المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك المهنية
الدورة الاستدراكية 2023

RS 101	الموضوع	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها	المعامل	7

<u>Instructions au candidat(e)</u>	**<u>تعليمات للمترشح(ة)</u>**
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	**هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.**
Le document que vous avez entre les mains est de 5 pages : la première est réservée aux recommandations.	**تتكون الوثيقة التي بين يديك من خمس صفحات :الأولى منها خاصة بالتوجيهات.**
• **Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;**	• **يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛**
• **L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ;**	• **يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛**
• **<u>Vous devez justifier les résultats</u>**	• **<u>ينبغي عليك تعليل النتائج</u>**
• **Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez respecter la numérotation des exercices et des questions dans le sujet ;**	• **يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛**
• **Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ;**	• **ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛**
• **Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ;**	• **يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛**
• **Eviter l'écriture au stylo rouge ;**	• **يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛**
• **Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.**	• **تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.**

Exercice n°1:(1.25 pts)

Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **la suite numérique définie par :** $w_0 = 5$ **et** $w_{n+1} = 3w_n - 4$ **pour tout** n **de** IN

0.5 **1. Calculer** w_1 **et** w_2

0.5 **2. Montrer par récurrence que** $w_n > 2$ **pour tout** n **de** IN

0.25 **3. En déduire que** $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est une suite croissante.**

Exercice n°2:(2.25 pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **la suite numérique définie par :** $u_0 = 2$ **et** $u_{n+1} = \dfrac{5u_n + 2}{-2u_n + 1}$ **pour tout** n **de** IN

On pose $v_n = \dfrac{2u_n - 1}{u_n + 1}$ **pour tout** n **de** IN

0.25 **1. Calculer** v_0

0.25 **2. a. Montrer que pour tout** n **de** IN **,** $v_{n+1} = \dfrac{4u_n + 1}{u_n + 1}$

0.5 **2. b. En déduire que pour tout** n **de** IN **,** $v_{n+1} - v_n = 2$

0.5 **2. c. Donner** v_n **en fonction de** n

0.25 **3. a. Montrer que pour tout** n **de** IN **,** $u_n = \dfrac{1 + v_n}{2 - v_n}$

0.25 **3. b. En déduire que pour tout** n **de** IN **,** $u_n = \dfrac{2n + 2}{-2n + 1}$

0.25 **3. c. Calculer** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice n°3:(1 pt)

$(\Omega; p)$ **est un espace probabilisé fini et** X **la variable aléatoire représentée par la loi de probabilité donnée par le tableau suivant :**

x_i	2	t	5
$p(X = x_i)$	y	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

0.5 **1. Calculer** y

0.5 **2. Sachant que** $E(X) = \dfrac{23}{6}$ **, trouver la valeur de** t

Exercice n°4:(2 pts)

Les 100 élèves d'un établissement (60 filles et 40 garçons) sont répartis selon la taille et le sexe suivant le tableau ci-dessous :

Taille en m / Sexe	Taille < 1,60	Taille $\geq$ 1,60	Total
Garçons	16	24	40
Filles	51	9	60
Total	67	33	100

On choisit au hasard un élève (fille ou garçon) et l'on considère les événements suivants :

A **: « L'élève choisi est un garçon »**

B **: « L'élève choisi est une fille »**

C **: « La taille de l'élève choisi est supérieure ou égale à 1,60m »**

0.5 **1. Montrer que** $p(A)=\frac{4}{10}$

1 **2. a. Calculer** $p(B)$ **et** $p(C\cap B)$

0.5 **2. b. En déduire que** $p_B(C)=\frac{3}{20}$ **(** $p_B(C)$ **se lit : la probabilité de** C **sachant** B **)**

Exercice n°5:(3 pts)

0.75 **1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes** $\mathbb{C}$ **l'équation** $(E): z^2+\sqrt{6}\,z+2=0$

2. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ **direct, on considère les points** $A(a)$, $B(b)$ **et** $C(c)$ **d'affixes respectives** $a=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\sqrt{3}+i\right)$, $b=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}-i\right)$ **et** $c=\sqrt{2}\,i$

0.5 **2. a. Vérifier que** $a-c=\frac{-\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}+i\right)$ **et** $b-c=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}-3i\right)$

1 **2. b. Montrer que** $\frac{b-c}{a-c}=\sqrt{3}i$

0.75 **2. c. Montrer que le triangle** ABC **est rectangle en** C **et non isocèle.**

Exercice n°6:(2.5pts)

L'espace est rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

On considère les points $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$, $C(-5;2;0)$ **et le vecteur** $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{k}$

0.25 **1.a. Vérifier que** $\overrightarrow{AB}=-2\vec{i}+2\vec{j}$

0.5 **1.b. Montrer que les vecteurs** $\overrightarrow{AB}$ **et** $\vec{u}$ **ne sont pas colinéaires.**

2. Soit le plan $(P)=P\left(A;\overrightarrow{AB};\vec{u}\right)$

1 **2. a. Montrer qu'une équation cartésienne du plan** (P) **est :** $x+y+2z-5=0$

0.25 **2. b. Vérifier que** $C\notin(P)$

0.5 **2. c. En déduire l'intersection des deux plans** (P) **et** (ABC)

Exercice n°7:(1.5 pts) (Les questions 1. et 2. sont indépendantes)

On rappelle que si f **est une fonction dérivable en** x_0 **alors** $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$

0.5 **1. Calculer** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{xlnx}{x^2-1}$ **(Remarquer que** $\dfrac{xlnx}{x^2-1}=\dfrac{x}{x+1}\times\dfrac{lnx}{x-1}$ **) ;**

0.25 **2. a. Vérifier que pour tout nombre réel** x **non nul :**

$$\frac{xe^x}{e^{2x}-1}=\frac{e^x}{e^x+1}\times\frac{x}{e^x-1}$$

0.75 **2. b. En déduire que :** $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{xe^x}{e^{2x}-1}\right)=\dfrac{1}{2}$

Exercice n°8:(4 pts)

Soit h **la fonction numérique de la variable réelle** x **définie sur** IR **par :**

$$h(x)=1-(x+1)^2e^{-x}$$

1 **1. Montrer que pour tout** x **de** IR **:** $h'(x)=(x-1)(x+1)e^{-x}$

1 **2. a. Etudier le signe de** $h'(x)$ **sur** IR

0.5 **2. b. Calculer** $h(1)$ **et** $h(-1)$

0.5 **2. c. Dresser le tableau de variations de** h **(Les limites aux bornes ne sont pas demandées)**

1 **3. A l'aide du tableau de variations de** h**, montrer que pour tout** x **de** $[-1;+\infty[$ **:**

$$(x+1)^2\le 4e^{x-1}$$

Exercice n°9:(2.5pts)

Dans la figure ci-dessous (C_f) **et** (C_g) **sont les courbes représentatives, dans le repère orthonormé** $(O;\vec{i};\vec{j})$ **, des fonctions** f **et** g **définies sur** $]0;+\infty[$ **par :**

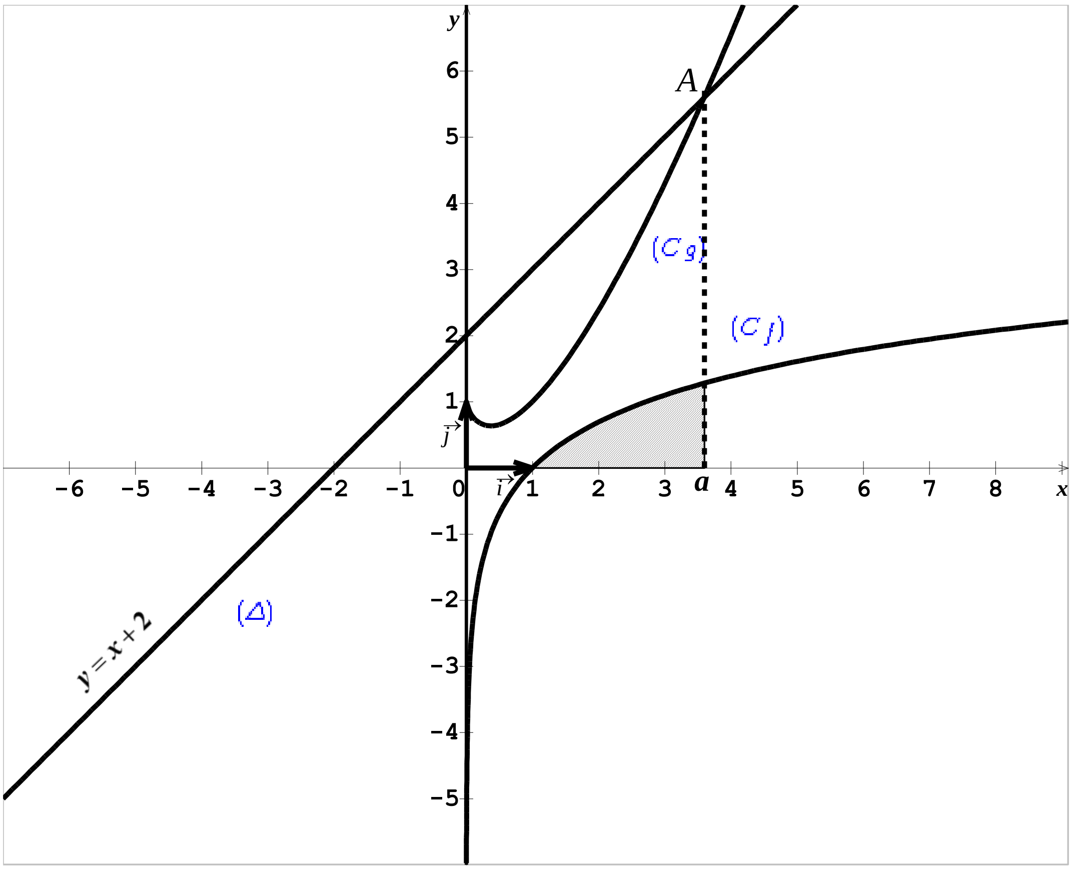
$f(x)=lnx$ **et** $g(x)=1+xlnx$

(Δ) **est la droite d'équation :** $y=x+2$ **et** A **le point d'intersection de** (C_g) **et** (Δ) **d'abscisse** a

0.5 **1. Vérifier que :** $a+1=alna$

1 **2. a. En utilisant une intégration par parties, montrer que** $\int_1^a lnx\,dx=alna-a+1$

1 **2. b. En déduire que l'aire de la partie hachurée est égale à** 2 **en unité d'aire.**


y
x
A
a
(C_g)
(C_f)
(Δ)
$y = x + 2$
$\vec{i}$
$\vec{j}$
−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8
6 5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك المهنية
الدورة الاستدراكية 2023

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS | عناصر الإجابة | RR 101

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها	الشعبة أو المسلك

Exercice n°1:(1.25 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $w_0=5$ et $w_{n+1}=3w_n-4$ pour tout n de IN				
1	$w_1=11$ $w_2=29$	2x0.25	0.5	
2	Montrer par récurrence que $w_n>2$ pour tout n de IN	0.5	0.5	
3	On déduit que $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.	0.25	0.25	

Exercice n°2:(2.25 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0=2$ et $u_{n+1}=\dfrac{5u_n+2}{-2u_n+1}$ pour tout n de IN On pose $v_n=\dfrac{2u_n-1}{u_n+1}$ pour tout n de IN				
1	$v_0=1$	0.25	0.25	
2.a	On montre que pour tout n de IN, $v_{n+1}=\dfrac{4u_n+1}{u_n+1}$	0.25	0.25	
2.b	On déduit que pour tout n de IN, $v_{n+1}-v_n=2$	0.5	0.5	
2.c	$v_n=1+2n$	0.5	0.5	
3.a	3.a. Montrer que pour tout n de IN, $u_n=\dfrac{1+v_n}{2-v_n}$	0.25	0.25	
3.b	On déduit que pour tout n de IN, $u_n=\dfrac{2n+2}{-2n+1}$	0.25	0.25	
3.c	$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-1$	0.25	0.25	

Exercice n°3:(1 pt)

$(\Omega; p)$ **est un espace probabilisé fini et** X **la variable aléatoire représentée par la loi de probabilité donnée par le tableau suivant :**

x_i	2	t	5
$p(X=x_i)$	y	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	$y=\frac{1}{6}$	0.5	0.5	
2	$t=3$	0.5	0.5	

Exercice n°4 :(2 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
	100 élèves (60 filles et 40 garçons).			
1	**On montre que** $p(A)=\frac{4}{10}$	0.5	0.5	
2.a	$p(B)=\frac{6}{10}$	0.5	1	
	$p(C\cap B)=\frac{9}{100}$	0.5		
2.b	**On déduit que** $p_B(C)=\frac{3}{20}$	0.5	0.5	

Exercice n°5:(3 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	**Les solutions de l'équation** $(E): z^2+\sqrt{6}\,z+2=0$ **sont :** $\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}\,i}{2}$ **et** $\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}\,i}{2}$	0.25+0.25 + 0.25	0.75	
2.a	**On vérifie que** $a-c=-\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}+i\right)$ **et** $b-c=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{3}-3i\right)$	2x0.25	0.5	
2.b	**On montre que** $\frac{b-c}{a-c}=\sqrt{3}i$	1	1	
2.c	**On montre que le triangle** ABC **est rectangle en** C	0.5	0.75	
	Le triangle ABC **est non isocèle car** $AC\neq CB$	025		

Exercice n°6:(2.5 pts)

L'espace est rapporté à un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

On considère les points $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$, $C(-5;2;0)$ et le vecteur $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{k}$

L'espace est rapporté à un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

On considère les points $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$, $C(-5;2;0)$ et le vecteur $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{k}$

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	On vérifie que $\overrightarrow{AB}=-2\vec{i}+2\vec{j}$	0.25	0.25	
1.b	On montre que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ ne sont pas colinéaires	0.5	0.5	
	2. Soit le plan $P\left(A;\overrightarrow{AB};\vec{u}\right)$			
2.a	On montre qu'une équation cartésienne du plan (P) est : $x+y+2z-5=0$	1	1	
2.b	On vérifie que $C\notin(P)$	0.25	0.25	
2.c	On déduit que l'intersection des deux plans (P) et (ABC) est la droite (AB)	0.5	0.5	

Exercice n°7:(1.5 pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\ln x}{x^2-1}=\dfrac{1}{2}$	0.5	0.5	Tenir compte de la justification
2.a	On vérifie que pour tout nombre réel x non nul : $\dfrac{xe^x}{e^{2x}-1}=\dfrac{e^x}{e^x+1}\times\dfrac{x}{e^x-1}$	0.25	0.25	
2.b	On déduit que : $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{xe^x}{e^{2x}-1}\right)=\dfrac{1}{2}$	0.75	0.75	Tenir compte de la justification

Exercice n°8:(4 pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Soit h la fonction numérique de la variable réelle x définie sur IR par : $h(x)=1-(x+1)^2e^{-x}$				
1	On montre que pour tout x de IR : $h'(x)=(x-1)(x+1)e^{-x}$	1	1	
2.a	L'étude du signe de $h'(x)$ sur IR	1	1	
2.b	$h(1)=1-\dfrac{4}{e}$ et $h(-1)=1$	2x0.25	0.5	
2.c	Dresser le tableau de variations de h	0.5	0.5	

3	**On montre que pour tout** x **de** $[-1;+\infty[$ **:** $(x+1)^2 \leq 4e^{x-1}$	**1**	**1**	**0.25 si on signale qu'à partir du tableau de variations,** $h(1)=\frac{e-4}{e}$ **est une valeur minimale sur** $[-1;+\infty[$

Exercice n° 9:(2.5 pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Dans la figure ci-dessous (C_f) **et** (C_g) **sont les courbes représentatives, dans le repère orthonormé** $(O;\vec{i};\vec{j})$**, des fonctions** f **et** g **définies sur** $]0;+\infty[$ **par :** $f(x)=ln x$ **et** $g(x)=1+xln x$; (Δ) **est la droite d'équation :** $y=x+2$ **et** $A(a;g(a))$ **le point d'intersection de** (C_g) **et** (Δ)				
1	**On vérifie que** $a+1=a ln a$	**0.5**	**0.5**	
2.a	**On montre en utilisant une intégration par parties**	**1**	**1**	**0.25 pour l'intégration par parties**
2.b	**On déduit que l'aire de la partie hachurée est** $A=2u.$a	**1**	**1**	