Dérivabilité en un point:

On dit qu'une fonction f est dérivable en un point x_0 si la limite : $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ est finie

Cette limite est nommée le nombre dérivé de la fonction f en x_0 et on écrit : $f'(x_0)$

Equation de la tangente à la courbe d'une fonction – la fonction affine tangente à la courbe d'une fonction:

Soit f une fonction dérivable en x_0

- L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0 est :
  $y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
- La fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ est la fonction affine tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse x_0 et c'est une approche de la fonction f au voisinage de x_0

Dérivabilité à droite – à gauche, en un point:

On dit que f est dérivable à droite en x_0 si la limite : $\lim\limits_{x \to x_0^+} \dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}$ est finie

Cette limite est nommée le nombre dérivé de la fonction f à droite en x_0 et on écrit : $f'_d(x_0)$

On dit que f est dérivable à gauche en x_0 si la limite : $\lim\limits_{x \to x_0^-} \dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}$ est finie

Cette limite est nommée le nombre dérivé de la fonction f à gauche en x_0 et on écrit : $f'_g(x_0)$

On dit qu'une fonction f est dérivable en un point x_0 si elle est dérivable à droite et à gauche en x_0, et $f'_d(x_0)=f'_g(x_0)$

La dérivabilité et la continuité:

Si une fonction f est dérivable en x_0, alors f est continue en x_0

Tableaux des dérivées de quelques fonctions usuelles:

$f(x)$	$f'(x)$	
k	0	
x	1	$(x \in \mathbb{R})$
$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{-1}{x^2}$	
x^r	rx^{r-1}	$\left(r \in \mathbb{Q}^* - \{1\}\right)$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	

Opérations sur les fonctions dérivables:

$(u+v)'=u'+v'$	$(u-v)'=u'-v'$	$(k\in\mathbb{R});(ku)'=ku'$
$(uv)'=u'v+uv'$	$(u^n)'=nu'u^{n-1}$	
$\left(\dfrac{1}{v}\right)'=\dfrac{-v'}{v^2}$	$\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$	

La dérivée du composé de deux fonctions – la dérivée de la fonction racine carré:

$(u\circ v)'=v'\times[u'\circ v]$	$\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

La dérivation et les variations d'une fonction:

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I

$\forall x\in I;f'(x)\geq 0\left(f'(x)\succ 0\right)$ $\Leftrightarrow$ f est croissante (strictement croissante) sur l'intervalle I

$\forall x\in I;f'(x)=0$ $\Leftrightarrow$ f est constante sur l'intervalle I

$\forall x\in I;f'(x)\leq 0\left(f'(x)\prec 0\right)$ $\Leftrightarrow$ f est décroissante (strictement décroissante) sur l'intervalle I

La dérivation et l'interprétation géométrique:

La limite	Déduction	Interprétation géométrique la courbe (C_f) admet :
$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=a;(a\neq 0)$	f est dérivable en x_0	Une tangente au point $A(x_0;f(x_0))$ de coefficient directeur a
$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=0$		Une tangente horizontale au point $A(x_0;f(x_0))$
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=a;(a\neq 0)$	f est dérivable à droite en x_0	Une demi-tangente à droite du point $A(x_0;f(x_0))$
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=0$		Une demi-tangente horizontale au point $A(x_0;f(x_0))$
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f n'est pas dérivable à droite en x_0	Une demi-tangente verticale à droite au point $A(x_0;f(x_0))$ dirigé vers le bas
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=+\infty$		Une demi-tangente verticale à droite au point $A(x_0;f(x_0))$ dirigé vers le haut
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=a;(a\neq 0)$	f est dérivable à gauche en x_0	Une demi-tangente à gauche du point $A(x_0;f(x_0))$
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=0$		Une demi-tangente horizontale au point $A(x_0;f(x_0))$
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f n'est pas dérivable à gauche en x_0	Une demi-tangente verticale à gauche au point $A(x_0;f(x_0))$ dirigé vers le haut
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f'(x_0)}{x-x_0}=+\infty$		Une demi-tangente verticale à gauche au point $A(x_0;f(x_0))$ dirigé vers le bas