sin 40}{\cos \beta} = \frac{10,7}{\cos \beta}$$

3) ■ pour $\beta = 0$ On a $T = \frac{10,7}{\cos 0} = 10,7 N$

■ pour $\beta = 25^\circ$ On a $T = \frac{10,7}{\cos 25} = 11,8 N$

■ pour $\beta = 45^\circ$ On a $T = \frac{10,7}{\cos 45} \approx 15 N$

4) on a : $T = K \cdot \Delta \ell \Rightarrow \Delta \ell = \frac{T}{K}$

■ pour $\beta = 0$ On a $T = 10,7 N$ Donc : $\Delta \ell = \frac{T}{K} = \frac{10,7}{60} \approx 0,18 m = 18 cm$

■ pour $\beta = 25$ On a $T = 11,8 N$ Donc : $\Delta \ell = \frac{T}{K} = \frac{11,8}{60} \approx 0,2 m = 20 cm$

■ pour $\beta = 25$ On a $T = 15 N$ Donc : $\Delta \ell = \frac{T}{K} = \frac{15}{60} \approx 0,25 m = 25 cm$

correction du 8^{ème} exercice :

Etude de l'équilibre du corps (S):

1) Le corps S est soumis à l'action de deux forces : $\vec{P}$: poids du corps S $\vec{T}$: Tension du fil.

2) représentation des forces

3) 3-1 $P = m \cdot g = 0,6 \times 10 = 6 N$

3.2) Condition d'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ donc les 2 forces ont même intensité : $T = P = m \cdot g = 6 N$



Etude de l'équilibre de l'anneau:

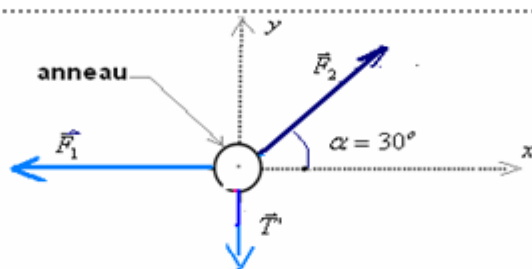
1) L'anneau est en équilibre sous l'action de trois forces:

$\vec{T}$: tension du fil. (le fil étant inextensible donc $T' = T = 4 N$).

$\vec{F}_1$: force exercée par le ressort R_1 .

$\vec{F}_2$: force exercée par le ressort R_2 .

2)



3) 3-1- Condition d'équilibre: (2) $\vec{T} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$

Par projection de la relation (2) sur l'axe oy:

$$-T + F_2 \cdot \sin \alpha + 0 = 0 \Rightarrow F_2 = \frac{T}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin 30} = 8 N$$

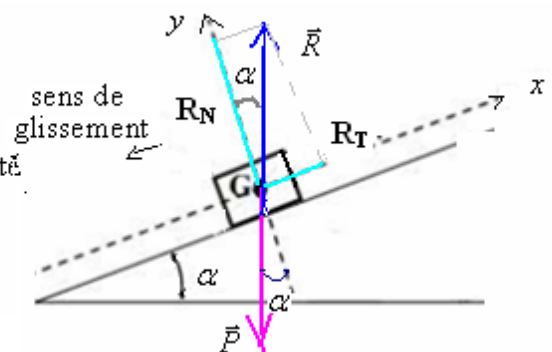
Par projection sur l'axe ox:

$$0 + F_2 \cdot \cos \alpha - F_1 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \cos \alpha = 8 \cdot \cos 30 \approx 6,9 N$$

correction du 9^{ème} exercice :

1) le corps est en équilibre $\vec{P}$: le poids du corps .
 sous l'action de 2 forces : $\vec{R}$: réaction du plan incliné.

À l'équilibre on a : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ donc les 2 forces sont opposées
 et de même intensité



$$R_T = R \sin \alpha = 1960 \times \sin 20 \approx 670N$$

$$\text{et } R_N = R \cos \alpha = 1960 \times \cos 20 \approx 1842N$$

Le sens de glissement du corps étant vers le bas
 (la réaction est inclinée dans le sens inverse)

2) Le corps est soumis à l'action de 3 forces:

$\vec{P}$: le poids du corps .

$\vec{R}$: réaction du plan incliné.

$\vec{T}$: la tension du fil.

à l'équilibre on a : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Par projection sur l'axe oy :

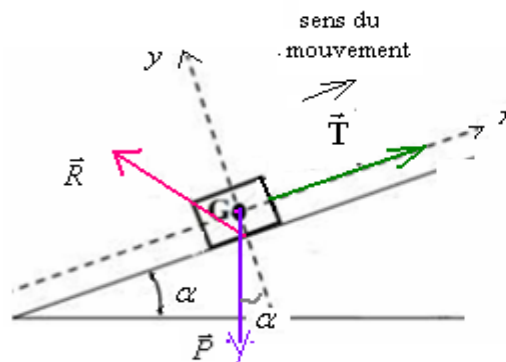
$$-P \cos \alpha + R_N + 0 = 0 \Rightarrow R_N = m.g \cos \alpha$$

$$\text{A.N: } R_N = 200 \times 9,8 \times \cos 20 \approx 1842N$$

Par projection sur l'axe ox :

$$-P \sin \alpha - f + T = 0 \Rightarrow T = m.g \sin \alpha + f \quad \text{avec } f = k.R_N = 0,5 \cdot (1842) = 921N$$

$$T = 200 \times 9,8 \times \sin 20 + 921 = 1591N$$



correction du 10^{ème} exercice :

Etude de l'équilibre du corps (S):

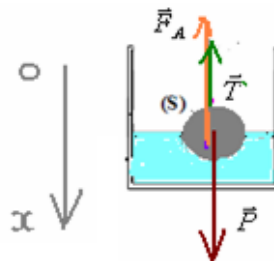
1) Le corps S est soumis à l'action des forces suivantes :

$\vec{P}$: poids du corps S.

$\vec{T}$: Tension du fil.

$\vec{F}_A$: poussée d'Archimède.

2) représentation des forces.



$$3) 3-1- P = m.g = 0,6 \times 10 = 6N$$

$$3-2- F_A = \rho_L V_{imm} . g = \frac{2}{3} \rho . \frac{V}{2} . g = \frac{\rho V . g}{3} = \frac{m.g}{3}$$

$$\text{donc: } F_A = \frac{0,6 \times 10}{3} = 2N$$

3-3- Le corps S est équilibre sous l'action de 3 forces , donc : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

$$(1) \quad \vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_A = \vec{0}$$

En projetant la relation (1) sur l'axe ox:

$$P - T - F_A = 0 \Rightarrow T = P - F_A = 6 - 2 = 4N$$

Etude de l'équilibre de l'anneau:

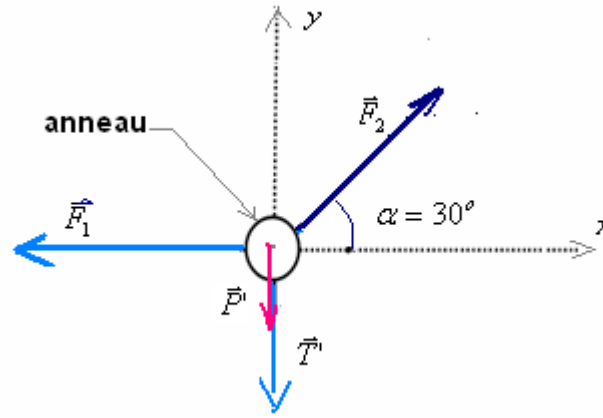
1) L'anneau est en équilibre sous l'action de quatre forces:

$\vec{T}$: tension du fil (le fil étant inextensible donc $T' = T = 4N$).

$\vec{F}_1$: force exercée par le ressort R_1 .

$\vec{F}_2$: force exercée par le ressort R_2 (d'intensité $F_2 = 12N$).

$\vec{P}$: poids de l'anneau.



3) 3-1- Condition d'équilibre: (2) $\vec{T}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P}' = \vec{0}$

Par projection de la relation (2) sur l'axe oy:

$$-T' + F_2 \cdot \sin \alpha + 0 - P' = 0 \Rightarrow P' = F_2 \cdot \sin \alpha - T' = 12 \sin 30 - 4 = 2N$$

3-2- On a : $P' = m' \cdot g$ donc: $m' = \frac{P'}{g} = \frac{2}{10} = 0,2kg = 200g$

4) Par projection sur l'axe ox:

$$0 + F_2 \cdot \cos \alpha - F_1 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \cos \alpha = 12 \cdot \cos 30 = 10,4N$$

$$5) F_2 = k_2 \cdot \Delta \ell_2 \Rightarrow k_2 = \frac{F_2}{\Delta \ell_2} = \frac{12}{6 \cdot 10^{-2}} = 200N/m$$

correction du 11^{ème} exercice :

1) système étudié (la barre AB)

Bilan des forces qui s'exercent sur la barre AB:

$\vec{T}$: la force exercée par le fil sur la barre AB (d'après la condition d'équilibre du corps suspendu $T=P=mg$)

$\vec{F}$: la force exercée par La corde OA sur la barre AB

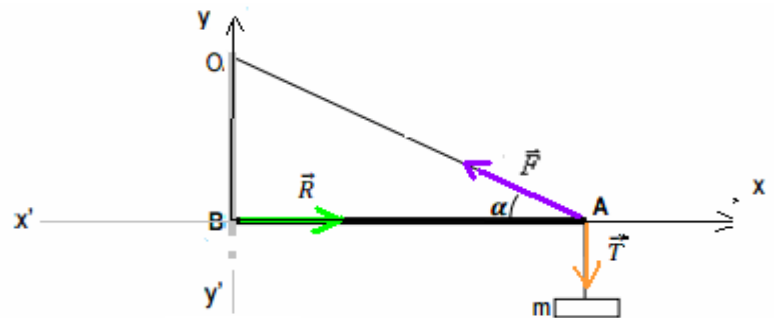
$\vec{R}$: La force exercée en B par le mur sur la barre AB

2) Condition d'équilibre : $\vec{R} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$

Projection sur xx' : $R - F \cos \theta + 0 = 0$

Projection sur yy' : $0 + F \sin \theta - T = 0$

$T = P = mg$ donc



$$T = m \cdot g = 15 \times 10 = 150N$$

$$F = \frac{T}{\sin \alpha} = \frac{150}{\sin 30} = 300N$$

$$R = F \cdot \cos \alpha = 300 \cos 30 = 259,8N$$

Correction du 12^{ème} exercice :

1) les forces qui s'exercent sur la barre sont:

$\vec{P}$: poids de la barre.

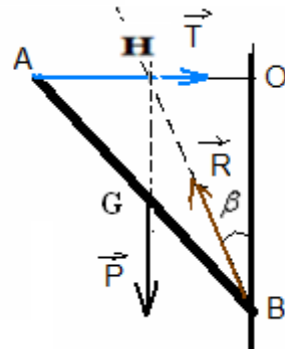
$\vec{T}$: tension du fil.

$\vec{R}$: réaction du mur au point B.

Les droites d'actions des trois forces sont concourantes.

$$\tan \beta = \frac{OH}{OB} = \frac{OA/2}{2.OA} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\Rightarrow \beta = \tan^{-1}(0,25) = 14^\circ$$



$$OB = 2.OA$$

$$OH = \frac{OA}{2}$$

Le polygone de trois forces est fermé

$$\text{On a : } \tan \beta = \frac{T}{P} \Rightarrow T = P \cdot \tan \beta = m \cdot g \tan \beta = 60 \times 10 \times \tan 14 \approx 150 \text{ N}$$

$$\text{et on a } \cos \beta = \frac{R}{P} \Rightarrow R = \frac{P}{\cos \beta} = \frac{m \cdot g}{\cos \beta} = \frac{60 \times 10}{\cos 14} \approx 618 \text{ N}$$

Caractéristiques des forces:

$$\vec{P} \begin{cases} - \text{point d'application : } G \\ - \text{droite d'action : la verticale} \\ - \text{sens : vers le bas.} \\ - \text{intensité : } P = 600 \text{ N} \end{cases}$$

$$\vec{T} \begin{cases} - \text{point d'application : } A \\ - \text{droite d'action : } AO \\ - \text{sens : } A \rightarrow O \\ - \text{intensité : } T = 150 \text{ N} \end{cases}$$

$$\vec{R} \begin{cases} - \text{point d'application : } B \\ - \text{droite d'action : fait un angle } \beta \\ - \text{sens : vers le haut} \\ - \text{intensité : } R = 618 \text{ N} \end{cases} \text{ avec la verticale}$$



3) le contact de la barre au point B se fait avec frottement.

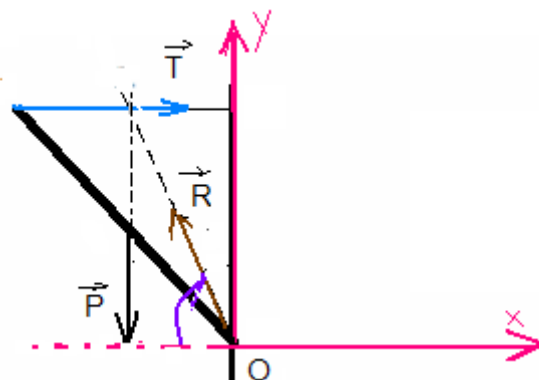
4) soit φ l'angle de frottement.

$$\text{Condition d'équilibre: } \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$$

$$\text{Par projection sur l'axe } ox: \quad 0 - R_N + T = 0 \quad \Rightarrow \quad R_N = T = 150 \text{ N}$$

$$\text{Par projection sur l'axe } oy: \quad -P + R_T + 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_T = P = 600 \text{ N}$$

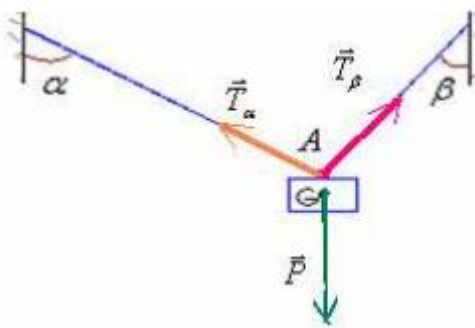
$$\text{le coefficient de frottement : } K = \tan \varphi = \frac{R_T}{R_N} = \frac{600}{150} = 4$$



Correction du 13^{ème} exercice :

-1

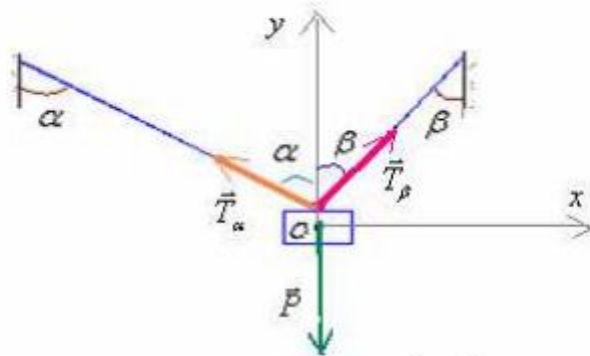
$\vec{P} :$
 $\vec{T}_\alpha :$
 $\vec{T}_\beta :$



$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

$$(1) \quad \vec{T}_\beta + \vec{T}_\alpha + \vec{P} = \vec{0}$$

(0, x, y)



$$\begin{cases} T_{\beta x} + T_{\alpha x} + P_x = 0 \\ T_{\beta y} + T_{\alpha y} + P_y = 0 \end{cases}$$

(0, x, y) (0, x) (1)

$$\vec{T}_\beta \begin{cases} +T_\beta \cdot \sin \beta \\ +T_\beta \cdot \cos \beta \end{cases} \quad \vec{T}_\alpha \begin{cases} -T_\alpha \cdot \sin \alpha \\ +T_\alpha \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad \vec{P} \begin{cases} 0 \\ -P \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_\beta \cdot \sin \beta - T_\alpha \cdot \sin \alpha + 0 = 0 \\ T_\beta \cdot \cos \beta + T_\alpha \cdot \cos \alpha - P = 0 \end{cases}$$

$$T_\beta : T_\alpha \quad \Leftrightarrow P = 3.10^3 N \quad \alpha = 45^\circ \quad \beta = 30^\circ$$

$$D = \begin{vmatrix} \sin \beta & -\sin \alpha \\ \cos \beta & \cos \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,5 & -0,707 \\ 0,866 & 0,707 \end{vmatrix} = 0,3535 + 0,612262 = 0,965762$$

$$D_{T_\beta} = \begin{vmatrix} 0 & -\sin \alpha \\ P & \cos \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -0,707 \\ 3.10^3 & 0,707 \end{vmatrix} = 0,707.10^3$$

$$D_{T_\alpha} = \begin{vmatrix} \sin \beta & 0 \\ \cos \beta & P \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,5 & 0 \\ 0,866 & 3.10^3 \end{vmatrix} = 1,5.10^3$$

$$T_\alpha = \frac{D_{T_\alpha}}{D} = \frac{1,5.10^3}{0,965762} = 1,55310^3 N$$

$$T_\beta = \frac{D_{T_\beta}}{D} = \frac{0,707.10^3}{0,965762} = 2,196.10^3 N$$

.....