





### Exercice n°1 :(4pts)

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = 2$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

0.5

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ 

0.75

2.a. Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n < 3$ 

0.5

2.b. Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite croissante.

0.25

2.c. Dire pourquoi la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente.3. On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = 3 - u_n$ 

0.25

3.a. Calculer  $v_0$ 

0.5

3.b. Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ 

0.5

3.c. Donner l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ 

0.5

4.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$ 

0.25

4.b. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 

### Exercice n°2 :(2.5pts)

Une usine de confection textile a délivré à un établissement scolaire 100 tenues réparties selon la taille et la couleur comme suit:

Taille \ Couleur	S	M	L	XL	Total
Rouge	10	15	12	13	50
Verte	10	15	13	12	50
Total	20	30	25	25	100

Un élève choisit aléatoirement une tenue.

1. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

0.5

1.a.  $A$  : « La tenue choisie est de taille XL »

0.5

1.b.  $B$  : « La tenue choisie est de couleur verte »

0.5

1.c.  $C$  : « La tenue choisie est de couleur verte et de taille XL »

1

2. Montrer que  $p(A \cup B) = \frac{63}{100}$ 

### Exercice n°3 :(3pts)

1.5

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E)$  :  $z^2 - 4z + 20 = 0$ 

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ , on considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectifs  $a = -1$ ,  $b = 2 - 4i$  et  $c = 2 + 4i$

0.5

2.a. Montrer que  $\overline{b - a} = c - a$

- 1 | 2.b. En déduire que le triangle  $ABC$  est isocèle en  $A$

### Exercice n°4 : (2.5pts)

L'espace est rapporté à un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

On considère les points  $A(2;0;2)$ ,  $B(2;0;0)$  et  $C(0;2;0)$

Soit  $(P)$  le plan d'équation  $x - y + 2z - 2 = 0$

- 0.5 1.a. Montrer que  $\overline{AB} = -2\vec{k}$  et que  $\overline{AC} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$
- 0.75 1.b. Montrer que  $x + y - 2 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(ABC)$
- 0.5 2.a. Vérifier que  $A \notin (P)$  et que  $B \in (P)$
- 0.75 2.b. Montrer que les plans  $(P)$  et  $(ABC)$  se coupent suivant une droite, puis donner une représentation paramétrique de cette droite.

### Exercice n°5: (5.5pts)

Soit  $g$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = e^{2x} - 2e^x - 3$$

et  $(C_g)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 0.75 1.a. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ , puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
- 1.25 1.b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ , puis donner une interprétation géométrique du résultat obtenu.
- 1 2.a. Montrer que pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ ,  $g'(x) = 2e^x(e^x - 1)$
- 0.5 2.b. Etudier le signe de  $g'(x)$
- 0.5 2.c. En déduire que la fonction  $g$  est décroissante sur  $]-\infty; 0]$  et qu'elle est croissante sur  $[0; +\infty[$
- 1 2.d. Calculer  $g(\ln 3)$  puis dresser le tableau de variations de  $g$
- 0.5 2.e. En déduire l'image de l'intervalle  $[0; \ln 3]$  par la fonction  $g$

### Exercice n°6: (2.5pts)

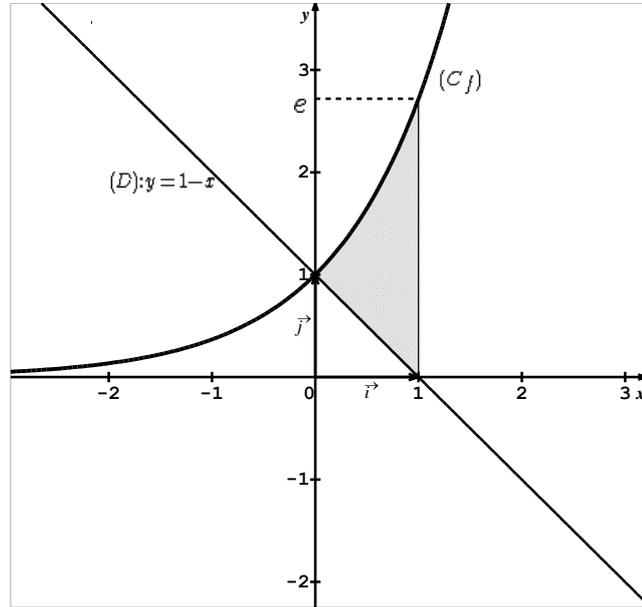
On considère l'équation  $(E)$ :  $e^x = 1 - x$

- 0.25 1. Vérifier que 0 est une solution de l'équation  $(E)$
2. Soit  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^x$   
Ci-dessous  $(C_f)$  est la courbe représentative de la fonction  $f$  et  $(D)$  la droite d'équation :  
 $y = 1 - x$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 0.75 2.a. En utilisant le graphique ci-dessous, montrer que l'équation  $(E)$  admet une solution unique dans  $\mathbb{R}$



1.5

2.b. Montrer que l'aire  $A$  de la partie hachurée est  $A = \left(e - \frac{3}{2}\right) u.a$







2	$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(C) = \frac{63}{100}$	0.5 pour la formule et 0.5 pour le résultat	1	
---	---	---	---	--

**Exercice n°3:(3pts)**

1	Les solutions de l'équation (E): $z^2 - 4z + 20 = 0$ Sont : $2+4i$ et $2-4i$	0.5x3	1.5	Dont 0.5 pour le calcul du discriminant On attribue la note entière pour toute autre méthode correcte
2.a	On montre que $\overline{b-a} = c-a$	0.5	0.5	
2.b	On déduit que le triangle ABC est isocèle en A	1	1	

**Exercice n°4:(2.5pts)**

1.a	$\overline{AB} = -2\vec{k}$ et $\overline{AC} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$	2x0.25	0.5	
1.b	Une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x + y - 2 = 0$	0.75	0.75	
2.a	$A \notin (P)$ et $B \in (P)$	2x0.25	0.5	
2.b	(P) et (ABC) se coupent suivant une droite car $A \notin (P)$ et $B \in (P)$	0.25	0.75	Accepter toute représentation paramétrique correcte
	Une représentation de la droite d'intersection	0.5		

**Exercice n°5:(5.5pts)**

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -3$	0.5	0.75	
	La droite d'équation $y = -3$ est une asymptote horizontale à $(C_g)$ au voisinage de $-\infty$	0.25		
1.b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = +\infty$	0.5x2	1.25	0.25 pour chaque justification
	Une interprétation géométrique du résultat obtenu.	0.25		



2.a	On montre que $g'(x) = 2e^x(e^x - 1)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$	1	1	
2.b	Etudier le signe de $g'(x)$	0.5	0.5	
2.c	$g$ est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et elle est croissante sur $[0; +\infty[$	0.5	0.5	
2.d	$g(\ln 3) = 0$	0.25	1	
	Le tableau de variations de la fonction $g$	0.75		
2.e	$g([0; \ln 3]) = [-4; 0]$	0.5	0.5	

### Exercice n° 6(2.5pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
On considère l'équation $(E)$ : $e^x = 1 - x$				
1	0 est une solution de l'équation $(E)$	0.25	0.25	
2.a	En utilisant le graphique, on montre que l'équation $(E)$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$	0.75	0.75	On donne une justification graphique
2.b	$A = \left(e - \frac{3}{2}\right) u.a$	1.5	1.5	Démarche et justification :1 Résultat : 0.5 On accepte le résultat même sans unité d'aire